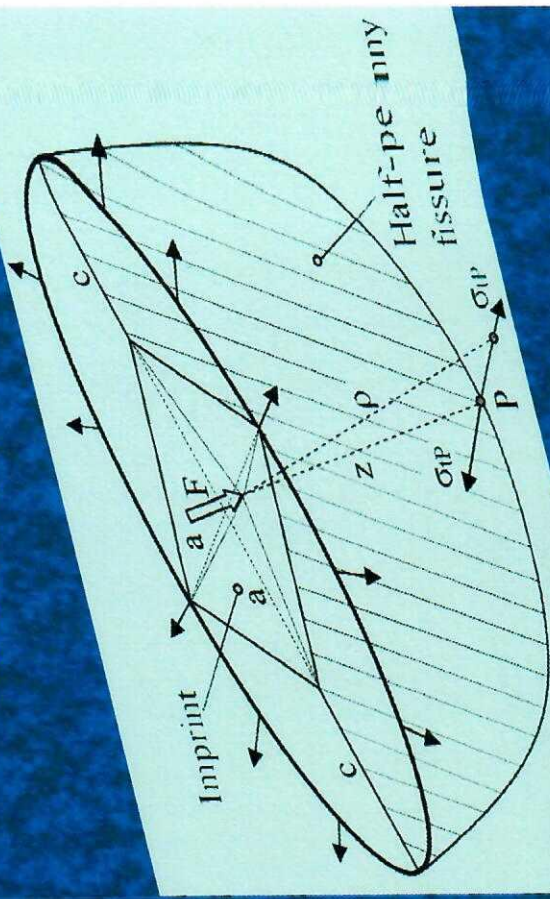
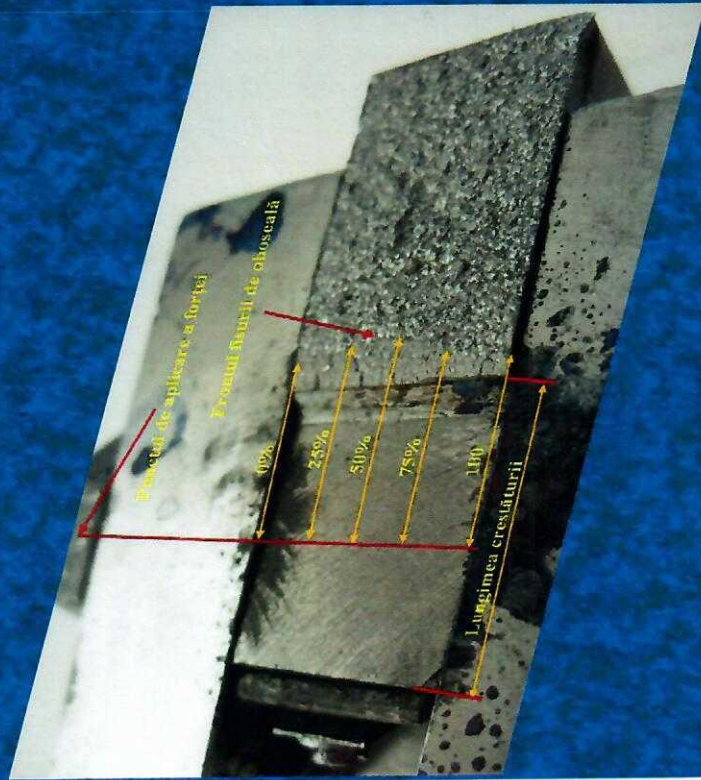


**Viorel GOANȚĂ**

# MECANICA RUPERII

*Îndrumar de laborator*



Editura Tehnopress  
2017

## SCOPUL LUCRĂRII

Îndrumarul de laborator conține lucrările de Mecanica ruperii ce se efectuează de către studenții de la Master, specializarea Diagnoze și Expertize Tehnice în Ingineria Mecanică (D.E.T.I.M.), din cadrul Facultății de Mecanică a Universității Tehnice „Gheorghe Asachi” din Iași. Conținutul fiecărei lucrări de laborator este astfel structurat încât să cuprindă minime noțiuni teoretice necesare cunoașterii fenomenelor ce au loc și se dezvoltă în cadrul lucrărilor de laborator efectuate. Astfel, fără a fi documentați de la orele de curs, parcurgând o lucrare de laborator, studenții vor putea înțelege, din punct de vedere teoretic și practic, aspectele importante ce vor reieși ca urmare a desfășurării unei ședințe de laborator.

În esență, prezentul îndrumar conține două tipuri de lucrări de laborator: lucrări experimentale și lucrări de simulare pe baza analizei cu elemente finite. Din prima categorie fac parte lucrările de la 1 la 8 iar lucrările obținute prin simulări sunt de la 9 la 13.

Lucrările 1, 2 și 4 prezintă determinarea tenacității la fisurare a materialelor fragile și preponderent fragile, prin trei metode diferite, aplicate în funcție de comportamentul la fisurare al materialelor utilizate. În cadrul lucrării 3 se va determina un alt parametru important în cadrul Mecanicii ruperii și anume, viteza de propagare a fisurii, unde, pentru inițierea și propagarea fisurii se va utiliza solicitarea de oboseală. Lucrarea 5 conține determinarea tenacității la fisurare pentru materialele preponderent ductile, în acest context fiind denumită și integrala J. În cadrul lucrării 6 se va determina parametrul denumit deplasarea la deschiderea vârfului fisurii – CTOD (crack tip opening displacement). Determinarea punctului de instabilitate la fisurare pe baza evaluării curbei R se va discuta în lucrarea 7. Lucrarea 8 conține o dezvoltare experimentală a metodei de determinare a tensiunilor prin fotoelasticimetrie, aplicată, în acest caz, pe o probă compactă confecționată din aluminiu. În cadrul lucrării 9 se face o analiză cu elemente finite a unei probe cu creștătură în vederea determinării factorilor de intensitate a tensiunii,  $K_I$ ,  $K_{II}$  și  $K_{III}$ , a integralei J și a direcției de propagare a fisurii. Aceeași parametri, cu valorile lor critice, se vor determina în lucrarea 10, tot prin analiză cu elemente finite, aplicată asupra unei probe ce are indusă, pe lângă creștătură, și fisuri de diferite mărimi. Pentru eventuala îmbunătățire a caracteristicilor la fisurare, în cadrul lucrării 11 se prezintă un studiu simulat privitor la influența adăugării particulelor de incluziune în imediata vecinătate a unei fisuri. În lucrarea 12 se prezintă o modalitate de determinare a integralei J, pe baza analizei cu elemente finite. Lucrarea 13 prezintă modelarea propagării fisurii în modulul mixt de solicitare, cu referire la același tip de solicitare atunci când, în vecinătatea unei fisuri se introduce o particulă de incluziune.

Îndrumarul de laborator își regăsește utilitatea în pregătirea studenților pentru asimilarea teoretică și practică a noțiunilor specifice disciplinei de Mecanica ruperii. În acest fel, studenții se vor obișnui cu ideea studiului teoretic și experimental a corpurilor ce conțin defecte, fie preluate din cadrul procesului tehnologic de fabricație, fie apărute ca urmare a condițiilor de funcționare și a celor de mediu.

Autorul

## CUPRINS

<b>Lucrarea 1. DETERMINĂRI EXPERIMENTALE ALE TENACITĂȚII LA FISURARE PENTRU MATERIALE FRAGILE</b>	<b>5</b>
1.1. Introducere	5
1.2. Utilizarea durității pentru caracterizarea tenacității la fisurare	6
1.3. Determinări prin măsurarea directă a lungimii fisurii	9
1.4. Prelucrarea datelor experimentale	13
<b>Lucrarea 2. DETERMINAREA EXPERIMENTALĂ A TENACITĂȚII LA FISURARE PRIN METODA COMPLIANȚEI</b>	<b>21</b>
2.1. Energia potențială liberă și variația acesteia în funcție de complianță	21
2.2. Măsurarea $G_c$ prin metoda complianței	26
2.3. Determinări experimentale	27
<b>Lucrarea 3. DETERMINAREA EXPERIMENTALĂ A VITEZEI DE PROPAGARE A FISURII</b>	<b>33</b>
3.1. Modelarea propagării fisurii prin oboseală	33
3.2. Modele de calcul pentru viteza de propagare a fisurii	35
3.3. Relații pentru calculul vitezei de propagare a fisurii	38
3.4. Descriere program de încercări	41
3.5. Efectuarea încercărilor	44
3.6. Rezultate experimentale	47
<b>Lucrarea 4. DETERMINAREA EXPERIMENTALĂ A TENACITĂȚII LA FISURARE PENTRU MATERIALE METALICE PREPONDERENT FRAGILE</b>	<b>53</b>
4.1. Semnificația mărimilor utilizate	53
4.2. Aparatura necesară	54
4.3. Configurația probelor utilizate	56
4.3.1. Considerații privind alegerea probei	56
4.3.2. Epruveta de încovoiere	57
4.3.3. Epruveta de tracțiune	58
4.4. Fisurarea prin oboseală	60
4.5. Modul de lucru	62
4.5.1. Măsurători	62
4.5.2. Interpretarea graficului forță-deplasare	62
4.6. Validarea rezultatelor încercării	65
4.7. Utilizarea softului aferent mașinii INSTRON	66
4.8. Rezultate experimentale obținute	69
4.9. Prelucrarea rezultatelor experimentale obținute	71

<b>Lucrarea 5. DETERMINAREA INTEGRALEI J (TENACITATEA LA FISURARE PENTRU MATERIALE DUCTILE) PE BAZA SOLICITĂRII LA TRACȚIUNE A PROBEI COMPACTE</b>	<b>75</b>
5.1. Încercarea standard pentru determinarea $J_{Ic}$	75
5.2. Condiții experimentale prevăzute de ASTM-ul E 813 pentru determinarea integralei J	81
5.3. Descriere program de încercări	83
5.4. Modul de lucru	85
5.5. Obținerea și prelucrarea rezultatelor	88
<b>Lucrarea 6. DETERMINAREA DEPLASĂRII LA DESCHIDEREA VÂRFULUI FISURII - CTOD</b>	<b>91</b>
6.1. Expresii pentru calculul lui $\delta_{t crt} - CTOD$	91
6.2. Scopul metodei CTOD	93
6.3. Procedeele de determinare a CTOD	94
6.4. Descrierea metodei prezentată de ASTM 1290	97
<b>Lucrarea 7. DETERMINAREA PUNCTULUI DE INSTABILITATE LA FISURARE A MATERIALELOR METALICE PE BAZA EVALUĂRII CURBEI R</b>	<b>101</b>
7.1. Introducere	101
7.2. Condiții de efectuare a încercărilor	103
7.3. Modul de lucru	105
7.4. Efectuarea calculelor și interpretarea rezultatelor	107
7.5. Utilizarea metodei complianței pentru calculul lungimii efective a fisurii	108
7.6. Întocmirea raportului de încercare	109
<b>Lucrarea 8. DETERMINAREA PRIN FOTOELASTICIMETRIE A STĂRII DE TENSIUNE ȘI DEFORMAȚIE ÎN VICINĂTATEA UNOR CONCENTRATORI</b>	<b>111</b>
8.1. Fotoelasticimetrie - considerații asupra metodei	111
8.2. Noțiuni teoretice privind fotoelasticimetria	114
8.3. Aparatura și materiale utilizate	116
8.3.1 Polariscopul de reflexie	116
8.3.2 Materialele de acoperire	117
8.3.3 Analiza franjelor fotoelastice	117
8.3.4. Interpretarea domeniului complet	118
8.3.5. Generarea franjelor	118
8.3.6. Identificarea franjelor	119
8.3.7. Măsurarea direcțiilor deformației principale	119
8.3.8. Determinarea amplitudinii tensiunilor și deformațiilor	121
8.3.9. Măsurarea în puncte	122
8.4. Stabilirea direcțiilor principale ale deformațiilor specifice/tensiunilor normale	123
8.5. Descrierea aparaturii și caracterizarea materialului fotoelastic pentru determinarea stării de deformație ( $\epsilon_1 - \epsilon_2$ ) în vecinătatea creștăturii unei probe compacte din aluminiu	124
8.5.1. Descrierea aparaturii	124
8.5.2. Caracterizarea materialului fotoelastic	125

8.6. Date preluate de la mașina de încercat INSTRON 8808	126
8.7. Operațiuni premergătoare încercărilor realizate prin softul PSCalc 3.1	128
8.8. Izocromate obținute pe proba compactă	131
8.9. Determinarea tensiunilor și a deformațiilor la vârful creștăturii probei compacte	132
<b>Lucrarea 9. DETERMINAREA PARAMETRILOR DE MECANICA RUPERII PRIN SIMULARE PE BAZA METODEI DE ANALIZĂ CU ELEMENTE FINITE</b>	<b>135</b>
9.1. Definiția factorului de intensitate a tensiunii	135
9.2. Expresii pentru factorul de intensitate a tensiunii	136
9.3. Moduri fundamentale de rupere	139
9.4. Introducere în analiza cu elemente finite pentru Mecanica ruperii	139
9.5. Modul de lucru	140
9.6. Butonul „Front”	141
9.7. Câmpul „Region”	143
9.8. Butonul „Specified”	143
9.9. Butonul „Output”	144
9.10. Efectuarea analizei fisurării și vizualizarea rezultatelor	145
9.11. Rezultate obținute	147
9.11.1. Modul I de deformare	148
9.11.2. Modul II de deformare	149
9.11.3. Modul III de deformare	150
<b>Lucrarea 10. DETERMINAREA VARIAȚIEI FACTORULUI DE INTENSITATE A TENSIUNII PE BAZA SIMULĂRII CU ELEMENTE FINITE</b>	<b>153</b>
10.1. Preluare rezultate din ALGOR	153
10.2. Variația factorilor de intensitate a tensiunii și a integralei J în raport cu propagarea fisurii în modul I de deformare	154
10.3. Variația factorilor de intensitate a tensiunii și a integralei J în raport cu propagarea fisurii în modul II de deformare	162
10.4. Variația factorilor de intensitate a tensiunii și a integralei J în raport cu propagarea fisurii în modul III de deformare	169
<b>Lucrarea 11. ANALIZA CU ELEMENTE FINITE A CORPURILOR CU FISURI CE CONȚIN PARTICULE DISPERSATE</b>	<b>177</b>
11.1. Mecanisme tehnologice pe baza cărora pot fi îmbunătățite caracteristicile de tenacitate la fisurare	177
11.2. Modelarea cu elemente finite	178
11.3. Modelare în domeniul elasto-plastic	179
11.4. Rezultate obținute	181
11.4.1. Interpretarea rezultatelor – particula ductilă – aluminiu	181
11.4.2. Interpretarea rezultatelor – particula fragilă - beriliu	186
11.4.3. Comparații – Aluminiu - Beriliu	190
11.5. Concluzii	192

