

MECANICA RUPERII*LABORATOR 1***DETERMINARI EXPERIMENTALE ALE REZISTENȚEI
LA FISURARE PENTRU MATERIALUL CERAMIC CER-110**

-
1. *Introducere*
 2. *Determinări prin măsurarea directă a lungimii fisurii*
 3. *Procedeul experimental*
 4. *Prelucrarea datelor experimentale*
 5. *Analiza pătrunderii Vickers prin metoda elementelor finite*
-

1. Introducere

Rezistența la fisurare pentru materialele ceramice reprezintă un parametru important în vederea proiectării componentelor ceramice. Standardul românesc cu privire la determinarea proprietăților fizice și mecanice ale materialelor ceramice, (STAS 3471-85), nu prevede determinarea rezistenței la fisurare a acestora. Totuși, așa cum s-a remarcat, s-au efectuat numeroase cercetări teoretice și experimentale în vederea determinării acestei importante mărimi.

2. Determinări prin măsurarea directă a lungimii fisurii

Determinările experimentale, efectuate în cadrul laboratorului de Rezistența materialelor din cadrul U.T. Iași, folosesc probe din materialul ceramic CER-110 elaborat de societatea Electroceramica Turda. Acest material a fost elaborat în două variante denumite aici în mod generic CER-110 C (cuarțos) și CER-110 A (aluminos).

Descrierea metodei.

Metodologia de determinare a rezistenței la fisurarea fost cea prezentată de Ma Juanrong în [1] și descrisă succint în capitolul III din curs.

Față de această metodologie se aduc câteva modificări. Prima dintre ele constă în faptul că relația (III.1) care dă intensitatea sarcinii pe suprafața urmei lăsată se schimbă astfel:

$$q = \frac{P}{2.29a^2} \quad (1)$$

Explicația se prezintă în cele ce urmează.

În figura 1 se prezintă un sfert din urma lăsată de pătrunderea piramidei care are unghiul diedru de 136° . Toate liniile îngroșate se află pe suprafața urmei lăsată după penetrare.

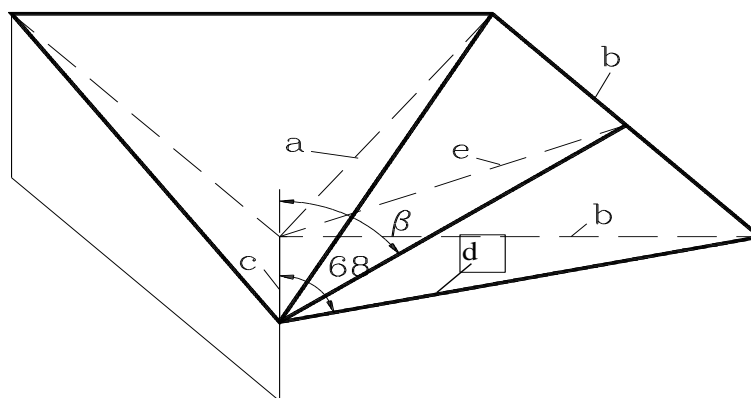


Fig. 1. Reprezentarea pătrunderii

În figură, **a** reprezintă semilungimea diagonalei bazei piramidei, care se va măsura în cadrul determinărilor ulterioare, celelalte notații fiind ajutoare. Din figură rezultă:

$$\begin{aligned}
 b &= 0,707a; \quad d = \frac{b}{\sin 68^\circ}; \quad \text{aria } S = 4bd = 2,16a^2; \\
 q' &= \frac{P}{S} = \frac{q}{\sin \beta}; \quad \Rightarrow q = \frac{P \sin \beta}{S}; \\
 \operatorname{tg} \beta &= \frac{e}{c}; \quad c = \frac{0,707a}{\operatorname{tg} 68^\circ}; \quad e = \frac{b}{2} \sqrt{5}; \quad \Rightarrow \beta = 70^\circ 7'; \\
 q &= \frac{P \sin 70^\circ 7'}{2,16a^2} = \frac{P}{2,29a^2}.
 \end{aligned} \tag{2}$$

O a doua modificare apare la controlul dimensiunilor urmei și a lungimii fisurii. La metoda prezentată de Ma Juanrong măsurarea acestor mărimi se efectuează cu ajutorul SEM, (Scanning Electron Micrography). În cadrul acestei determinări, punerea în evidență a urmelor lăsate și a fisurii propagate s-a făcut cu ajutorul lichidelor penetrante.

În vederea executării pătrunderii s-a folosit un aparat de duritate Vickers care are timpul de încărcare reglat la 30 sec.. Încercarea de pătrundere în suprafață se face pentru sarcinile: 100,6, 90, 80,6, 70, 60,6, 50 și 40,6 kgf. S-au ales aceste sarcini în conformitate cu gama de greutăți etalonate avute la dispoziție. Se menționează aici că pentru sarcini mai mici de 40,6 kgf, pentru materialul CER-110 A, urmele lăsate au fost neclare.

Încercările, pentru fiecare din cele două materiale, s-au efectuat pe câte trei probe. Pentru fiecare probă s-au efectuat un număr de trei încercări la aceeași valoare a sarcinii de încărcare.

Pentru obținerea unei imagini cât mai bune, s-a respectat întocmai tehnologia specifică lucrului cu lichide penetrante. În cadrul acestor determinări s-au folosit soluțiile de diluant și penetrator fabricate de firma NAMICON, (Italia).

Proba a fost șlefuită foarte bine pe suprafața pe care urmează a se efectua pătrunderea. Șlefuirea se face manual, pe o piatră abrazivă plană și cu granulație fină.