<b>Lucrarea 12. CALCULUL INTEGRALEI J PE BAZA ANALIZEI CU ELEMENTE FINITE</b>	<b>193</b>
12.1. Conceptul integralei J	193
12.2. Metoda energiei pe unitatea de grosime pentru determinarea $J_{Ic}$	197
12.3. Modelare	199
12.4. Rezultate obținute	201
12.5. Prelucrarea datelor	204
<b>Lucrarea 13. MODELAREA PROPAGARII FISURII IN MODULUI MIXT DE SOLICITARE LA INTRODUCEREA UNEI PARTICULE DE INCLUZIUNE</b>	<b>207</b>
13.1. Moduri de propagare a fisurii	207
13.2. Realizarea discretizării inițiale	208
13.3. Modelarea fisurii centrale străpunse	209
13.4. Rezultate obținute	210
13.5. Interpretarea rezultatelor	213
13.6. Analiza propagării fisurii în modul mixt de solicitare	215
13.7. Modul mixt de solicitare și introducerea unei particule de incluziune	217

## MECANICA RUPERII -- LABORATOR 1

### DETERMINĂRI EXPERIMENTALE ALE TENACITĂȚII LA FISURARE PENTRU MATERIALE FRAGILE

---

#### *1.1. Introducere*

#### *1.2. Utilizarea durității pentru caracterizarea tenacității la fisurare*

#### *1.3. Determinări prin măsurarea directă a lungimii fisurii*

#### *1.4. Prelucrarea datelor experimentale*

---

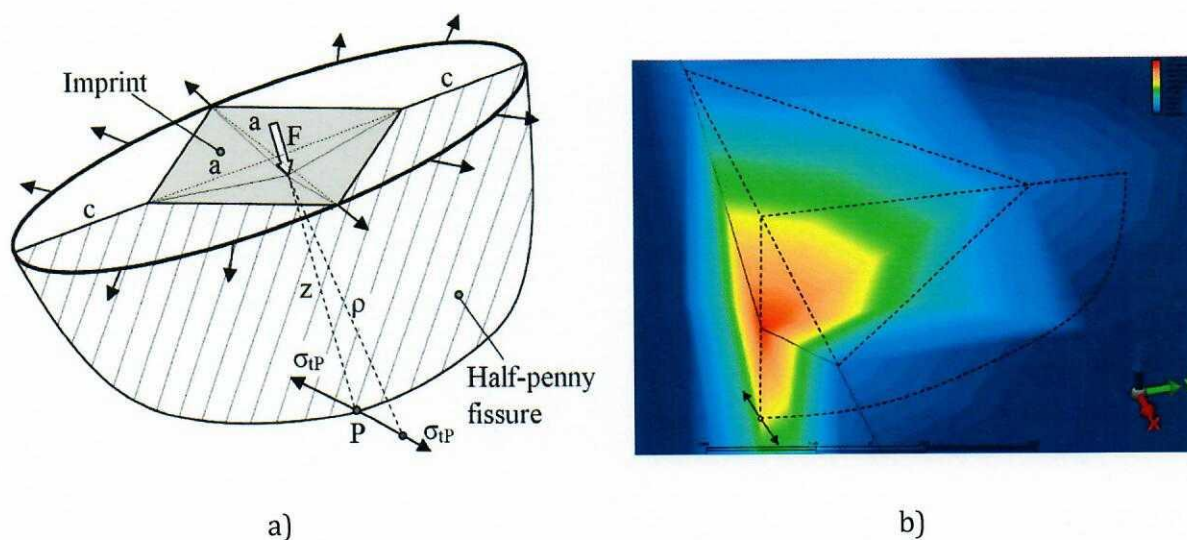
### **1.1. Introducere**

Tenacitatea la fisurare,  $K_{Ic}$ , sau rezistența la fisurare este un parametru important pentru a fi determinat prin metodele Mecanicii ruperii. Determinarea experimentală a acestui parametru se face, în general, pe baza unor standarde internaționale. Pentru probe din materiale metalice cu o comportare liniar elastică până aproape de rupere, determinarea experimentală a tenacității la fisurare este standardizată de ASTM E 399-12e3 sau de ISO 12737:2010 sau de E 1820 – 01. Pentru materialele cu un comportament preponderant fragil, metodele experimentale dezvoltate de aceste standarde nu pot fi aplicate. Pentru aceste materiale se pot aplica prevederile standardului ASTM C1327 – 15 ce utilizează indentarea Vickers în vederea determinării tenacității la fisurare a materialelor ceramice. Presupunând că avem o fisură de oboseală preexistentă, valorile tenacității la fisurare a acestor materiale determinate prin această metodă de testare, caracterizează rezistența la: (1) propagarea stabilă a unei fisuri, (2) ruperea bruscă după o propagare stabilă a fisurii și (3) ruperea stabilă la amorsare. Această metodă de testare este deosebit de utilă atunci când răspunsul materialului nu poate fi anticipat înainte de încercare, ceea ce face ca rezultatele obținute să fie de încredere. Valorile pentru tenacitatea la fisurare pot fi utilizate ca bază pentru evaluarea toleranței la existența defectelor structurale. Pentru a face o evaluare adecvată a toleranței la defect, trebuie conștientizate diferențele care pot exista între condițiile de încercare din laborator și cele din exploatare. Testul este relativ simplu de implementat și necesită doar un aparat standard utilizat pentru determinarea micro-durității. O probă de dimensiuni reduse, cu o suprafață plană, fără tensiuni remanente și fără fisuri, este suficientă pentru testare. Cu toate acestea, metoda nu este adecvată pentru materiale cu valori ale  $K_{Ic}$  sub  $1 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$ , sau care au un comportament ductil semnificativ, mărime mare a grăunților sau microstructură eterogenă.

---

## 1.2. Utilizarea durității pentru caracterizarea tenacității la fisurare

Metoda cea mai des întâlnită în vederea determinării tenacității la fisurare,  $K_{IC}$ , pentru materialele fragile o reprezintă indentarea Vickers. Pentru aceasta, primul pas care trebuie făcut este de a stabili expresiile tensiunilor din apropierea urmei lăsată după indentarea Vickers. Procedeu folosit în acest caz, poartă numele de metoda microfisurării (MF) și conduce la determinarea tenacității la fisurare în apropierea unei zone distruse mecanic, tenacitatea la fisurare fiind derivată direct prin măsurarea dimensiunii urmelor și a fisurii propagate după indentare. Limitele metodelor care utilizează măsurarea lungimii fisurii în vederea determinării rezistenței la fisurare, constau în *derivarea empirică a relației pentru  $K_{IC}$  și de aici necesitatea găsirii unor factori de calibrare determinați prin alte metode decât MF*. Metoda microfisurării utilizează rezultatele analizei tensiunilor, obținute în urma pătrunderii în suprafață a piramidei de tip Vickers, raportate la mărimea încărcării și a dimensiunii urmei imprimate după indentare. Se poate considera că fisura rezultată are forma de "half-penny", așa cum este prezentată în *figura 1.1a*. În *figura 1.1b* este ilustrat rezultatul unei analize cu elemente finite atunci când la suprafața unui corp se apasă cu un corp mai dur de forma unei piramide de tip Vickers.



**Fig. 1.1.** a) Half-penny crack induced by Vickers indentation; b) analiza cu elemente finite dinamică a indentării Vickers

Din *figura 1.1b* se observă că tensiunea maximă se înregistrează la vârful piramidei de indentare. Pe de altă parte, soluția Boussinesq pentru tensiunea circumferențială,  $\sigma_t$ , la distanța  $\rho$ , *figura 1.1a*, atunci când asupra unei suprafețe plane se apasă cu o forță  $F$ , este dată de relația:

$$\sigma_t = \frac{F}{2\pi} (1-2\nu) \left[ \frac{z}{\rho^3} - \frac{1}{\rho(\rho+z)} \right] \quad (1.1)$$

în care  $\nu$  reprezintă coeficientul lui Poisson.



Având în vedere că tensiunea trebuie calculată în punctul P, ( $\rho=z$ ), și ținând cont de relația dintre  $z$  și mărimile  $a$  și  $c$ , respectiv lungimea semidiagonalei urmei rămase după indentare și semilungimea fisurii propagate, vom avea:

$$\sigma_{\text{p}} = \sigma_{\text{lc}} = \frac{(1-2\nu)F}{4\pi a^2} \ln \frac{a^2 + c^2}{c^2} \quad (1.2)$$

De aici va rezulta expresia pentru tenacitatea la fisurare care va fi:

$$K_{\text{lc}} = \frac{(1-2\nu)F\sqrt{a \cdot 10^{-6}}}{2\sqrt{2\pi}(a \cdot 10^{-3})^2} \ln \frac{a^2 + c^2}{c^2} \quad (1.3)$$

Ca urmare, principalele mărimi ce trebuie avute în vedere sunt: mărimea sarcinii aplicate  $F$  (în N), mărimea semidiagonalei urmei imprimate după indentare,  $a$  (în  $\mu\text{m}$ ), și lungimea fisurii propagate,  $c$  (în  $\mu\text{m}$ ), rezultând  $K_{\text{lc}}$  în  $\text{MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$ .

Câteva dintre relațiile de calcul empirice pe baza cărora se poate determina tenacitatea la fisurare sunt prezentate în cele ce urmează.

O relație originală este cea a lui Lawn:

$$K_{\text{lc}} = 0,028 \sqrt{\frac{E}{H_v}} H_v a^{1/2} \left(\frac{c}{a}\right)^{-1,5} \quad (1.4)$$

O altă relație binecunoscută este cea a lui Evans și Charles, 1976:

$$K_{\text{lc}} = 0,16 \left(\frac{c}{a}\right)^{-1,5} H a^{1/2} \quad (1.5)$$

Niihara, 1982, prezintă următoarea relație:

$$K_{\text{lc}} = 0,067 \left(\frac{E}{H_v}\right)^{0,4} H_v \alpha^{0,5} \left(\frac{c}{a}\right)^{-1,5} \quad (1.6)$$

Antis și al., 1981, furnizează o relație pentru tenacitatea la fisurare în funcție de sarcina de apăsare,  $P$ :

$$K_{\text{lc}} = 0,016 \left(\frac{E}{H_v}\right)^{0,5} \left(\frac{P}{c^{1,5}}\right) \quad (1.7)$$

O altă ecuație este cea a lui Bath, 2006:

$$K_{\text{lc}} = 0,067 \cdot 10^5 E^{0,4} P^{0,6} a^{-0,7} \left(\frac{c}{a}\right)^{-0,36} \quad (1.8)$$

în care  $E$  este exprimat în Pa, forța în gf (grameforță) iar  $a$  și  $c$  în micrometri. Rezultatul va fi exprimat în  $\text{MPa}\cdot\text{m}^{0.5}$ , în condițiile în care  $c/a > 3$ .

$$K_{Ic} = (0.016) \left( \frac{E}{H} \right)^{\frac{1}{2}} \left( \frac{F}{c^{\frac{3}{2}}} \right) \quad (1.9)$$

$$K_{Ic} = (0.16) \left( \frac{c}{a} \right)^{\frac{3}{2}} \left( Ha^{\frac{1}{2}} \right) \quad (1.10)$$

Este posibilă corelarea valorii obținute pentru duritatea probelor fragile cu proprietăți cum ar fi: tenacitatea la fisurare, modul de propagare a fisurii și modulul de elasticitate. O secvență posibilă ar fi:

1. Câmpul de tensiuni este determinat de sarcina aplicată. Câmpul de tensiuni din volumul probei în jurul zonei penetrate, este funcție de condițiile de elasticitate (în funcție de modulul lui Young,  $E$ ) sau de curgerea plastică a materialului (microplasticitate). Din moment ce rămân tensiuni atunci când sarcina este îndepărtată, ele sunt numite remanente.
2. Tensiunea maximă, ce apare datorită aplicării sarcinii în volumul din imediata vecinătate a zonei de indentare, se stabilește la interfața dintre zona elastică și cea plastică, care, la rândul său, creează microfisuri ce depind de populația imperfecțiunilor la suprafață și de mecanismele de alunecare a planelor structurale ale materialului.
3. La suprafață, penetratorul determină o zonă cu tensiuni de compresiune care nu sunt opuse tensiunilor remanente.
4. Atunci când penetratorul este îndepărtat, tensiunile de la suprafață scad la zero.
5. Tensiunile remanente (care nu au opoziție la suprafață și sunt de ordinul a  $H_v/20$ ), produc fisuri radiale, vizibile la suprafață cu ajutorul microscopului. Se combină fisurile radiale și cele meridionale pentru a forma o suprafață fisurată semi-eliptică având diametrul de aproximativ două ori adâncimea fisurii.
6. Fisurile radiale dezvoltate sunt în echilibru mecanic iar dimensiunile acestora sunt determinate de tenacitatea la fisurare,  $K_{Ic}$ . Tensiunile remanente nu contribuie în mod determinant la tenacitatea la fisurare, dar afectează în schimb lungimea  $2c$  a fisurilor ( $a$  se vedea *figura 1.1a*). Duritatea,  $H_v$ , și tenacitatea la fisurare  $K_{Ic}$ , pot fi determinate cu relațiile:

$$H_v = \frac{P}{\alpha a^2} \quad (1.11)$$

$$K_{Ic} = \frac{P}{\beta c^{2E}} \quad (1.12)$$

unde:

- $P$  este forța aplicată prin indentare;
- $\alpha$  și  $\beta$  sunt constante;
- $a$  este semilungimea diagonalei urmei rezultate prin indentare;
- $c$  este semilungimea fisurii generate prin indentare;
- $E$  este modulul lui Young.

Constanta  $\alpha$  depinde de geometria penetratorului, în cazul în care acesta este de tip Vickers valoarea este 2.  $\beta$  este o constantă mai complexă ce ia în considerare efectele interacțiunii

dintre suprafața liberă a epruvetei și configurația generată de propagarea fisurilor. Valoarea acesteia se poate obține pe cale experimentală.

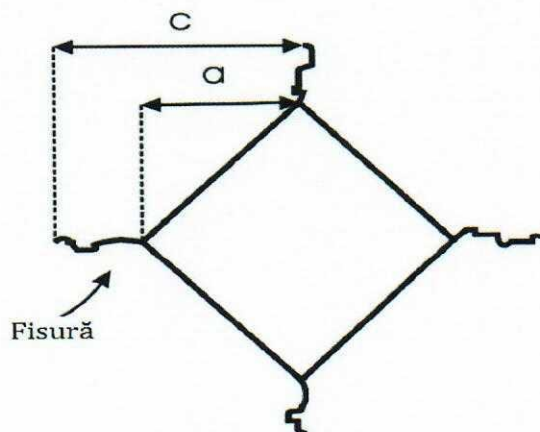
### 1.3. Determinări prin măsurarea directă a lungimii fisurii

Determinările experimentale, efectuate în cadrul laboratorului de Defectoscopie din cadrul Facultății de Mecanică a U.T. Iași, utilizează probe din materialul ceramic CER-110, probe din fontă și alte probe metalice confecționate din material fragile.