Se curăță apoi suprafața respectivă cu o soluție diluantă, (NAMICON 1201).

După uscare se aplică lichidul penetrant, (NAMICON 1202), de la o distanță de 20-30 cm de probă.

Se așteaptă câteva minute pentru pătrundere, după care se îndepărtează excesul de penetrant, mai întâi cu apă și apoi cu soluția diluantă.

Se trece la vizualizarea urmei lăsate prin penetrare și a fisurii propagate, imediat după uscarea probei.

Aici nu este necesară aplicarea și a soluției de punere în evidență, (developant), a urmelor și a fisurii propagate, datorită culorii albe pe care o are ceramica CER-110.

Vizualizarea urmei lăsată prin penetrare și a fisurilor propagate de la colțurile piramidei se face cu ajutorul unui microscop ce are prevăzut un dispozitiv de deplasare și măsurare plană micrometrică.

3. Procedeul experimental

Se măsoară mărimile **a** și **c** ce se pot observa în figura 1. Rezultatele acestor măsurători pentru materialul CER-110 C se dau în tabelul 1.

Valorile și graficele care se prezintă în cele ce urmează sunt date pentru materialul CER-100C.

Mărimile care au indicele **l** sunt măsurate pe direcția longitudinală a probei, iar cele cu indicele **t** s-au măsurat pe direcția transversală. Mărimea **a** este lungimea semidiagonalei bazei piramidei iar mărimea **c** este măsurată din centrul bazei până la vârful fisurii propagate, (fig. 1).

Tabelul 1

P [Kgf]	Proba 1				Proba 2				Proba 3			
	a _l [μm]	c _l [μm]	a _t [μm]	c _t [μm]	a _l [μm]	c _l [μm]	a _t [μm]	c _t [μm]	a _l [μm]	c _l [μm]	a _t [μm]	c _t [μm]
100,6	275	1058	297	887	303	1071	254	1203	224	882	247	877
	328	873	300	956	277	1080	280	1073	234	781	222	924
	-	-	-	-	283	1030	241	988	243	864	224	940
90	250	650	215	866	291	1113	240	1040	265	1130	275	901
	235	875	243	953	280	1118	240	980	238	933	225	705
	283	923	260	834	268	1008	254	935	215	916	203	855
80,6	245	904	246	722	275	1185	264	1042	254	851	234	737
	311	995	221	657	311	1090	284	1070	223	726	210	765
	270	804	241	805	-	-	-	-	237	749	215	842
70	291	779	253	679	279	997	865	865	220	716	194	766
	229	651	445	949	240	874	807	807	256	692	262	892
	218	849	234	772	-	-	-	-	240	669	200	726
60,6	286	895	247	886	297	1031	913	913	195	603	205	714
	244	647	210	644	270	835	941	941	195	709	194	648
	293	819	225	712	-	-	-	-	206	646	210	652
50	257	794	224	701	268	940	766	766	209	525	204	672
	235	1028	246	717	228	889	854	854	208	578	228	663
	239	580	220	964	-	-	-	-	192	516	192	508
40,6	203	632	238	621	243	847	812	812	193	490	173	560
	197	709	191	758	224	822	853	853	136	438	128	490
	213	554	236	653	-	-	-	-	-	-	-	-

Se menționează că rezultatele notate cu "-" nu au putut fi măsurate datorită neclarității urmei lăsată sau a distrugerii necontrolate.

Din examinarea datelor trecute în tabel se observă o împrăștiere relativ mare a rezultatelor obținute în aceleași condiții. În afară de erorile de citire care pot apărea, aceste diferențe se pot datora și comportării aleatoare a materialului în diferitele sale zone.

Pentru eliminarea erorilor grosolane se apelează la o teorie statistică care conduce la o valoare a mărimilor avute în vedere cât mai aproape de cea reală. Această prelucrare a datelor este o altă noutate față de metoda propusă în cap. III. Mărimile care trebuiesc cât mai bine estimate sunt **a** și **c**.

Pentru a avea o indicație asupra apropierii dintre valoarea estimată și cea reală, se determină un interval de încredere care cuprinde adevăratele valori pentru \mathbf{a} și \mathbf{c} cu o probabilitate, (nivel de încredere), satisfăcătoare.

Se consideră că, împrăștierea datelor obținute, deci erorile care pot apărea în acest caz, se datorează unor cauze întâmplătoare. Pentru mărimea \mathbf{a} de exemplu, cu ajutorul șirului de valori date pentru această mărime, (atât \mathbf{a}_l cât și \mathbf{a}_t), se calculează valoarea medie a acestui șir ca fiind:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a_i \quad [3]$$

unde \mathbf{a}_i sunt valorile \mathbf{a}_l și \mathbf{a}_t din tabelul 1, pentru lungimea semidiagonalei bazei piramidei, măsurate pe direcția longitudinală și transversală a probei. Mai târziu se va face o discuție asupra diferențelor care apar pentru aceeași mărime măsurată pe cele două direcții.

Intervalul de încredere, în care se înscrie mărimea \mathbf{a} , se poate determina pe baza teoremei care precizează abaterea mediei pătratice a mediilor.

Intervalul de încredere simetric este:

$$\left| a - \bar{x} \right| < \varepsilon_l \quad [4]$$

unde ε_l este abaterea limită care se exprimă ca produsul dintre abaterea medie pătratică, σ/\sqrt{n} , și o variabilă t care este funcție de nivelul de încredere impus.

Se obține astfel:

$$\left| a - \bar{x} \right| < t(P) \sigma / \sqrt{n} \quad [5]$$

în care:

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad [6]$$

Mărimea t se ia conform anexei 1 din [7] pentru un anumită probabilitate P^* , (nivel de încredere), ca valoarea stabilită cu această teorie să fie cât mai aproape de cea reală. Riscul ca adevărata valoare a mărimii măsurate să se afle în afara intervalului de încredere este de $1-P^*$.

Se observă că folosirea unui sondaj de n date experimentale, în locul unei singure măsurători, micșorează intervalul de încredere de \sqrt{n} ori.

Intrucât valorile disparate au o influență disproporționată asupra valorii medii, se impune să se adopte un criteriu de eliminare a acestora. O metodă de eliminare a acestor valori este descrisă în cele ce urmează.

Se compară valoarea dispersată x^* cu valoarea medie \bar{x} , corespunzătoare celorlalte $n-1$ valori din șirul de rezultate obținut:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + \dots + x_i + \dots + x_n}{n - 1} \quad [7]$$

Este necesar să se calculeze abaterea medie pătratică de sondaj, s , neglijându-se valoarea dispartă x_* , (pentru $n-1$ valori):

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad [8]$$

În continuare se determină raportul:

$$t_{**} = \frac{x_* - \bar{x}}{s} \quad [9]$$

care se compară cu valoarea critică $t(P^*)$ luată conform anexei 1 din [7], care este în funcție de probabilitatea P^* . Dacă valoarea t^* depășește valoarea critică $t(P^*)$, x_* se elimină, cu o siguranță a concluziei de cel puțin P^* ; în caz contrar, nu există motive suficiente de eliminare a valorii x_* .

Din anexa 1, [7], s-a ales pentru o probabilitate de 93% o valoare pentru t de 1,8.

Pentru eliminarea rapidă a eventualelor erori grosolane, s-a făcut un program pe calculator în limbajul TURBO PASCAL. În esență programul este conceput astfel: se aranjează șirul de numere introduse în ordine crescătoare, după care se calculează valoarea medie a acestora. Se afișează această valoare, după care se trece la controlarea diferenței maxime dintre valoarea medie și valorile extreme. Primul număr controlat, după metoda expusă, este cel care se află la distanța cea mai mare de prima medie. Se calculează în final mărimea t^* care se compară cu valoarea t , aleasă conform anexei 1 din [7]. Dacă numărul este eliminat se trece la calculul următoarei valori medii (fără acest din urmă număr), după care operațiunea se repetă. Se reține ultima valoare medie care apare afișată pentru care nici un număr nu mai este eliminat.

4. Prelucrarea datelor experimentale

Valorile medii și cele corectate, atât pentru mărimea a cât și pentru c sunt prezentate în *tabelul 2*.

Tabelul 2.

F [kgf]	Valori medii		Valori corectate	
	a [μm]	c [μm]	a [μm]	c [μm]
100,6	265	968	260	947
90	249	952	249	925
80,6	253	872	241	840
70	256	792	241	765
60,6	237	769	237	720
50	227	744	222	702
40,6	203	660	218	675

Se observă o mai bună aliniere a rezultatelor pentru valorile corectate cu metoda descrisă mai sus decât pentru rezultatele reieșite din valorile medii propriu-zise.

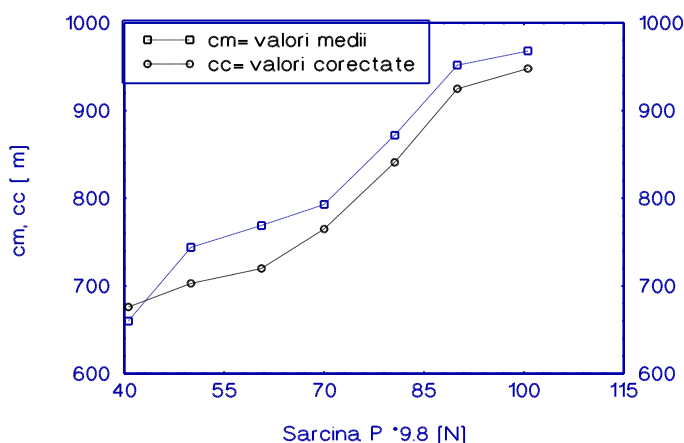


Fig. 2. Variația c cu sarcina P

Pentru a vedea eficiența metodei, s-au trasat graficele pentru a și c , atât pentru valorile medii cât și pentru cele corectate, (fig. 2 și 3).

În aceste figuri se observă o mult mai bună aliniere a valorilor corectate față de cele medii și de asemenea apare posibilitatea de aproximare a curbei trasate pentru valorile corectate.

În fig. 2 se poate remarca faptul că valorile eliminate pentru lungimea fisurii au fost cele superioare, conducând la o medie corectată mai mică față de media reală. Putem trage concluzia deci că, propagarea unor fisuri, (cele a căror valoare a lungimii a trebuit eliminată), a avut loc pe direcții care conțin un număr mare de defecte.

Se observă de asemenea o creștere mai pronunțată a lungimii fisurii în intervalul de sarcini 60-90 kgf. Această creștere semnalată în graficul din fig. 2 cât și faptul că pe aproximativ aceeași porțiune pe graficul din fig. 3 există un palier, se poate pune pe seama mărimii granulației și a dimensiunilor defectelor existente în material. Creșterea importantă a lungimii fisurii pe acest interval arată faptul că dezvoltarea este favorizată de mărimea defectelor existente în materialul ceramic. La valori mai mari ale sarcinii, deci și ale lungimii fisurii, nucleația acesteia are loc în mod obișnuit. Pe primul interval de sarcini, creșterea redusă se datorează inhibării fisurii, (care are lungimea mai mică), de către defectele existente.