#### Descrierea metodei

În vederea executării pătrunderii se utilizează un aparat de duritate Vickers de tip EMOCOTEST care are timpul de încărcare reglat la 30 sec. Încercarea de pătrundere în suprafață se face pentru sarcini diferite, în funcție de materialul utilizat. Sarcina trebuie să fie atât de mică încât urma lăsată la suprafața materialului să poată fi cuprinsă de imaginea camerei de luat vederi montată pe aparat, și, atât de mare încât să producă fisurile arătate în *figura 1.1a*.

Încercările, pentru fiecare material, se efectuează pe câte trei probe. Pentru fiecare probă se execută un număr de trei încercări la aceeași valoare a sarcinii de încărcare. În funcție de configurația probelor se execută încercări pe direcțiile relevante. Se măsoară mărimile **a** și **c** ce se pot observa în *figura 1.2*, pe toate cele 4 direcții determinate de urma lăsată după indentare. Rezultatele acestor măsurători obținute experimental de autor pentru materialul CER-110C se dau în *tabelul 1.1*. Microfisurile propagate pot fi găsite în lungul liniilor diagonale ale urmei lăsate.



**Fig. 1.2.** Modul de măsurare a semidiagonalei urmei și a semilungimii fisurii

Valorile și graficele care se prezintă în cele ce urmează sunt date pentru materialul **CER-100C**. Mărimile care au indicele **l** sunt măsurate pe direcția longitudinală a probei, iar cele cu indicele **t** s-au măsurat pe direcția transversală. Mărimile **a** și **c** sunt măsurate pe direcțiile diagonale ale urmei de indentare. Mărimile **a** și **c** sunt măsurate pe direcțiile diagonale ale urmei de indentare. Mărimile **a** și **c** sunt măsurate pe direcțiile diagonale ale urmei de indentare.

fisurii propagate, (figura 1.2). In figura 1.3 sunt prezentate moduri de propagare a fisurii pentru trei tipuri de materiale fragile: material ceramic CER-110, fontă și aliaj NiMnGa.

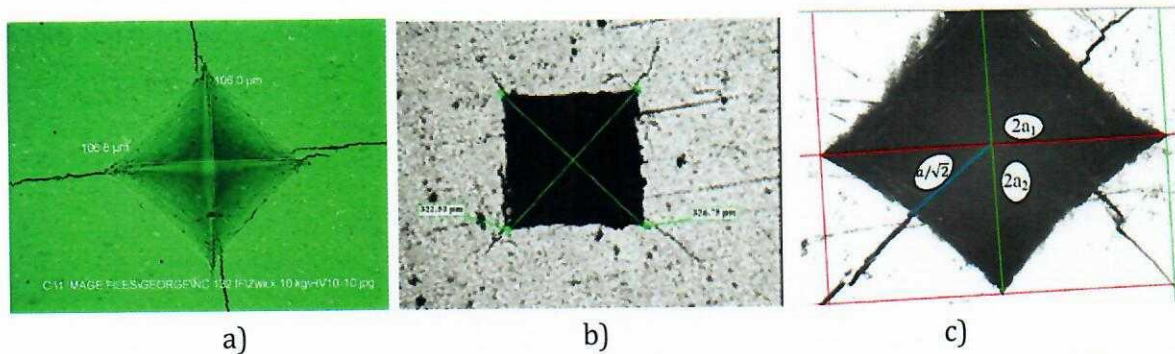


Fig. 1.3. Fisuri propagate prin indentare: a) material ceramic; b) fontă; c) NiMnGa

Tab. 1.1. Valorile mărimilor  $a$  și  $c$  măsurate longitudinal și transversal

P [Kgf]	Proba 1				Proba 2				Proba 3			
	$a_l$ [ $\mu\text{m}$ ]	$c_l$ [ $\mu\text{m}$ ]	$a_t$ [ $\mu\text{m}$ ]	$c_t$ [ $\mu\text{m}$ ]	$a_l$ [ $\mu\text{m}$ ]	$c_l$ [ $\mu\text{m}$ ]	$a_t$ [ $\mu\text{m}$ ]	$c_t$ [ $\mu\text{m}$ ]	$a_l$ [ $\mu\text{m}$ ]	$c_l$ [ $\mu\text{m}$ ]	$a_t$ [ $\mu\text{m}$ ]	$c_t$ [ $\mu\text{m}$ ]
100,6	275	1058	297	887	303	1071	254	1203	224	882	247	877
	328	873	300	956	277	1080	280	1073	234	781	222	924
	-	-	-	-	283	1030	241	988	243	864	224	940
90	250	650	215	866	291	1113	240	1040	265	1130	275	901
	235	875	243	953	280	1118	240	980	238	933	225	705
	283	923	260	834	268	1008	254	935	215	916	203	855
80,6	245	904	246	722	275	1185	264	1042	254	851	234	737
	311	995	221	657	311	1090	284	1070	223	726	210	765
	270	804	241	805	-	-	-	-	237	749	215	842
70	291	779	253	679	279	997	865	865	220	716	194	766
	229	651	445	949	240	874	807	807	256	692	262	892
	218	849	234	772	-	-	-	-	240	669	200	726
60,6	286	895	247	886	297	1031	913	913	195	603	205	714
	244	647	210	644	270	835	941	941	195	709	194	648
	293	819	225	712	-	-	-	-	206	646	210	652
50	257	794	224	701	268	940	766	766	209	525	204	672
	235	1028	246	717	228	889	854	854	208	578	228	663
	239	580	220	964	-	-	-	-	192	516	192	508
40,6	203	632	238	621	243	847	812	812	193	490	173	560
	197	709	191	758	224	822	853	853	136	438	128	490
	213	554	236	653	-	-	-	-	-	-	-	-

Se menționează că rezultatele notate cu "-" nu au putut fi măsurate datorită neclarității urmei lăsate sau a distrugerii necontrolate.

Din examinarea datelor trecute în tabelul 1.1 se observă o împrăștiere relativ mare a rezultatelor obținute în aceleași condiții. In afară de erorile de citire care pot apărea, aceste diferențe se pot datora și comportării aleatoare a materialului în diferitele sale zone.

Pentru eliminarea valorilor dispartate care au o influență disproporționată asupra valorii medii se impune să se adopte o metodă de eliminare a acestora care este descrisă în continuare. Valoarea medie poate fi destul de mult deplasată spre una din extremele intervalului dacă cel puțin una din valorile șirului citit este mult diferită de valoarea reală. Mărimile care trebuiesc cât mai bine estimate sunt **a** și **c**. Menționăm că eventualele valori dispartate s-au obținut în special ca urmare a comportării aleatoare a materialului în diferite zone de încercare. Prin prelucrarea avută în vedere nu se urmărește neglijarea acestei comportări ci se dorește să se obțină o valoare pentru tenacitatea la fisurare  $K_{Ic}$  care să caracterizeze cât mai bine materialul studiat.

Pentru a avea o indicație asupra apropierii dintre valoarea estimată și cea reală, se determină un interval de încredere care cuprinde adevăratele valori pentru **a** și **c** cu o probabilitate, (nivel de încredere), satisfăcătoare.

Observându-se o repartiție normală a valorilor determinate pentru mărimea **a** de exemplu, cu ajutorul șirului de valori date pentru această mărime, (atât **a<sub>l</sub>** cât și **a<sub>t</sub>**), se calculează valoarea medie a acestui șir:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a_i \quad (1.13)$$

unde **a<sub>l</sub>** sunt valorile **a<sub>l</sub>** sau **a<sub>t</sub>** din *tabelul 1.1*, pentru lungimea semidiagonalei bazei piramidei, măsurate pe direcția longitudinală și transversală a probei. Mai târziu se va face o discuție asupra diferențelor care apar pentru mărimea **a** măsurată pe cele două direcții, transversală și longitudinală.

Intervalul de încredere, în care se înscrie mărimea **a**, se poate determina pe baza teoremei care precizează abaterea mediei pătratice a valorilor medii  $\bar{x}$  calculate.

Intervalul de încredere simetric este:

$$\left| a - \bar{x} \right| < \epsilon_i \quad (1.14)$$

unde  $\epsilon_i$  este abaterea limită care se exprimă ca produsul dintre abaterea medie pătratică,  $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ , și o variabilă **t** care este funcție de nivelul de încredere impus.

Se obține astfel:

$$\left| a - \bar{x} \right| < t(P) \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (1.15)$$

în care:

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (1.16)$$

Mărimea  $t$  se ia conform anexei 1 din [7] pentru un anumită probabilitate  $P^*$ , (nivel de încredere), astfel încât valoarea stabilită la această teorie să fie cât mai aproape de cea reală. Riscul ca adevărata valoare a mărimii măsurate să se afle în afara intervalului de încredere este de  $1-P^*$ . Se observă că folosirea unui sondaj de  $n$  date experimentale, în locul unei singure măsurători, micșorează intervalul de încredere de  $\sqrt{n}$  ori.

Intrucât valorile disparate au o influență disproporționată asupra valorii medii, se impune să se adopte un criteriu de eliminare a acestora. O metodă de eliminare a acestor valori este descrisă în cele ce urmează.

Se compară valoarea dispartată  $x^*$  cu valoarea medie  $\bar{x}$ , corespunzătoare celorlalte  $n-1$  valori din șirul de rezultate obținut:

$$\bar{x}_{-1} = \frac{x_1 + \dots + x_i + \dots + x_{n-1}}{n-1} \quad (1.17)$$

Este necesar să se calculeze abaterea medie pătratică de sondaj,  $s$ , neglijându-se valoarea dispartată  $x^*$ , (pentru  $n-1$  valori):

$$\sigma_{-1} = \sqrt{\frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_{-1})^2} \quad (1.18)$$

În continuare se determină raportul:

$$t^* = \frac{x^* - \bar{x}_{-1}}{\sigma_{-1}} \quad (1.19)$$

care se compară cu valoarea critică  $t(P^*)$  luată conform anexei 1 din [7], care este în funcție de probabilitatea  $P^*$  propusă. Dacă valoarea  $t^*$  depășește valoarea critică  $t(P^*)$ ,  $x^*$  se elimină, cu o siguranță a concluziei de cel puțin  $P^*$ ; în caz contrar, nu există motive suficiente de eliminare a valorii  $x^*$ .

Pentru eliminarea rapidă a eventualelor valori disparate, s-a elaborat un program pe calculator. În esență programul este conceput astfel: se introduc cele 16 sau 18 valori pentru mărimea  $a$  de exemplu. Aceste valori s-au determinat pe cele trei probe pentru aceeași sarcină de încercare și sunt luate atât pentru direcția longitudinală cât și pentru direcția transversală. Se aranjează șirul de numere introduse în ordine crescătoare, după care se calculează valoarea medie a acestora. Se afișează această valoare, după care se trece la controlarea diferenței maxime dintre valoarea medie și valoarea extremă, fie din stânga fie din dreapta. Primul număr controlat, după metoda expusă, este cel care se află la distanța cea mai mare față de prima medie calculată. Se calculează  $\bar{x}_{-1}$ ,  $\sigma_{-1}$  și  $t^*$  (evident fără valoarea care ar putea fi eliminată). Se determină în final mărimea  $t^*$  care se compară cu valoarea  $t$  aleasă inițial și care este introdusă de la început în program. Dacă numărul este eliminat se trece la calculul

următoarei valori medii (fără acest din urmă număr), după care operațiunea se repetă. Se reține ultima valoare medie care apare afișată pentru care nici un număr nu mai este eliminat.

Din anexa 1, [7], s-a ales pentru o probabilitate de 93% o valoare pentru  $t$  de 1,8. Această valoare s-a ales prin încercări efectuate prin rularea programului amintit. Aceste încercări au fost necesare pentru a avea o probabilitate, în privința siguranței eliminării, cât mai mare dar și pentru a nu se elimina foarte multe date citite.

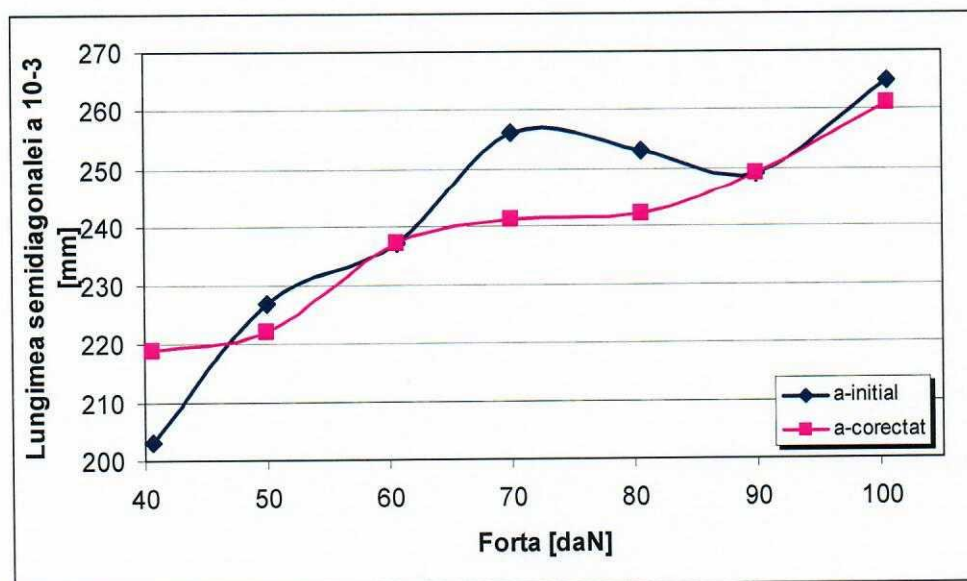
#### 1.4. Prelucrarea datelor experimentale

Valorile medii inițiale și cele corectate, atât pentru mărimea  $a$  cât și pentru  $c$  sunt prezentate în *tabelul 1.2*.

**Tab. 1.2.** Valori medii inițiale și corectate

F [kgf]	Media inițială		Media corectată	
	a [ $\mu\text{m}$ ]	c [ $\mu\text{m}$ ]	a [ $\mu\text{m}$ ]	c [ $\mu\text{m}$ ]
100,6	265	968	261	947
90	249	952	249	925
80,6	253	872	242	840
70	256	792	241	765
60,6	237	769	237	720
50	227	744	222	702
40,6	203	660	219	675

Pentru a vedea eficiența metodei, s-au trasat graficele pentru  $c$  și  $a$ , atât pentru valorile medii inițiale cât și pentru valorile medii corectate, (*figurile 1.4 și 1.5*).