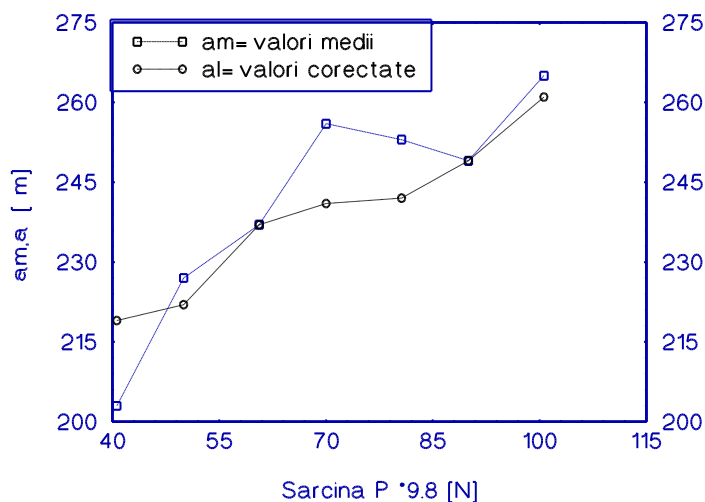


Fig. 3. Variația a cu sarcina P .

În ceea ce privește variația cu sarcina de rupere a mărimii urmei lăsată după penetrare, se poate concluziona că, palierul aflat în intervalul de sarcini 60-80 kgf, se datorește atingerii unui echilibru în ceea ce privește mărimea defectelor și cea a urmei.

Polinoamele cu ajutorul cărora se face aproximarea sunt trecute în partea de sus a graficelor din figurile 4 și 5. Polinoamele au gradul trei și aproximează destul de bine curbele **corectate** care dau variația cu sarcina a lungimii fisurii și a mărimii semidiagonalei urmei rezultate după pătrundere.

Din ambele grafice se observă o creștere atât a lungimii fisurii cât și a mărimii semidiagonalei bazei piramidei cu creșterea sarcinii de pătrundere. Din aceste grafice se poate observa mai bine palierul care se stabilesc la extremitățile intervalului de sarcini pentru lungimea fisurii și de asemenea palierul de la mijlocul intervalului pentru dimensiunea urmei.

Relația pentru calculul rezistenței la fisurare, față de cea propusă de Ma Juanrong se modifică din necesitatea ca unitatea de măsură rezultată pentru rezistența la fisurare, k_{IC} , să fie cea care se folosește în mod curent în lucrările întâlnite și anume $MPa \sqrt{m}$.

Polinoamele cu ajutorul cărora se face aproximarea se pot vedea în partea de sus a graficelor respective.

Din ambele grafice se observă o creștere atât a lungimii fisurii cât și a mărimii semidiagonalei bazei piramidei cu creșterea sarcinii de pătrundere. Totuși această creștere este mai pronunțată pentru lungimea fisurii propagate ca urmare a pătrunderii. Această creștere se datorește apropierii de sarcina critică de penetrare care introduce propagarea instabilă a fisurii.

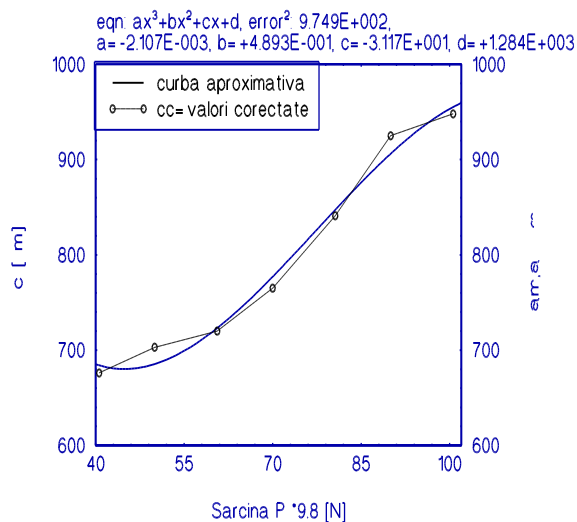


Fig. 4. Graficul c aproximat

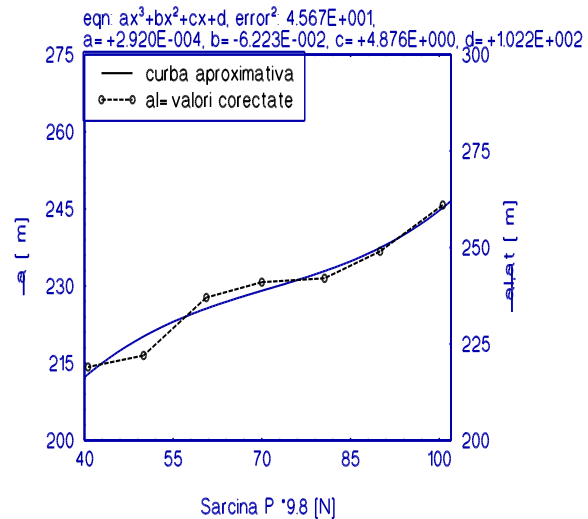


Fig. 5. Graficul a aproximat

Considerând și modificarea dată de ecuația (1), relația pentru calculul rezistenței la fisurare devine:

$$k_{IC} = \frac{(1-2\nu) P \sqrt{a 10^{-6}}}{2,29 (a 10^{-3})^2 \sqrt{2\pi}} \ln \frac{a^2 + c^2}{c^2} \quad (10)$$

Termenul $P/(a 10^{-3})^2$ are unitatea de măsură [MPa] dacă **P** se înlocuiește în [N] și **a** în

[μm]. Termenul ($a \cdot 10^{-6}$) are unitatea de măsură în [m] pentru a introdus de asemenea în [μm].