**Fig. 1.4.** Variația  $a$  cu sarcina  $P$

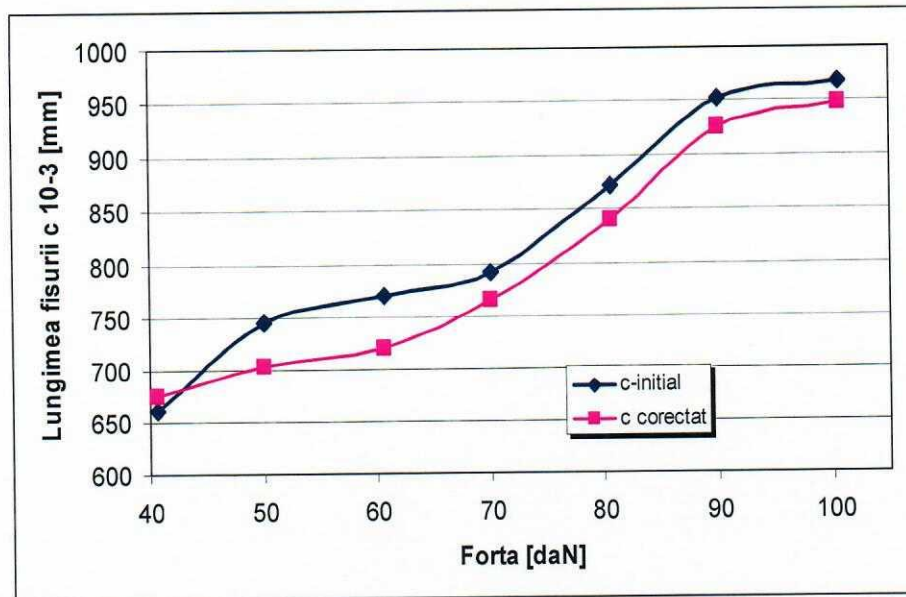


Fig. 1.5. Variația  $c$  cu sarcina  $P$

În aceste figuri se observă o mult mai bună aliniere a valorilor corectate față de cele medii și de asemenea apare posibilitatea de aproximare a curbei trasate pentru valorile corectate.

În figura 1.5 se poate remarca faptul că valorile eliminate pentru lungimea fisurii au fost cele superioare, conducând la o medie corectată mai mică față de media inițială. Putem trage concluzia că, propagarea unor fisuri, (cele a căror valoare a lungimii a trebuit eliminată), a avut loc pe direcții care conțin un număr mare de defecte iar propagarea fisurii a fost favorizată în acest caz.

Se observă de asemenea o creștere mai pronunțată a lungimii fisurii în intervalul de sarcini 60-90 kgf. Această creștere semnalată în graficul din figura 1.4 cât și faptul că pe aproximativ aceeași porțiune pe graficul din figura 1.5 (care arată variația lungimii semidiagonalei urmei lăsate) există un palier, se poate pune pe seama mărimii granulației și a dimensiunilor defectelor existente în material. Creșterea importantă a lungimii fisurii pe acest interval arată faptul că dezvoltarea este favorizată de mărimea defectelor existente în materialul ceramic. Energia de propagare a fisurii este destul de mare pentru ca defectele existente să nu poată inhiba propagarea acesteia ci dimpotrivă să o alimenteze și mai mult. La valori mai mari ale sarcinii, deci și ale lungimii fisurii, nucleația acesteia are loc în mod obișnuit. Dacă nu se găsește un drum cu energie minimă pentru care este favorizată propagarea catastrofală a fisurii, aceasta se ramifică iar fisura principală își pierde din energia de propagare. Pe primul interval de sarcini, creșterea redusă se datorează inhibării fisurii de către defectele existente. Practic, fisura nu are destulă energie pentru a străbate bariera impusă de golurile care apar în calea acesteia.

În ceea ce privește variația cu sarcina de rupere a mărimii urmei lăsate după penetrare, se poate concluziona că, palierul aflat în intervalul de sarcini 60-80 kgf, se datorește atingerii unui echilibru în ceea ce privește mărimea defectelor și cea a urmei.



Expresiile polinomiale cu ajutorul cărora se face aproximarea sunt trecute în partea de sus a graficelor din figurile 1.6 și 1.7.

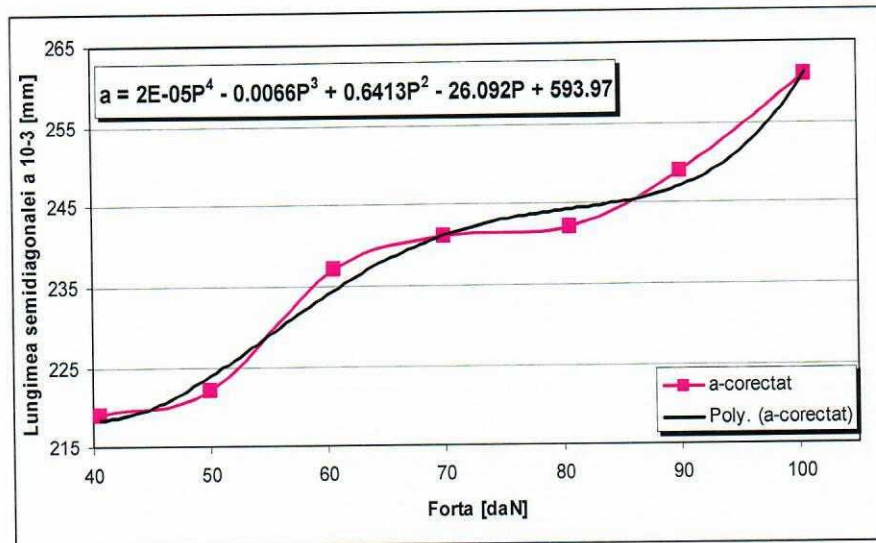


Fig. 1.6. Graficul  $a$  pentru valorile medii corectate și curba aproximativă

Polinoamele au gradul trei și aproximează destul de bine curbele valorilor medii **corectate** care dau variația cu sarcina a lungimii fisurii și a mărimii semidiagonalei urmei rezultate după pătrundere.

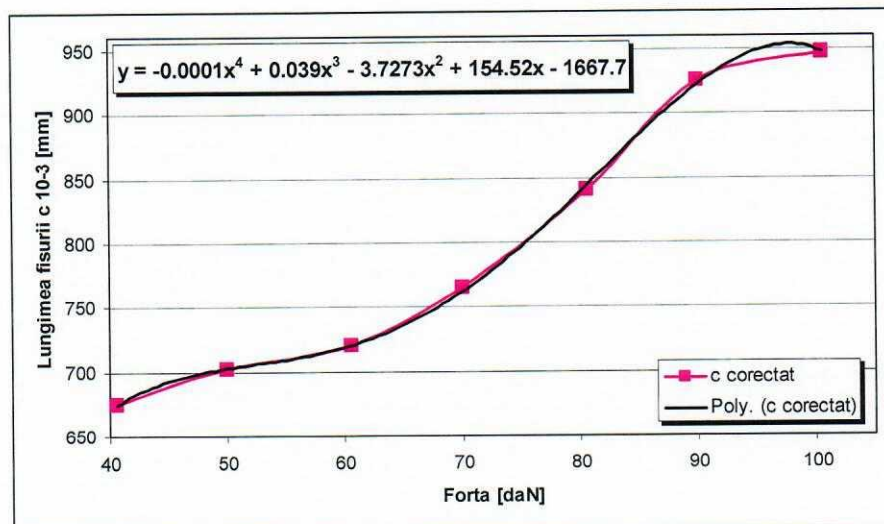


Fig. 1.7. Graficul  $c$  pentru valorile medii corectate și curba aproximativă

Din ambele grafice se observă o creștere atât a lungimii fisurii cât și a mărimii semidiagonalei bazei piramidei cu creșterea sarcinii de pătrundere. Totuși această creștere este mai pronunțată pentru lungimea fisurii propagate ca urmare a pătrunderii. Această creștere se datorește apropierii de sarcina critică de penetrare care introduce propagarea instabilă a fisurii. Din aceste grafice se pot observa mai bine palierele care se stabilesc la extremitățile intervalului de sarcini pentru lungimea fisurii și de asemenea palierul de la mijlocul intervalului pentru dimensiunea urmei.

Relația pentru calculul rezistenței la fisurare, față de cea propusă în ecuația (1.3) se modifică din necesitatea ca unitatea de măsură rezultată pentru tenacitatea la fisurare,  $K_{Ic}$ , să fie cea care se folosește în mod curent în lucrările întâlnite și anume  $MPa\sqrt{m}$ , **dacă unitățile de măsură pentru a și c se introduc în  $\mu m$** . În aceste condiții,  $\frac{P}{(a \cdot 10^{-3})^2}$  va rezulta în  $N/mm^2$  (MPa) iar  $\sqrt{a \cdot 10^{-6}}$  va rezulta în  $\sqrt{m}$ . Considerând și modificarea constantei  $\alpha=2$  în  $\alpha=2,16$ , relația pentru calculul rezistenței la fisurare devine:

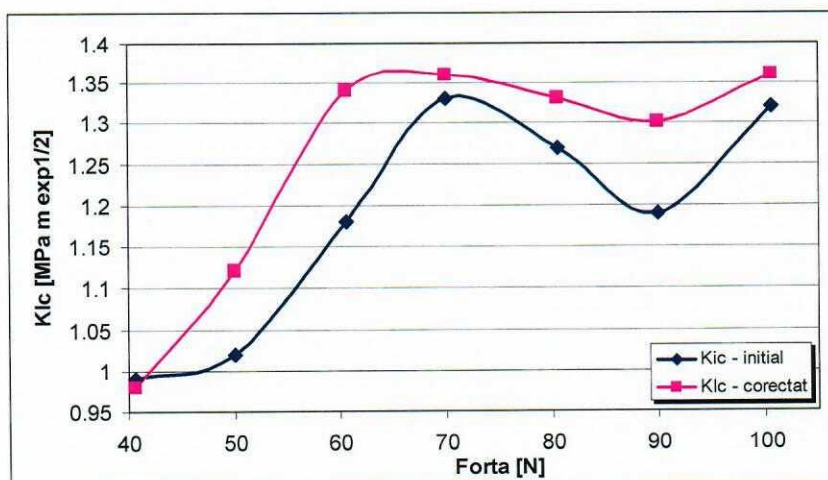
$$K_{Ic} = \frac{(1-2\nu) P \sqrt{a \cdot 10^{-6}}}{2,16 (a \cdot 10^{-3})^2 \sqrt{2\pi}} \ln \frac{a^2 + c^2}{c^2} \tag{1.20}$$

Valorile pentru  $K_{Ic}$ , medii inițiale și medii corectate, pentru materialul CER-110C sunt date în *tabelul 1.3*.

**Tab. 1.3.** Valorile medii ale  $k_{Ic}$  inițiale și corectate

F [kgf]	$K_{Ic}$ inițial	$K_{Ic}$ corectat
100,6	1,32	1,36
90	1,19	1,30
80,6	1,27	1,33
70	1,33	1,36
60,6	1,18	1,34
50	1,02	1,12
40,6	0,99	0,98

Graficul corespunzător acestor valori este prezentat în *figura 1.8*. În *figura 1.9* este dată curba ce aproximează variația rezistenței la fisurare,  $K_{Ic}$  cu sarcina de încărcare pentru valorile medii corectate.



**Fig. 1.8.** Variația  $k_{Ic}$  cu sarcina P

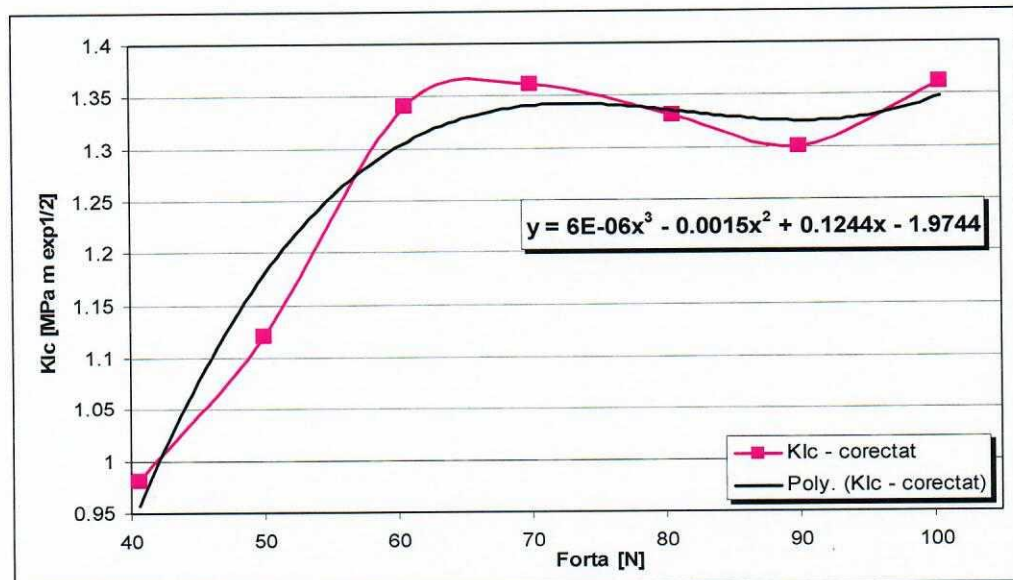
Din curbele prezentate în cele două grafice se observă o creștere pronunțată a rezistenței la fisurare  $K_{Ic}$ , în raport cu creșterea sarcinii, pe prima parte a intervalului. Acest lucru se datorește faptului că mărimea  $a$  are o creștere mai puțin pronunțată față de mărimea  $c$  pe intervalul menționat. Se observă apoi, mai ales din curba valorilor medii corectate, un palier în ceea ce privește variația rezistenței la fisurare cu sarcina de pătrundere  $P$ .

Acest palier se plasează în domeniul de sarcini, 60-80 kgf. Se poate astfel admite  $K_{Ic} = 1,36 \text{ MPa m}^{1/2}$  ( $P=80 \text{ kgf}$ ), ca fiind valoarea reprezentativă pentru acest material.

Se stabilește astfel și sarcina de 80 kgf. ca fiind cea necesară pătrunderii în vederea obținerii unei valori pentru  $K_{Ic}$  care să caracterizeze materialul CER-110C.

Observând datele din *tabelul 1.3*, se constată că valoarea obținută pentru materialul CER-110C este comparabilă cu valorile reprezentative pentru material ceramic din aceeași categorie.

Toate datele prezentate până acum se referă la materialul **CER110C**.



**Fig. 1.9.** Curba  $K_{Ic}$  -valori corectate și curba aproximativă

Pentru materialul **CER-110A** s-a observat o mai mare neuniformitate a rezultatelor obținute și de asemenea o distrugere mai pronunțată în procesul de pătrundere pentru sarcini mai mici. Acest lucru a făcut destul de dificil de măsurat lungimea fisurii propagate  $c$  și mărimea semidiagonalei bazei piramidei  $a$ . Datele prezentate sunt pentru aceleași valori ale sarcinii de penetrare dar începând de la 50 kgf deoarece la valori mai mici urmele devin neclare. În *tabelul 1.4* se prezintă valorile medii și a celor obținute ca urmare a aplicării programului de corecție a valorilor citite la microscop pentru materialul CER-110A. Cu ajutorul acestor date s-au trasat curbele de variație din *figurile 1.10, 1.11 și 1.12*.

În *figura 1.10* s-a trasat variația lungimii fisurii propagate, (valori medii inițiale și corectate), cu sarcina de încărcare.

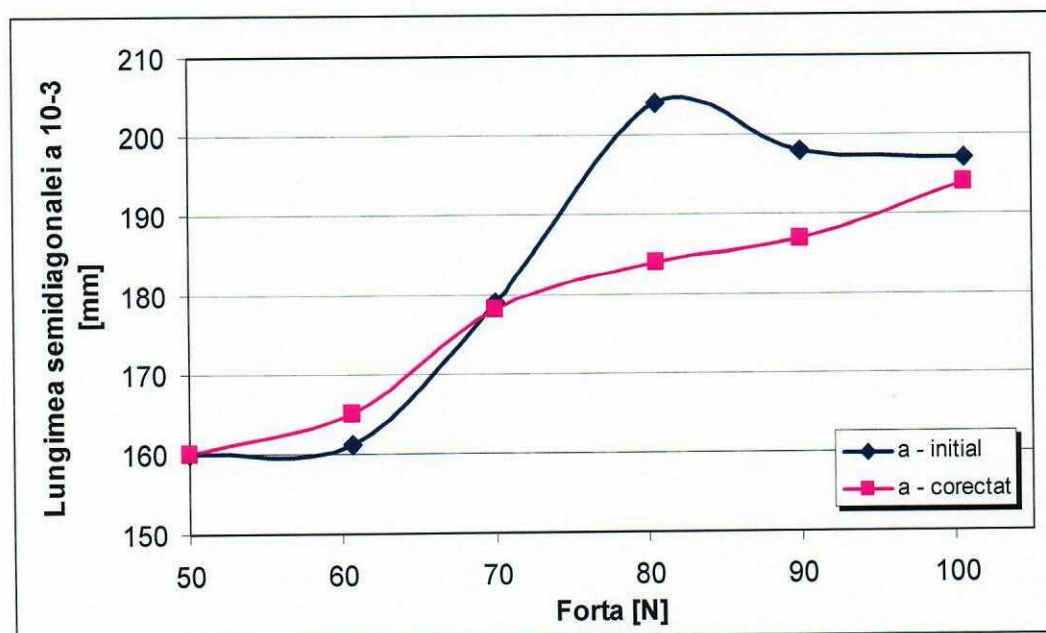
Se poate remarca și aici o creștere a lungimii fisurii cu creșterea sarcinii de încărcare și de asemenea corecția făcută valorilor medii obținute din șirul de valori măsurate. Această creștere însă, spre deosebire de cea de la materialul CER-110C, este mai pronunțată.

**Tab. 1.4.** Valori medii, inițiale și corectate pentru  $a$ ,  $c$  și  $K_{Ic}$

F [kgf]	Valori medii inițiale			Valori medii corectate		
	a [ $\mu\text{m}$ ]	c [ $\mu\text{m}$ ]	$K_{Ic}$ [MPam <sup>1/2</sup> ]	a [ $\mu\text{m}$ ]	c [ $\mu\text{m}$ ]	$K_{Ic}$ [MPam <sup>1/2</sup> ]
100.6	197	1052	0.98	194	1024	1.03
90	198	907	1.18	187	961	1.06
80.6	204	936	1.01	184	883	1.11
70	179	785	1.16	178	766	1.21
60.6	161	692	1.22	165	692	1.24
50	160	577	1.61	160	577	1.43

În figura 1.10 s-au trasat curbele pentru valorile medii și cele corectate ale lungimii semidiagonalei bazei piramidei. Si aici creșterea este mai pronunțată față de cea stabilită pentru CER110C. Astfel, se poate remarca pentru CER 110A o compactitate mai mare din care rezultă și defecte preexistente cu dimensiuni mai mici ceea ce face ca variațiile pentru lungimea fisurii și lungimea semidiagonalei urmei lăsate după penetrare să fie mai uniforme în raport cu sarcina de penetrare.

Se remarcă de asemenea corecția adusă valorilor medii și se observă o aplatizare, a curbei spre valorile mai mari ale sarcinii, la acest grafic față de cel anterior.



**Fig. 1.10.** Variația  $a$  cu sarcina  $P$

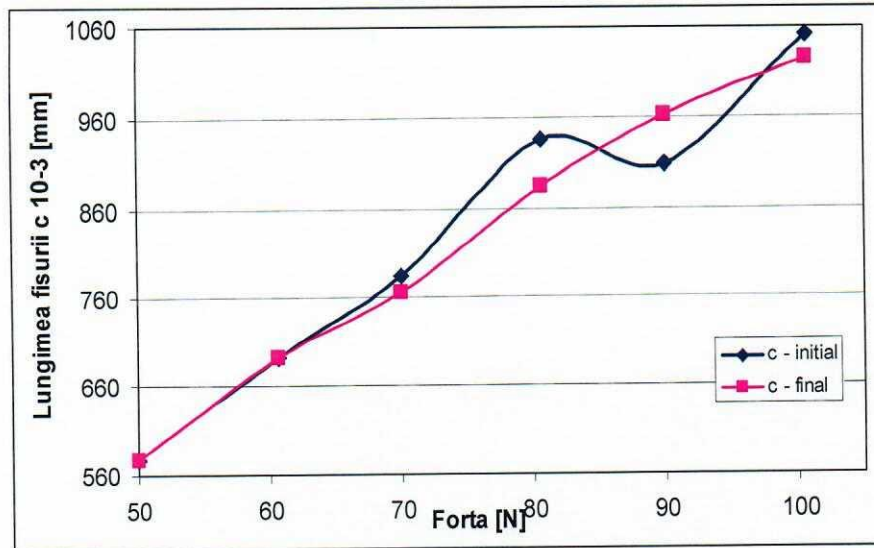


Fig. 1.11. Variația  $c$  cu sarcina  $P$

Variația  $K_{Ic}$  cu sarcina de încărcare este arătată în figura 1.12.

Spre deosebire de CER-110C, pentru materialul CER-110A, această variație este diferită. Se observă o tendință de scădere a rezistenței la fisurare  $K_{Ic}$  cu sarcina de încărcare. Acest lucru se datorește faptului că variația mărimii  $a$  (semidiagonala urmei lăstate după penetrare), prezintă o creștere mai pronunțată în raport cu sarcina de penetrare față de materialul CER 110C și dată fiind relația (10) de calcul pentru  $K_{Ic}$  rezultă variația pentru tenacitatea la fisurare prezentată în figura 1.12.

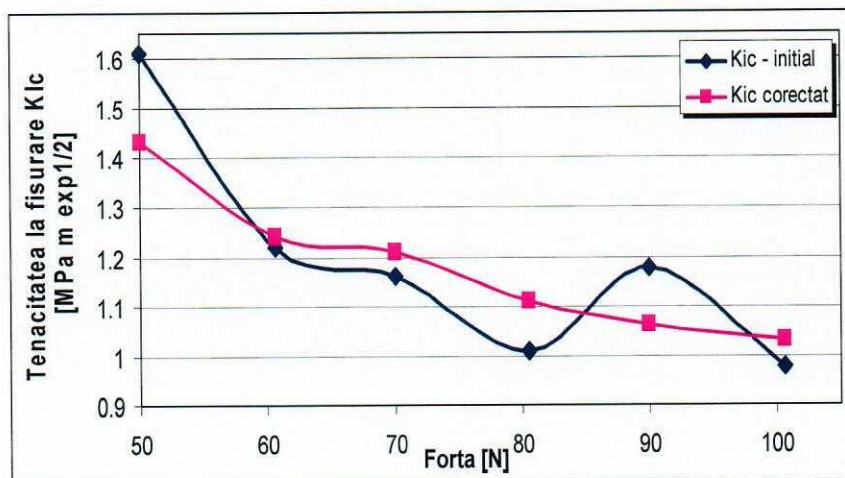


Fig. 1.12. Variația  $K_{Ic}$  cu sarcina  $P$

Pentru aceeași valoare a sarcinii care s-a luat în considerare la calculul  $K_{Ic}$  pentru materialul CER-110C, ( $P=80\text{kgf}$ ), tenacitatea la fisurare pentru materialul CER110A este:  $K_{Ic}=1,11 \text{ MPa}^{1/2}$ . S-a ales aceeași sarcină de pătrundere pentru a se putea face o comparație între rezultatele obținute pentru cele două materiale.

Se observă că, valoarea pentru tenacitatea la fisurare este mai mică pentru CER-110A decât cea determinată pentru CER-110C. Se constată astfel că un material mai compact dar

care are probabil legături mai slabe are tenacitatea la fisurare mai mică decât un material care conține microdefecte de o anumită dimensiune și care pentru anumite sarcini de penetrare pot inhiba propagarea fisurii.

În figura 1.13 este prezentată curba  $K_{Ic}$  -valori corectate și curba aproximativă a acesteia.

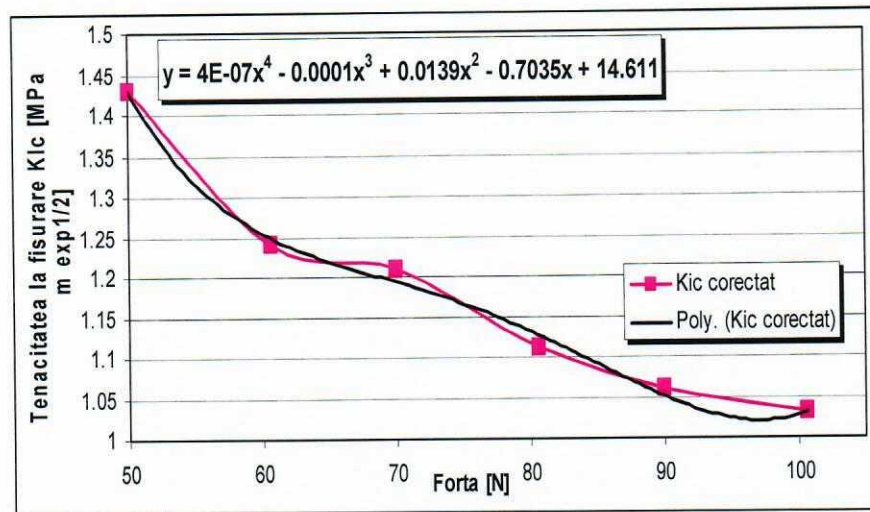


Fig. 1.13. Curba  $K_{Ic}$  -valori medii inițiale și curba aproximativă

## BIBLIOGRAFIE

- [1] V. Goanță, V. Palihovici, "Experimental Determination of Cracking Strength", Buletinul Institutului Politehnic Iași, Tomul XLV(IL), fasc. 1-2, pg. 249-256, 1999.
- [2]. M. Juanrong and J. Zongzhe, Evaluation of Microfracture Ceramics, High Tech Ceramics, pg. 1233-1238, 1987.
- [3]. H. Nayeb-Hashemi and C.A. Tracy, Fracture Toughness Evaluation of Advanced Ceramics by Microhardness Indentation, Experimental Mechanics. pg. 368-388, dec. 1991.
- [4]. S.F. Hoysan, On the Variability of Fracture Toughness, International Journal of Fracture, vol. 60, pg. R43, 1993.
- [5]. G. Lair, Fracture Mechanics and Finite Element Analysis, Mechanical Engineering, vol. 114, nr. 11, pg. 69, 1992.
- [6]. T.H. Gavignan and J. Steele, Applied Finite Element Modeling. Practical Problem Solving for Engineers, M. Decker, New York, 1989.
- [7] E. Rocha-Rangel, Fracture Toughness Determinations by Means of Indentation Fracture, Universidad Politécnica de Victoria México, 2011.
- [8]. Apostolescu N. Taraza D., "Bazele cercetării experimentale a mașinilor termice", Editura Didactică și Pedagogică, București, 1979.

## MECANICA RUPERII -- LABORATOR 2

DETERMINAREA EXPERIMENTALĂ A TENACITĂȚII LA FISURARE  
PRIN METODA COMPLIANȚEI

- 
- 2.1. Energia potențială liberă și variația acesteia în funcție de complianță  
 2.2. Măsurarea  $G_c$  prin metoda complianței  
 2.3. Determinări experimentale
- 

## 2.1. Energia potențială liberă și variația acesteia în funcție de complianță

Pentru ca o fisură să se poată propaga, trebuie să furnizăm materialului o energie suplimentară în vederea creșterii suprafeței fisurate – energia superficială + (eventual) energia pentru deformație plastică. Considerăm un solid ce conține o fisură de lungime  $2a$ . Energia mecanică sau energia potențială totală a sistemului este egală cu  $(W_e - L)$ ,  $W_e$  fiind energia elastică de deformație iar  $L$  este lucrul mecanic al sarcinilor exterioare. Dacă fisura crește cu  $da$ , figura 2.1, energia potențială scade cu  $d(W_e - L)$ .

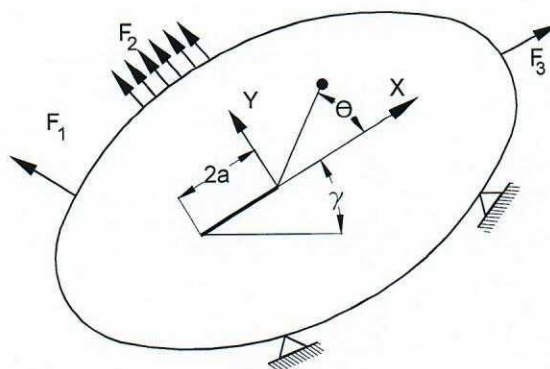


Fig. 2.1. Solid ce conține o fisură străpunsă

Se definește  $G$  ca fiind energia potențială totală liberă pe unitatea de suprafață nou formată ca urmare a propagării fisurii. Dacă solidul respectiv se consideră a fi o placă de grosime egală cu unitatea, vom avea:

$$G = -\frac{d(W_e - L)}{da} = \frac{d(L - W_e)}{da} \quad (2.1)$$

în care  $G$  este energia disponibilă pentru a face ca fisura să avanseze sau energia potențială eliberată sau „forța” de extensie a fisurii.

Fisura se va propaga brusc atunci când  $G$  atinge o valoare critică  $G_c$ . În cazul materialelor foarte fragile  $G_c$  este egal cu de două ori energia superficială:  $G_c=2\gamma_s$ . Pentru materialele ductile  $G$  include termenul energetic datorat deformației plastice localizate la vârful fisurii, sistemul având o comportare elastică în ansamblu. Termenul  $G_c$  poate cuprinde, de asemenea, și alți termeni ai energiei disipate prin propagarea fisurii.