Valorile pentru k_{IC} , medii și corectate, pentru materialul CER-110 C sunt date în tabelul 3.

Tabelul 3.

F [kgf]	k_{IC} mediu	k_{IC} corectat
100,6	1,32	1,36
90	1,19	1,30
80,6	1,27	1,33
70	1,33	1,36
60,6	1,18	1,34
50	1,02	1,12
40,6	0,99	0,98

Graficul corespunzător acestor valori este prezentat în figura 6. În fig. 7 este dată curba ce aproximează variația rezistenței la fisurare, k_{IC} cu sarcina de încărcare.

Din curbele prezentate în cele două grafice se observă o creștere pronunțată a rezistenței la fisurare k_{IC} , în raport cu creșterea sarcinii, pe prima parte a intervalului. Se observă apoi, mai ales din curba valorilor corectate, un palier în ceea ce privește variația rezistenței la fisurare cu sarcina de pătrundere P .

Acest palier se plasează în domeniul de sarcini, 60-80 kgf. Se poate astfel admite $k_{IC} = 1,36 \text{ MPa m}^{1/2}$, ($P=80 \text{ kgf}$), ca fiind valoarea reprezentativă pentru acest material.

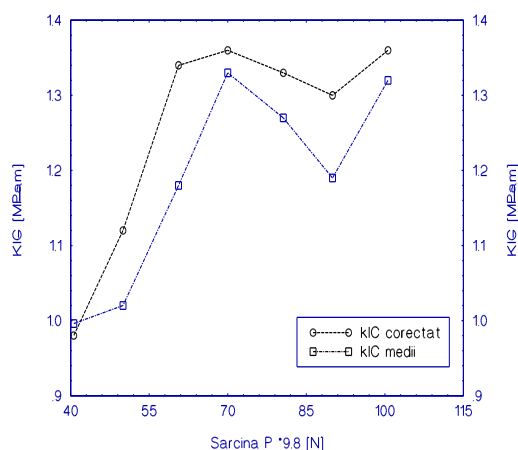


Fig. 6. Variația k_{IC} cu sarcina P

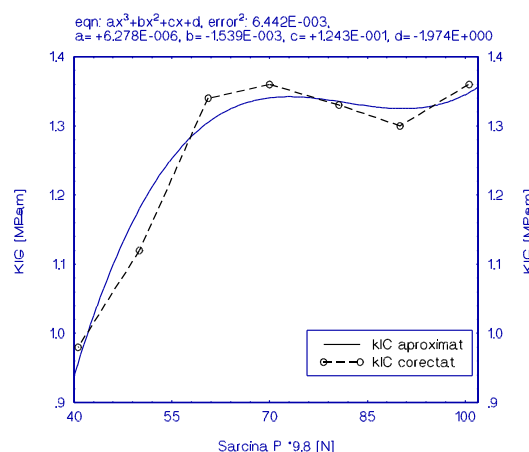


Fig. 7. Curba k_{IC} aproximată

Se amintește că această valoare a fost stabilită cu relația lui Ma Juanrong modificată cu ajutorul relației 1. Aceleași date care conduc la valoarea anterioară pentru rezistența la fisurare, introduse în relația lui Ma Juanrong dau valoarea rezistenței la fisurare pentru materialul **CER-110 C** ca fiind:

$$k_{IC} = 1.55 \text{ MPa m}^{1/2}$$

Observând datele din tabelele 1 și 3 care dau valorile pentru rezistența la fisurare și pentru alte materiale, se vede că valoarea obținută pentru materialul CER-110 C este destul de aproape de valorile prezentate în tabelele menționate. Această concluzie demonstrează atât corectitudinea modului de lucru cât și faptul că materialul CER-110 C,

din punctul de vedere al rezistenței la fisurare, se aliniază la materialele similare fabricate în străinătate.

Un grafic interesant de urmărit este cel prezentat în figura 8 care arată diferențele existente în variația lungimii fisurii propagate măsurate pe cele două direcții ale probei: longitudinală și transversală.

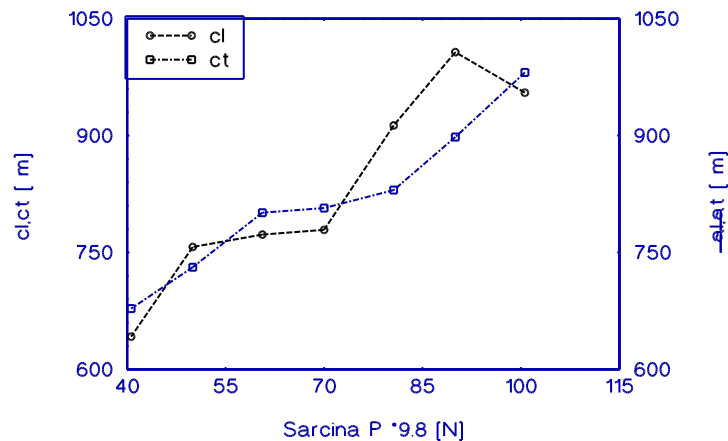


Fig. 8. Variația c_l și c_t cu sarcina P

Se observă o mai mare neuniformitate a curbei date pentru fisura măsurată pe direcția longitudinală a probei. Această neuniformitate este mai mare la sarcini mai mari unde și lungimea fisurii este mai mare.

Se poate trage concluzia că, dacă fisura are posibilitatea de propagare pe o lungime mai mare, fie apar piedici în calea propagării acesteia, fie se întâlnește o direcție cu energie minimă care favorizează propagarea.

Toate datele prezentate până acum se referă la materialul CER110 C.

Pentru materialul CER-110 A s-a observat o mai mare neuniformitate a rezultatelor obținute și de asemenea o distrugere mai pronunțată în procesul de pătrundere pentru sarcini mai mici. Acest lucru a făcut destul de dificil de măsurat lungimea fisurii propagate c și mărimea semidiagonalei bazei piramidei a . Datele prezentate sunt pentru aceleași valori ale sarcinii de penetrare dar numai până la 50 kgf deoarece la valori mai mici urmele devin neclare.

În *tabelul 4* se prezintă valorile medii și a celor obținute ca urmare a aplicării programului de corecție a valorilor citite la microscop pentru materialul CER-110 A.

Tabelul 4.

F [kgf]	Valori medii			Valori corectate		
	a [μ m]	c [μ m]	k_{IC} [MPam ^{1/2}]	a [μ m]	c [μ m]	k_{IC} [MPam ^{1/2}]
100.6	197	1052	0.98	194	1024	1.03
90	198	907	1.18	200	961	1.06
80.6	204	936	1.01	197	883	1.11
70	179	785	1.16	178	766	1.21
60.6	161	692	1.22	165	692	1.24
50	160	577	1.61	160	577	1.43

Cu ajutorul acestor date s-au trasat curbele de variație din graficele 9, 10 și 11.

În fig. 9. s-a trasat variația lungimii fisurii propagate, (valori medii și corectate), cu sarcina de încărcare.

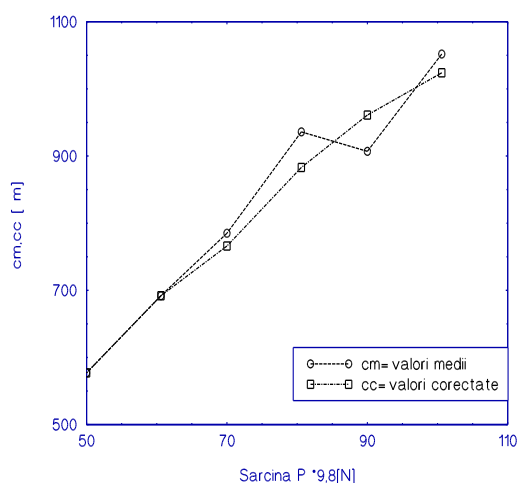


Fig. 9. Variația c cu sarcina P

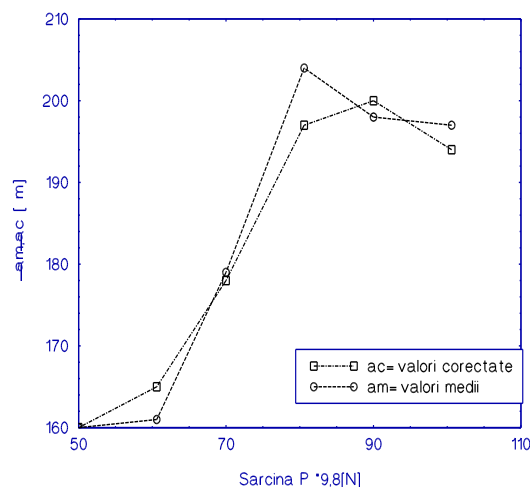


Fig. 10. Variația a cu sarcina P

Se poate remarca și aici o creștere a lungimii fisurii cu creșterea sarcinii de încărcare și de asemenea corecția făcută valorilor medii obținute din șirul de valori măsurate.

În fig. 10 s-au trasat curbele pentru valorile medii și cele corectate ale lungimii semidiagonalei bazei piramidei

Se remarcă de asemenea corecția adusă valorilor medii și se observă o aplatizare, a curbei spre valorile mai mari ale sarcinii, la acest grafic față de cel anterior.

Variația k_{IC} cu sarcina de încărcare este arătată în figura 11.

Spre deosebire de CER-110 C, pentru materialul CER-110 A, această variație este diferită. Se observă o scădere a rezistenței la fisurare k_{IC} cu sarcina de încărcare, asemănătoare cu cea prezentată de H. Nayeb-Hashemi în fig. 4.

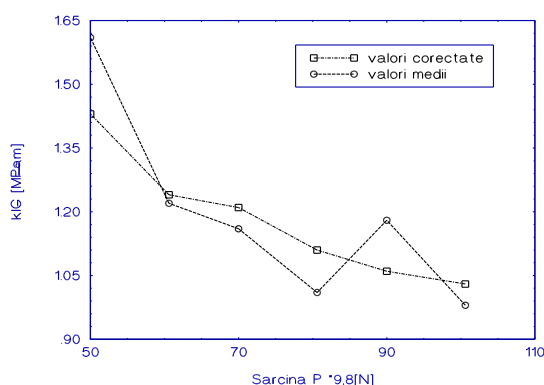


Fig. 11. Variația k_{IC} cu sarcina P

Pentru aceeași valoare a sarcinii care s-a luat în considerare la calculul k_{IC} pentru materialul CER-110C, ($P=80\text{kgf}$), rezistența la fisurare pentru materialul CER110A este:

$$k_{IC}=1,11 \text{ Mpa}^{1/2}.$$

Se observă că, această valoare este mai mică decât cea determinată pentru CER-110C.