Considerăm o placă de grosime egală cu unitatea, ce conține o fisură străpunsă, supusă la tracțiune de către forța  $F$ , figura 2.2.

Aplicarea acestei solicitări antrenează deplasarea punctului de aplicație al forței cu  $v$ . Presupunând că are loc o propagare a fisurii cu  $da$ , aria acesteia crește cu  $dA$  iar  $v$  și  $F$  variază cu  $dv$  respectiv  $dF$ . În aceste condiții, variația lucrului mecanic al sarcinilor exterioare,  $dL$ , este egal cu  $(F \cdot dv)$  iar variația energiei elastice a sistemului,  $dW_e$ , este egală cu  $d\left(\frac{1}{2}Fv\right)$ .

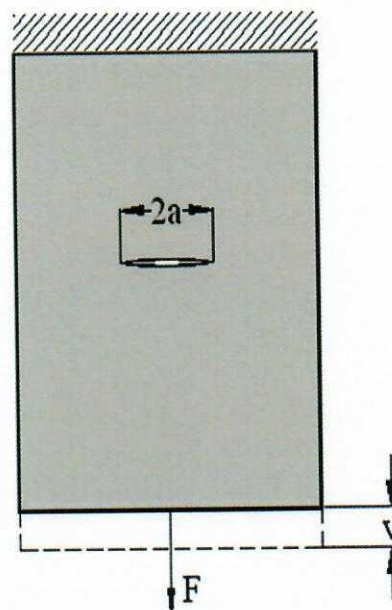


Fig. 2.2. Placă cu o fisură centrală străpunsă

Conform relației (2.1) vom avea:

$$Gda = dL - dW_e = Fdv - d\left(\frac{1}{2}Fv\right) \quad (2.2)$$

În această relație nu există termenii corespunzători unei deformații plastice deoarece nu există deformații plastice în ansamblul plăcii. Termenul  $(G \cdot da)$  poate include întreaga energie de la vârful fisurii (superficială, de deformație plastică, etc.).

Vom examina două cazuri de încărcare: atunci când forța  $F$  rămâne constantă în timpul propagării fisurii și atunci când deplasarea  $v$ , a punctelor sale de aplicație, rămâne constantă.

**A. Solicitare la încărcare constantă ( $F=\text{const.}$ ), atunci când fisura se propagă cu  $da$ , iar punctul de aplicație al forței se deplasează cu  $dv$ , figura 2.2.**

Pentru o mașină infinit moale este impusă încărcarea. Atât timp cât fisura nu se propagă, deplasarea  $v$  este proporțională cu  $F$  deoarece ne aflăm în domeniul elastic. Presupunem că la încărcarea  $F=\text{const.}$  lungimea fisurii crește rapid cu  $da$ , figura 2.3.

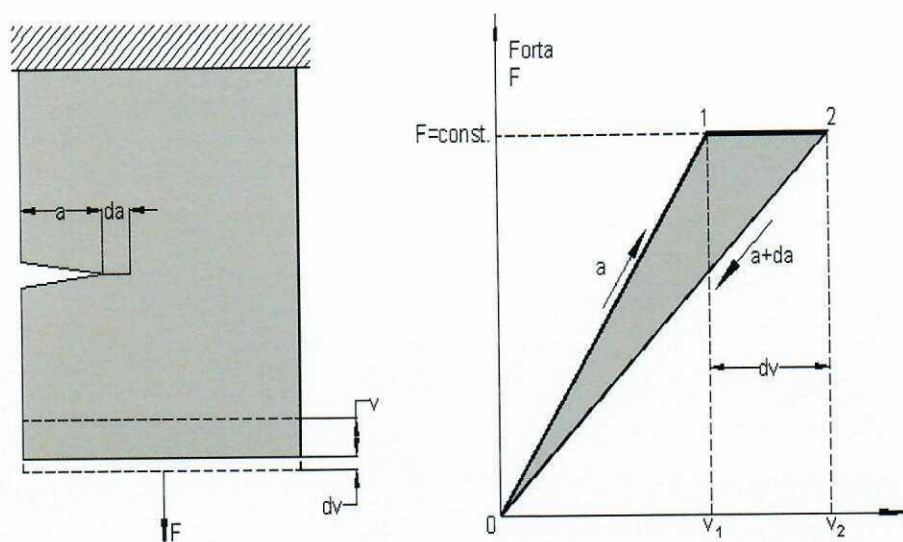
Atunci când fisura crește cu  $da$ , placa se alungește cu  $dv$  - de la  $v_1$  la  $v_2$ , la forță constantă. Considerăm bilanțul energetic dat de relația (2.2). În cazul propagării fisurii energia elastică a sistemului variază cu:

$$dW_e = \frac{1}{2}d(Fv) = \frac{1}{2}(vdF + Fdv)$$

Intrucât  $v \cdot dF \approx 0$  va rezulta:

$$dW_e = \frac{1}{2}Fdv$$





**Fig. 2.3.** Curbele de solicitare pentru fisurile de lungime  $a$  și  $(a+da)$

Se definește complianța epruvetei fisurate,  $C(a)$ , care depinde de lungimea fisurii, prin relația:

$$C(a) = \frac{v(a)}{F(a)} \quad (2.3)$$

Complianța reprezintă inversa pantei dreptei 0-1. Astfel, vom avea:

$$dW_e = \frac{1}{2} F dv = \frac{1}{2} F d(C \cdot F) = \frac{1}{2} F \left( \frac{\partial C}{\partial a} F + \frac{\partial F}{\partial a} C \right) da$$

Deoarece  $F = \text{const.}$  rezultă că  $\frac{\partial F}{\partial a} = 0$  și ca urmare:

$$dW_e = \frac{1}{2} F^2 \frac{\partial C}{\partial a} da \quad (2.4)$$

Atunci când are loc propagarea fisurii, variația lucrului mecanic al forțelor exterioare va fi:

$$dL = F dv = F^2 \frac{\partial C}{\partial a} da$$

Având în vedere ultimele două relații și utilizând relația (2.2) se deduce:

$$G da = \frac{1}{2} F^2 \frac{\partial C}{\partial a} da$$

în care  $G da$  reprezintă aria hașurată 0-1-2-0 din figura 2.3.

Ca urmare, energia disponibilă pentru a face ca fisura să se propage va fi dată de relația:

$$G = \frac{1}{2} F^2 \frac{\partial C}{\partial a} \quad (2.5)$$

Astfel, la încărcare constantă energia elastică a sistemului crește dar lucrul mecanic al forțelor exterioare trebuie să aibă o astfel valoare încât variația totală a energiei potențiale  $d(-L+W_e)$  să reprezinte o diminuare. Altfel spus, lucrul mecanic efectuat de sarcinile exterioare este utilizat, jumătate pentru creșterea energiei elastice a sistemului,  $W_e$ , cealaltă jumătate fiind furnizat pentru a face să avanseze fisura,  $(G \cdot da)$ .

**B. Solicitare în condiții de deformare impusă – mașină infinit „dură” sau cu bacurile de prindere fixe**

Pentru o mașină la care deplasarea  $v$  este constantă ( $dv=0$ ), este impusă deformația (sau alungirea). În acest caz, atunci când fisura crește rapid cu  $da$ , figura 2.4, forța scade de la valoarea  $F_1$  la  $F_2$  (de la punctul 1 la punctul 2).

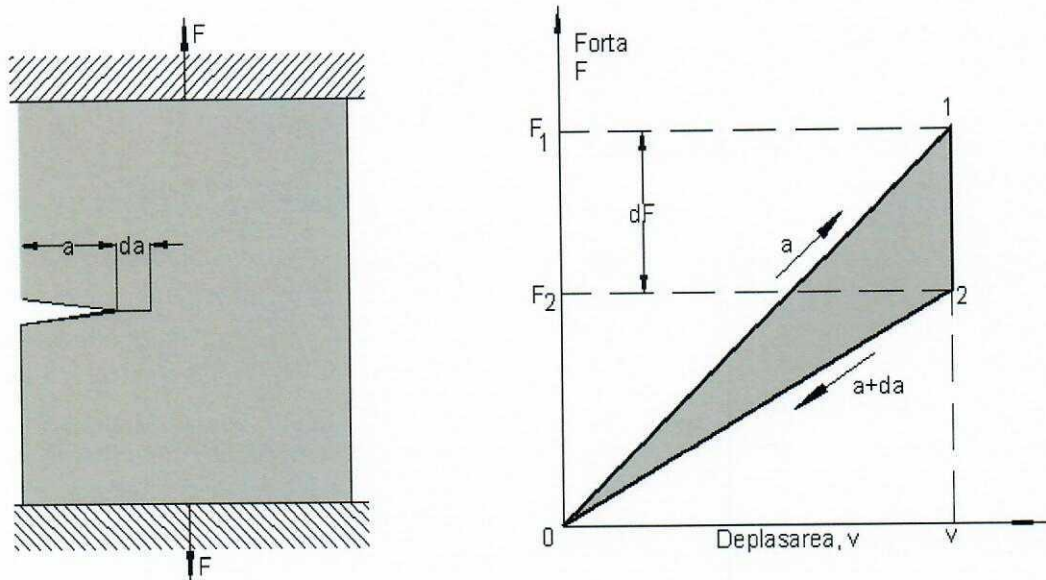


Fig. 2.4. Evoluția sistemului la deplasare impusă

Lucrul mecanic al sarcinilor exterioare este egal cu zero:  $L=F \cdot dv=0$ , iar energia elastică a sistemului scade tocmai datorită propagării fisurii:

$$dW_e = \frac{1}{2} d(Fv) = \frac{1}{2} (vdF + Fdv)$$

Intrucât  $Fdv = 0$ , va rezulta:

$$dW_e = \frac{1}{2} (vdF)$$

Tinând cont de relația (2.3) vom avea:

$$dF = d \left[ \frac{v(a)}{C(a)} \right] = \left( \frac{1}{C} \frac{\partial v}{\partial a} - \frac{v}{C^2} \frac{\partial C}{\partial a} \right) da = -\frac{v}{C^2} \frac{\partial C}{\partial a} da \text{ întrucât } \frac{\partial v}{\partial a} = 0$$

Așadar va rezulta:

$$dW_e = -\frac{1}{2} \frac{v^2}{C^2} \frac{\partial C}{\partial a} da$$

și întrucât  $v=F \cdot C$ , vom avea:

$$dW_e = -\frac{1}{2} F^2 \frac{\partial C}{\partial a} da$$

Tinând cont de relația (2.2) va rezulta:

$$Gda = dL - dW_e = -\frac{1}{2} F^2 \frac{\partial C}{\partial a} da, \text{ întrucât } dL=0$$

și ca urmare:

$$G = \frac{1}{2} F^2 \frac{\partial C}{\partial a}$$

regăsindu-se expresia (2.5) a energiei disponibile pentru propagarea fisurii în cazul solicitării cu încărcare constantă.

Astfel, la deformație impusă, ca urmare a solicitării exterioare cu forța  $F$ , în placă se stochează o anumită energie elastică. Fără ca lucrul mecanic exterior să varieze, respectiva energie elastică stocată scade cu o anumită cantitate care este utilizată pentru propagarea fisurii. Termenul ( $G \cdot da$ ), în cazul solicitării la deformație impusă, este reprezentat de aria hașurată 0-1-2-0 din *figura 2.4*.

Observații.

1. Pentru o placă de grosime  $b$  se poate scrie:
- 2.

$$G \cdot b \cdot da = dL - dW_e$$

adică:

$$G = \frac{1}{2} \frac{F^2}{b} \frac{\partial C}{\partial a} \tag{2.6}$$

3. Se poate exprima  $G$  și în funcție de rigiditatea  $k$  a sistemului (pentru o placă cu  $b=1$ ):

$$k = \frac{F}{v} = \frac{1}{C}$$

$$G = \frac{1}{2} F^2 \frac{\partial C}{\partial a} = \frac{1}{2} F^2 \frac{\partial}{\partial a} \left( \frac{1}{k} \right) = -\frac{1}{2k^2} F^2 \frac{\partial k}{\partial a} = -\frac{v^2}{2} \frac{\partial k}{\partial a}$$

S-a constatat faptul că  $G$  este independent de modul de propagare a fisurii: la încărcare constantă sau la deformație impusă. Ca urmare:

$$G = \frac{1}{2} F^2 \frac{\partial C}{\partial a} = \left( \frac{\partial W_e}{\partial a} \right)_{F=\text{const.}} = - \left( \frac{\partial W_e}{\partial a} \right)_{v=\text{const.}}$$

În cele două cazuri  $G$  este egală cu derivata energiei elastice cu semn schimbat, în cazul în care  $v=\text{const.}$ , întrucât  $W_e$  crește la încărcare constantă și scade la deplasare constantă. Așadar, la încărcare constantă energia pentru propagarea fisurii se bazează pe creșterea lucrului mecanic exterior  $\left( \frac{1}{2} F dv \right)$ , crescând în același timp și energia elastică acumulată în placă. La deplasare constantă (deformații impuse) energia pentru propagarea fisurii se bazează pe diminuarea energiei elastice acumulată în placă anterior ca urmare a solicitării cu forța  $F$ .  $G$  nu depinde de constantele elastice ale materialului sau de geometria epruvetei utilizate dar depinde de modul în care sistemul va evolua ulterior, prin complianța  $C$ .

## 2.2. Măsurarea $G_c$ prin metoda complianței

Termenul  $(G \cdot da)$  reprezintă energia disponibilă pentru propagarea fisurii cu  $da$ . Pentru ca fisura să se poată propaga trebuie ca  $G$  să atingă valoarea critică  $G_c$  sau ca încărcarea să atingă o valoare critică astfel încât aria 0-1-2-0 (*figurile 2.3 și 2.4*) să fie egală cu  $(G_c \cdot da)$ .

$G_c$  se poate determina utilizând relația (2.6), cu condiția de a cunoaște variația complianței în funcție de lungimea fisurii, respectiv termenul  $\frac{\partial C}{\partial a}$ . Pentru a determina funcția  $C(a)$  este suficient să determinăm variația  $F(v)$  pentru mai multe epruvete cu aceeași configurație generală, diferențiindu-se doar prin lungimea fisurii.

Pentru fiecare din probele 1, 2, ..., i, ..., n se vor măsura lungimile corespunzătoare ale fisurilor, respectiv  $a_1, a_2, \dots, a_i, \dots, a_n$ . Fiecare probă se caracterizează printr-o anumită complianță dată de relația  $C = \frac{v}{F}$  în care  $v$  reprezintă deplasarea punctelor de aplicație ale forței  $F$ . Fiecare probă având fisuri cu lungimile  $a_1, a_2, \dots, a_i, \dots, a_n$  se supune la tracțiune în domeniul liniar elastic obținându-se dependența  $F(v)$ , *figura 2.5a*.