5. Analiza pătrunderii Vickers prin metoda elementelor finite

O importanță deosebită o reprezintă variația tensiunii, de la vârful urmei lăsate după penetrare, cu adâncimea de pătrundere. Această tensiune, luată după o anumită direcție, constituie practic cauza propagării stabile sau instabile a fisurii în materialul ceramic. Analiza cu elemente finite inițiată în acest scop, a fost efectuată pe un sfert dintr-o probă penetrată prin metoda Vickers. Sarcina cu care a fost încărcată proba a fost presiunea distribuită pe suprafața urmei lăsate. Această presiune este dată în [1] ca fiind:

$$q=P/(2a^2) \quad (11)$$

Corespondența dintre sarcina de penetrare P și adâncimea de pătrundere pe care o vom nota cu h s-a realizat prin încercările experimentale prezentate anterior. S-a folosit astfel ecuația curbei aproximative dată în figura (5).

4.1. Condițiile de deplasare pe contur

Pătrunderea Vickers se definește ca fiind încărcarea unei suprafețe cu o sarcină inițial concentrată și care se transmite apoi prin intermediul unei piramide cu unghiul la vârf de 138° . Penetratorul este un corp rigid și care se află în contact intim cu suprafața supusă pătrunderii.

Dacă penetratorul pătrunde în suprafață pe adâncimea z_n , la pasul n , (figura 12), pentru $x \geq 0$, $y \geq 0$, ecuația suprafeței penetrate este:

$$(z-z_n)\sin\alpha/2 + x (\cos\alpha/2)/1,41 + y(\cos\alpha/2)/1,41 \quad (12)$$

Dacă coordonatele unui nod I de pe suprafața discretizată are coordonatele x, y și z , la pasul $n+1$ aceste coordonate sunt: $x+\Delta u$, $y+\Delta v$ respectiv $z+\Delta w$. Cum acest punct trebuie să verifice ecuația suprafeței vom avea:

$$(z + \Delta w - z_n - \delta_{n+1}) \sin \frac{\alpha}{2} + (x + \Delta u) \frac{\cos \frac{\alpha}{2}}{\sqrt{2}} + (y + \Delta v) \frac{\cos \frac{\alpha}{2}}{\sqrt{2}} = 0 \quad (13)$$

în care δ_{n+1} este adâncimea de pătrundere de la pasul n la pasul $n+1$.

Utilizând ecuația 12 va rezulta:

$$\Delta u + \Delta v + \sqrt{2} \tan \frac{\alpha}{2} (\Delta w - \delta_{n+1}) = 0 \quad (14)$$

Ecuația 14 reprezintă condiția deplasărilor pe contur.

4.2. Condiții de încărcare pe contur

Încărcarea pe contur se presupune a fi uniform distribuită și perpendiculară pe suprafață. Dacă se notează cu x, y și z coordonatele unui nod I de pe suprafața discretizată, componentele nodale ale sarcinii aplicate în acest nod cu F_{Ix} , F_{Iy} și F_{Iz} , se va putea scrie atunci condiția de încărcare pe contur:

$$F_{Ix} / (\cos\alpha/2) / \sqrt{2} = F_{Iy} / (\cos\alpha/2) / \sqrt{2} = F_{Iz} / \sin(\alpha/2) = F_I \quad (15)$$

Dacă se notează cu ΔF_I creșterea sarcinii pe direcția I și astfel ΔF_{Ix} , ΔF_{Iy} și ΔF_{Iz} componentele acestei creșteri pe direcțiile x, y și z trebuie să fie satisfăcută condiția:

$$\Delta F_{Ix} / (\cos\alpha/2) / \sqrt{2} = \Delta F_{Iy} / (\cos\alpha/2) / \sqrt{2} = \Delta F_{Iz} / \sin(\alpha/2) = \Delta F_I \quad (16)$$

care constituie condiția de încărcare, prin pași, pe contur la trecerea de la un pas la altul.

4.3. Formularea procesului de încărcare în pași

Ecuțiile pentru nodurile de la suprafața de contact pot fi scrise astfel:

$$\begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & k_{3I-2,3I-2} & k_{3I-2,3I-1} & k_{3I-2,3I} & \dots \\ \dots & k_{3I-1,3I-2} & k_{3I-1,3I-1} & k_{3I-1,3I} & \dots \\ \dots & k_{3I,3I-2} & k_{3I,3I-1} & k_{3I,3I} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dots \\ \Delta u_I \\ \Delta v_I \\ \Delta w_I \\ \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \Delta F_{Ix} \\ \Delta F_{Iy} \\ \Delta F_{Iz} \\ \dots \end{bmatrix} \quad (17)$$

unde k sunt componentele matricii de rigiditate. Folosind ecuația (16), linia $3I$ o împărțim cu $\beta = -\sqrt{2} \tan(\alpha/2)$ și adunând rezultatul la liniile $3I-2$ și $3I-1$, ΔF_{Ix} și ΔF_{Iy} se elimină și se obține:

$$\begin{bmatrix} k_{3I-2,1} - k_{3I,1} / \beta & \dots & k_{3I-2,3I-2} - k_{3I,3I-2} / \beta & k_{3I-2,3I-1} - k_{3I,3I-1} / \beta & k_{3I-2,3I} - k_{3I,3I} / \beta & \dots \\ k_{3I-1,1} - k_{3I,1} / \beta & \dots & k_{3I-1,3I-2} - k_{3I,3I-2} / \beta & k_{3I-1,3I-1} - k_{3I,3I-1} / \beta & k_{3I-1,3I} - k_{3I,3I} / \beta & \dots \\ k_{3I,1} & \dots & k_{3I,3I-2} & k_{3I,3I-1} & k_{3I,3I} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dots \\ \Delta u_I \\ \Delta v_I \\ \Delta w_I \\ \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ 0 \\ 0 \\ \Delta F_{Iz} \\ \dots \end{bmatrix}$$

Aceste ultime ecuații constituie formularea în procesul de încărcare incrementală a suprafeței prin intermediul suprafeței Vickers.