Pentru fiecare probă cu lungimea fisurii  $a_i$ , prin raportul  $\frac{v}{F}$  se obține dependența  $C(a)$ , *figura*

*2.5b*. Pentru o probă cu lungimea fisurii intermediară,  $a_1 < a_i < a_n$ , se determină  $\left( \frac{\partial C}{\partial a} \right)_{a=a_i}$  reprezentat grafic în *figura 2.5b*. Aceeași probă cu lungimea fisurii  $a_i$  se supune la tracțiune până la rupere obținându-se forța critică  $F_c$  care a dus la distrugere. Introducând valorile obținute pentru  $\left( \frac{\partial C}{\partial a} \right)_{a=a_i}$  și  $F_c$  în relația (2.6), se obține valoarea critică  $G_c$  a energiei disponibile pentru ca fisura existentă să se propage și să se transforme într-o fisură instabilă.

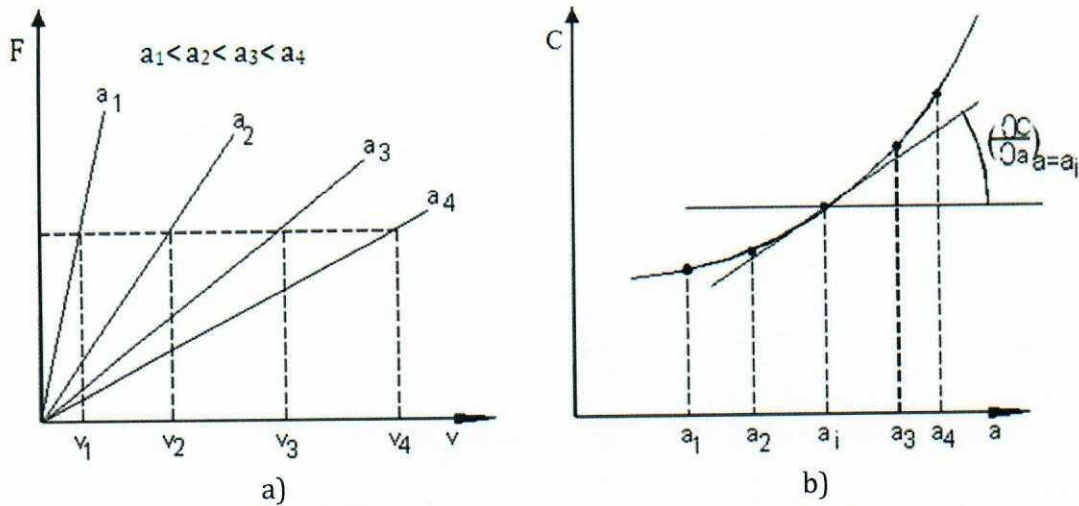


Fig. 2.5. Determinarea  $G_c$  cu ajutorul complianței

### 2.3. Determinări experimentale

În cadrul laboratorului încercările se vor face pe un set de probe compacte, figura 2.6.

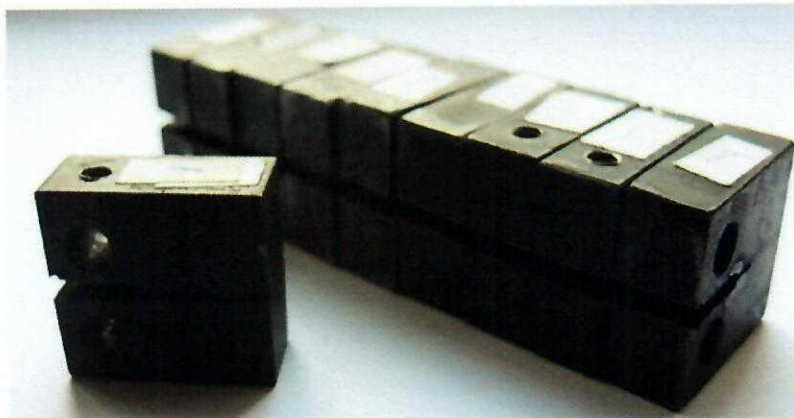


Fig. 2.6. Probele compacte pe care se vor face determinările

Configurația și dimensiunile acestor probe sunt standardizate conform ASTM E399, figura 2.7.

Aceste probe se caracterizează prin următoarele:

- Probele sunt confecționate din același material;
- Probele au aceleași dimensiuni și aceeași prelucrare a suprafețelor;
- Abaterile sunt în șirul celor prevăzute de standardul ASTM E399;
- În prelungirea creștăturii, probele prezintă fisuri propagate prin oboseală și care au lungimi diferite.

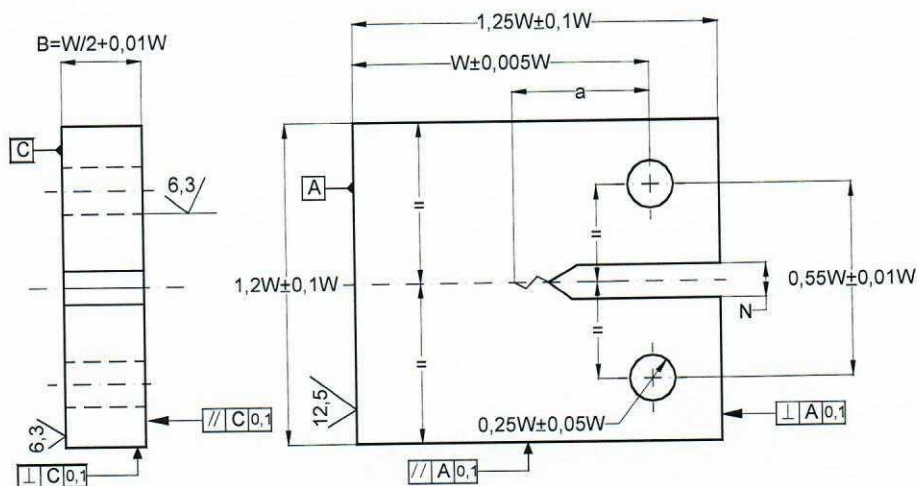


Fig. 2.7. Dimensiunile probei compacte de tracțiune

Dimensiunile probelor vor trebui măsurate, în vederea determinării lungimii fisurii, pentru fiecare dintre acestea. În acest sens, se vor face măsurători succesive, și, cu ajutorul unor calibre, se va determina lungimea fisurii, care, prin definiție, reprezintă distanța de la centrul găurilor utilizate pentru aplicarea forțelor până la vârful fisurii propagate prin oboseală, figura 2.7 și figura 2.8.

Din figura 2.8 se poate deduce:

$$a = c - (b - w) - (e - d / 2)$$

în care:

- a este lungimea fisurii propagate prin oboseală;
- c este dimensiunea unui calibru ce poate ajunge până la capătul fisurii – se măsoară;
- b, d, e și w sunt dimensiuni măsurate.

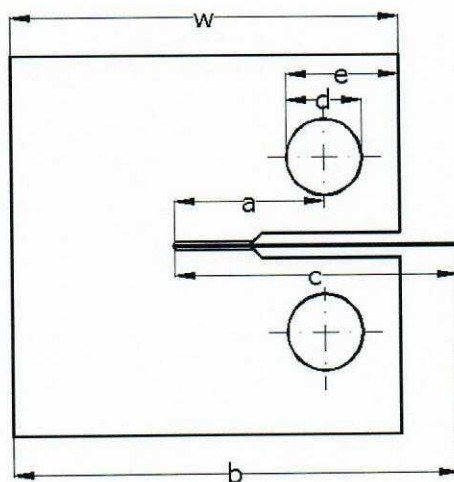
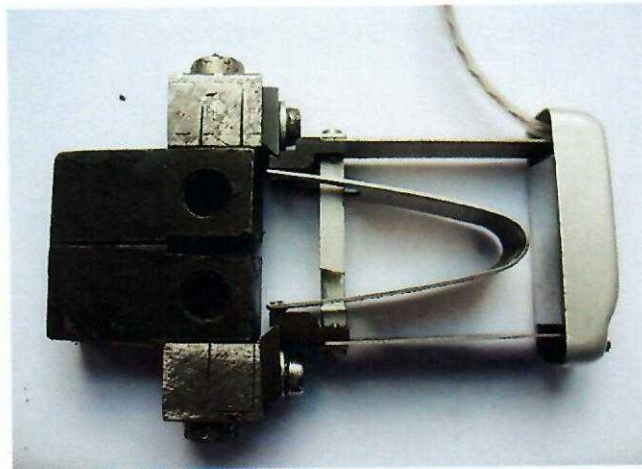


Fig. 2.8. Dimensiuni măsurabile în vederea determinării lungimii fisurii

Pentru determinarea tenacității prin metoda complianței este necesară, mai întâi, trasarea unei dependențe între forța de solicitare  $F$  și deplasarea  $v$  la deschiderea flancurilor fisurii. În acest scop, pe epruveta compactă se montează un traductor de tip „clip-on-gage”, figura 2.9. Pe acest traductor sunt montate patru mărci tensometrice legate în punte

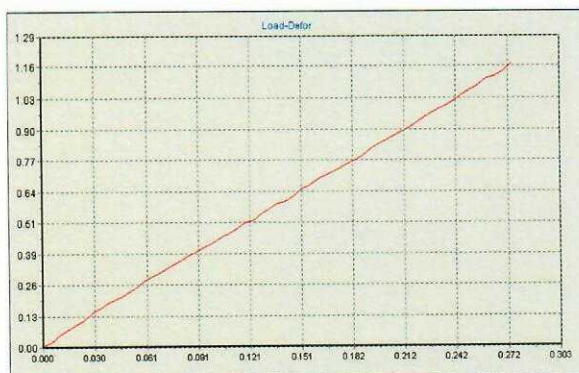
Wheastone, ce vor transmite semnal la punte tensometrică Vishay de tip P3, *figura 2.10*, atunci când proba compactă este supusă solicitării de tracțiune în domeniul elastic, de către mașina universală de încercat.



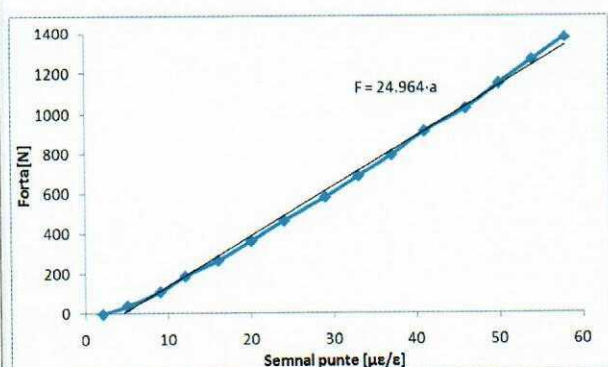
**Fig. 2.9.** Dispozitiv utilizat pentru determinarea deplasării la deschiderea flancurilor fisurii



**Fig. 2.10.** Puntea tensometrică Vishay P3



**Fig. 2.11.** Grafic Forță-deplasare, obținut de la mașina de încercat



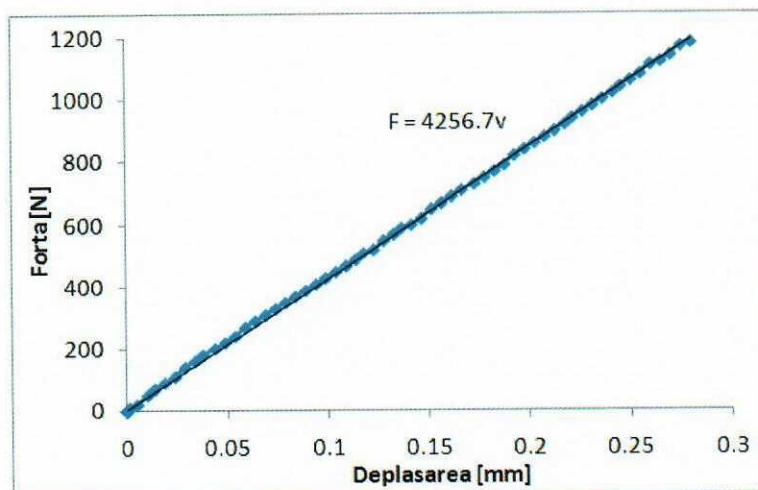
**Fig. 2.12.** Variația forței în raport cu semnalul de la puntea tensometrică

Așa cum se poate constata din *figura 2.11*, de la mașina de încercat se obțin, în domeniul elastic, variația forței în raport cu deplasarea punctelor de aplicație ale acesteia.

De la puntea tensometrică Vishay se obține un fișier de date ce conține semnalul de la puntea tensometrică furnizat de dispozitivul/traductorul de tip „clip-on-gage”. Eliminându-se timpul din cele două fișiere de date, cel obținut de la mașina de încercat și cel obținut de la puntea tensometrică, se va obține o dependență între forța de încercare și semnalul traductorului, *figura 2.12*. Semnalul de la puntea tensometrică va fi în  $\mu\epsilon/\epsilon$ .

Anterior, cu ajutorul unui dispozitiv micrometric de măsurare a deplasării, **semnalul traductorului se calibrează**, astfel încât acesta să poată fi convertit în deplasare măsurată în mm. În aceste condiții, pentru toate probele încercate, se va putea trasa dependența forței în raport cu deplasarea la deschiderea flancurilor fisurii, așa cum sunt prezentate acestea în *figura 2.5a*. Prin trecerea datelor în Xcell și trasarea unei drepte de tendință, *figura 2.13*, se poate determina complianța ca fiind raportul  $v/F$ , respectiv:

$$C=v/F=1/4256=23,4\cdot 10^{-5}$$



**Fig. 2.13.** Dreaptă de variație a forței în raport cu deplasarea flancurilor fisurii

Această determinare se aplică pentru toate probele avute la dispoziție. În continuare se va trasa graficul de variație a complianțelor în raport cu lungimea fisurii, presupunându-se faptul că, din punct de vedere geometric și de material, probele sunt identice, la acestea variind doar lungimea fisurii propagate, din creșterea, prin oboseală, *figura 2.14*.

Una din probele, a cărui lungime a fisurii este intermediară,  $a_i$ , se va supune la tracțiune până la rupere. În aceste condiții, se va determina forța  $P_Q$  la care fisura începe să se propage. În funcție de tipul de material utilizat, aspectul curbei  $F-v$  ( $v$  fiind deplasarea punctelor de aplicație a forței) poate fi unul dintre cele reprezentate în *figura 2.15*.

Forța  $P_Q$  se determină la intersecția unei drepte înclinate cu 5% în raport cu dreapta de elasticitate din curba forță-deplasare. În relația (2.6) forța  $F=P_Q$ .

Pe de altă parte, din graficul Complianță-Lungimea fisurii, *figura 2.14*, în dreptul lungimii fisurii corespunzătoare probei rupte,  $a_i$ , se determină valoarea raportului  $\left(\frac{\partial C}{\partial a}\right)_{a=a_i}$ .