S-au efectuat mai multe discretizări corespunzătoare unor mărimi diferite pentru a respectiv pentru P .

Relația dintre h și a se deduce geometric și este: $h=0,285a$.

S-a avut în vedere ca mărimile a și P să se păstreze totuși în cadrul valorilor experimentale determinate.

Variația tensiunilor pe direcția prezentată pe suprafața urmei lăstate după penetrare și în imediata vecinătate a acesteia este dată în figura 6. Această variație este prezentată pentru:

$a=0.226$; $h=0.0644$; $q=45.2 \text{ N/mm}^2$.

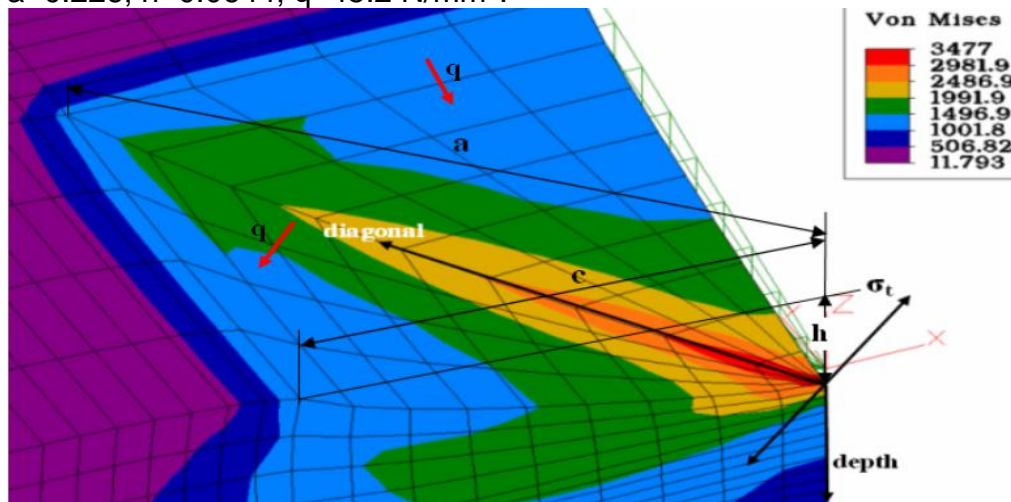


Fig. 12. Variația tensiunilor în apropierea penetrării Vickers

Înregistrându-se tensiunea la vârful urmei pentru diferite adâncimi de penetrare s-a trasat graficul din figura 13.

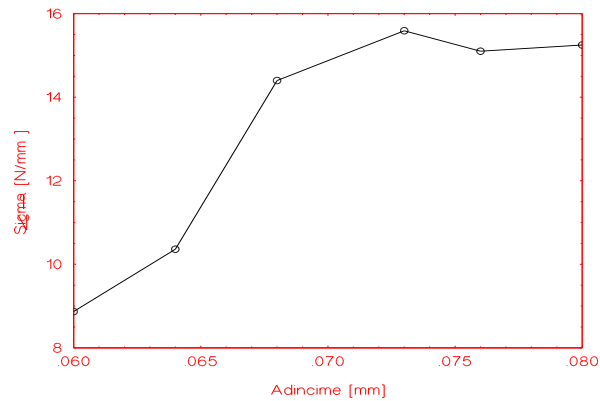


Fig. 13. Variația tensiunii cu adâncimea de penetrare

Se observă o creștere mai accentuată a tensiunii la adâncimi de penetrare mai mici. Palierul care se stabilește la adâncimi mai mari de penetrare se datorește și faptului că sarcina de penetrare necesară producerii unei urme cu suprafața relativ mare rămâne la un moment dat la valori aproape constante.

Pentru materialul studiat, se remarcă o creștere a rezistenței la fisurare cu creșterea sarcinii de penetrare pe primul interval de sarcini. Se observă apoi că în următoarea regiune, variația rezistenței la fisurare se produce în limite destul de mici. Valoarea medie din cadrul acestui interval a fost considerată ca fiind reprezentativă pentru acest material. Din tabelul 1 se remarcă diferențe în ceea ce privește propagarea fisurii pe direcție longitudinală respectiv transversală. Analiza cu elemente finite relevă faptul că variația tensiunii care apare la colțurile piramidei Vickers, în raport cu adâncimea de penetrare, prezintă un palier în zona adâncimilor de penetrare mai mari. Acest lucru ne duce la concluzia că nu neapărat creșterea sarcinii de penetrare duce la propagarea instabilă a fisurii.

BIBLIOGRAFIE

1. M. Juanrong and J. Zongzhe, Evaluation of Microfracture Ceramics, High Tech Ceramics, pg. 1233-1238, 1987.
2. H. Nayeb-Hashemi and C.A. Tracy, Fracture Toughness Evaluation of Advanced Ceramics by Microhardness Indentation, Experimental Mechanics. pg. 368-388, dec. 1991.
3. S.F. Hoysan, On the Variability of Fracture Toughness, International Journal of Fracture, vol. 60, pg. R43, 1993.
4. G. Lair, Fracture Mechanics and Finite Element Analysis, Mechanical Engineering, vol. 114, nr. 11, pg. 69, 1992.
5. T.H. Gavignan and J. Steele, Applied Finite Element Modeling. Practical Problem Solving for Engineers, M. Decker, New York, 1989.