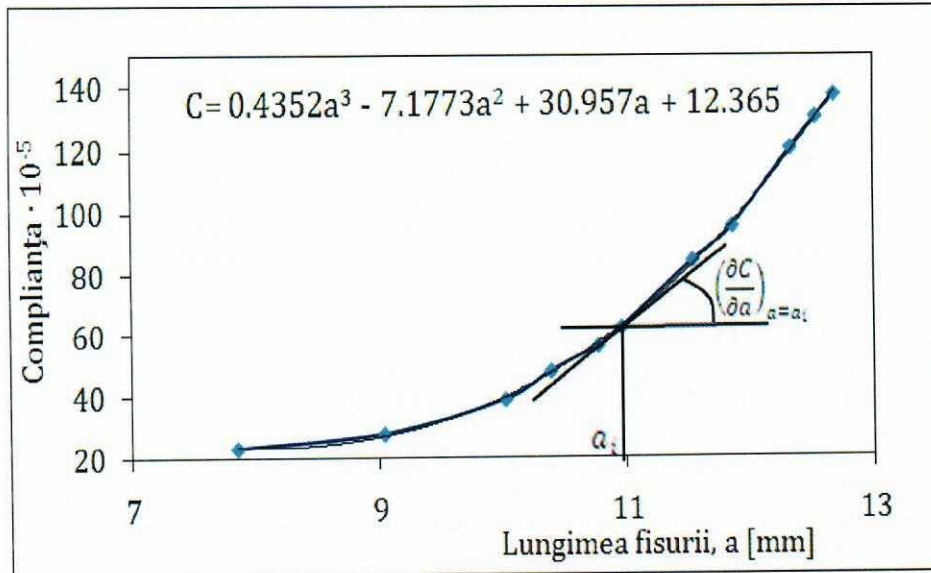


Fig. 2.14. Variația complianței în raport cu lungimea fisurii

Pentru relația din figura 2.14, avem:

$$\left(\frac{\partial C}{\partial a}\right)_{a=a_i} = (1.3056a^2 - 14.3546a + 30.957)_{a=a_i}$$

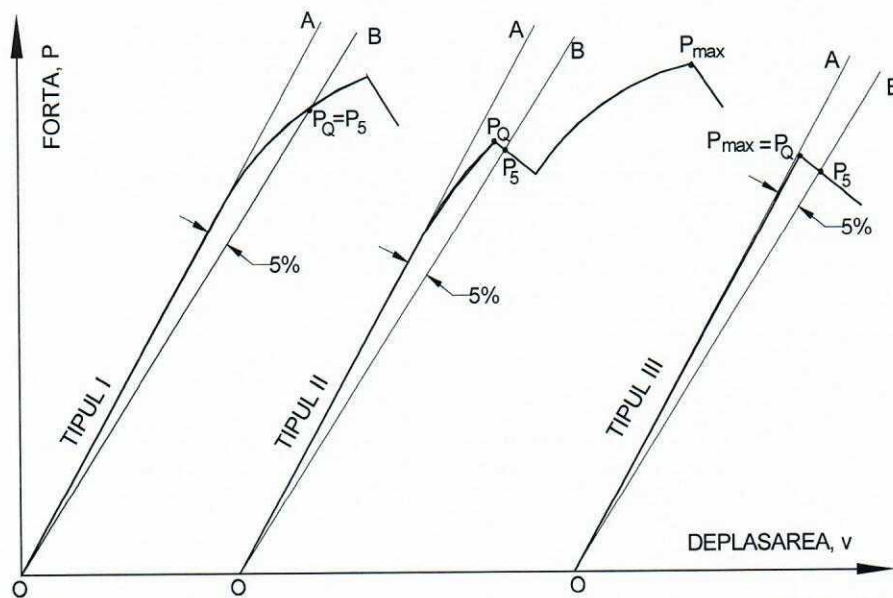


Fig. 2.15. Principalele tipuri de curbe caracteristice la solicitarea probei compacte

Introducându-se în relația (2.6) valorile pentru:  $b$ ,  $F=P_Q$  și  $\left(\frac{\partial C}{\partial a}\right)_{a=a_i}$ , obținute așa cum s-a descris anterior, se va determina **valoarea tenacității la fisurare** a materialului din care sunt confecționate probele testate, tenacitate exprimată prin  $G_c$ , respectiv energia disponibilă pentru propagarea fisurii.

## **BIBLIOGRAFIE**

- [1]. V. Goanță, Mecanica ruperii, Ed. Tehnopress, Iași, 2006.
- [2] E 1820 – 01, Standard Test Method for Measurement of Fracture Toughness
- [3] X. Chen, R. K. Nanstad, M. A. Sokolov, E. T. Manneschildt, Determining Ductile Fracture Toughness in Metals, Advanced Materials & Processes, 2014.
- [4] D. M. Fisher, R. J. Buzzard, Ohio Experimental Compliance Calibration of the Compact Fracture Toughness Specimen, Lewis Research Center Cleveland, Ohio, 1981.
- [5] \*\*\*, Method of Compliance with Fracture Toughness and Operational Requirements of 10 Cfr 50, Appendix G, BAW-10046. REV. 4 November 1999.

## MECANICA RUPERII - LABORATOR 3

## DETERMINAREA EXPERIMENTALĂ A VITEZEI DE PROPAGARE A FISURII

- 
- 3.1. Modelarea propagării fisurii prin oboseală
  - 3.2. Modele de calcul pentru viteza de propagare a fisurii
  - 3.3. Relații pentru calculul vitezei de propagare a fisurii
  - 3.4. Descriere program de încercări
  - 3.5. Efectuarea încercărilor
  - 3.6. Rezultate experimentale
- 

## 3.1. Modelarea propagării fisurii prin oboseală

Primele indicații cu privire la rezistența opusă de un material la inițierea fisurii și la propagarea acesteia sunt furnizate de curbele de durabilitate determinate pentru epruvetele netede. Evoluția unei fisuri în cursul propagării sale se poate urmări pe baza diagramei lungimea fisurii – numărul de cicluri aplicat  $N$ , figura 3.1.

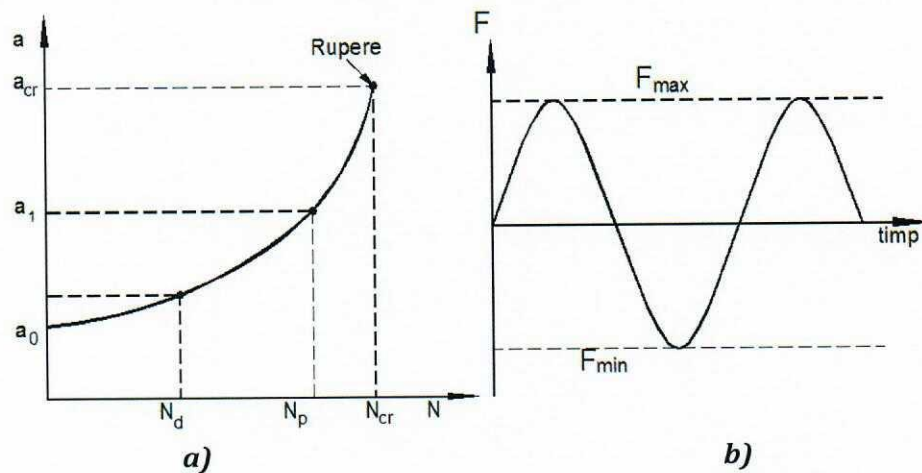
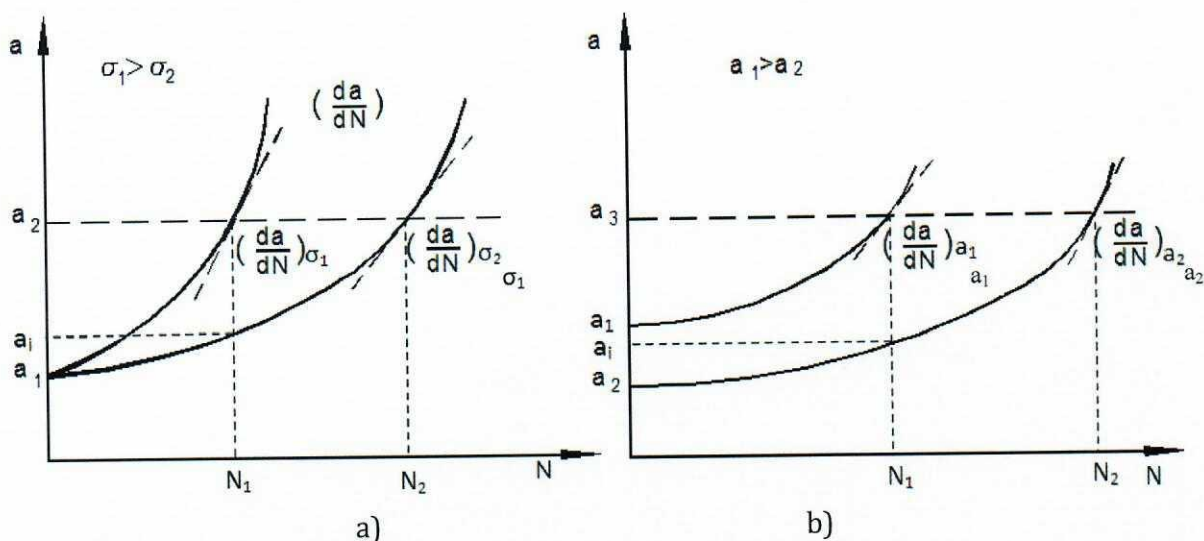


Fig. 3.1. Variația lungimii fisurii în timpul solicitării ciclice

Trasarea diagramei  $a-N$  constituie o problemă de bază în Mecanica ruperii deoarece, pe baza acesteia se poate aprecia durata de viață a unui element de rezistență sau a unei structuri în care s-a inițiat o fisură. Astfel, pentru propagarea unei fisuri cu lungimea inițială  $a_0$  până la lungimea  $a_1$ , numărul de cicluri necesari este  $N_p$ , figura 3.1a. Din figura 3.1a se pun în evidență următorii parametri:

- $a_0$  – lungimea fisurii inițiale;
  - $a_{cr}$  – lungimea critică a fisurii la care se produce ruperea finală;
  - $N_{cr}$  – numărul de cicluri necesar pentru propagarea până la rupere a unei fisuri cu lungimea inițială  $a_0$ .
-

Curbele de variație a lungimii fisurii în funcție de numărul de cicluri se pot trasa pentru mai multe nivele ale tensiunii maxime, la aceeași lungime a fisurii inițiale, *figura 3.2a*, sau pentru mai multe lungimi ale fisurii inițiale, la același nivel al tensiunii maxime, *figura 3.2b*.



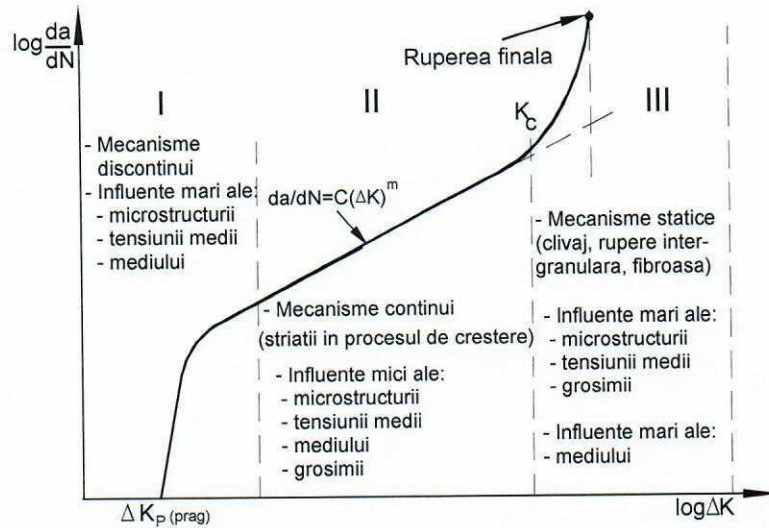
**Fig. 3.2.** Variația lungimii fisurii în timpul solicitării ciclice;

a) pentru aceeași lungime a fisurii inițiale; b) pentru același nivel al tensiunii maxime

Unul din parametrii de bază prin care se apreciază ruperea la oboseală este *viteza de propagare a fisurii*,  $\frac{da}{dN}$ , reprezentând lungimea cu care se propagă fisura pe un ciclu de solicitare. Pentru diferite lungimi ale fisurii, viteza de propagare a acesteia se poate obține calculând panta diagramei  $a-N$ . Viteza de propagare a fisurii  $\frac{da}{dN}$  depinde de lungimea fisurii inițiale și de nivelul sau amplitudinea tensiunii aplicate, mărimi care intervin în expresia factorului de intensitate a tensiunii  $K$ . În mod obișnuit, odată cu creșterea lungimii fisurii inițiale, respectiv cu creșterea nivelului de solicitare, crește viteza de propagare a fisurii de oboseală. Ca urmare, viteza de propagare a fisurii de oboseală poate fi corelată cu variația factorului de intensitate a tensiunii  $\Delta K$ ,  $\frac{da}{dN} = f(\Delta K)$ .

Pentru cele mai multe aliaje metalice, curba de variație a vitezei de propagare a fisurii în funcție de variația factorului de intensitate a tensiunilor poate fi schematizată ca în *figura 3.3*. *Regiunea I* prezintă o creștere medie a lungimii fisurii pe ciclu mai mică decât dimensiunea grăunților. Viteza de propagare a fisurii scade pe măsură ce ne apropiem de o valoare  $\Delta K_p$ , numită valoare de prag a factorului de intensitate a tensiunii. La o amplitudine a solicitării mai mare decât valoarea de prag,  $\frac{da}{dN}$  crește rapid în raport cu  $\Delta K$ . În această regiune, procesul de propagare a fisurii este puternic influențat de microstructură, de valoarea tensiunii medii și de condițiile de mediu. Viteza de propagare a fisurii variază de la valori mai mici de  $10^{-8}$  mm/ciclu, cât este sub pragul de propagare, până la valori de cel mult  $10^{-5}$  mm/ciclu. Existența unui prag de propagare a fisurii a fost pusă în evidență pentru prima dată de McClintock [1]. El a folosit un criteriu conform căruia, propagarea prin oboseală a

distanță în fața vârfului fisurii, atinge o valoare critică. Astfel, fisurile de oboseală nu se vor propaga dacă zona plastică de la vârful fisurii ajunge la dimensiuni comparabile cu dimensiunea microstructurii. Cercetările efectuate de Paris și Sih [2] au demonstrat că valoarea de prag  $\Delta K_p$  a variației factorului de intensitate a tensiunii pentru fisurile lungi, depinde nu numai de valoarea variației  $\Delta K$  ci și de valoarea coeficientului de asimetrie a ciclului.



**Fig. 3.3.** Curba de variație pentru viteza de propagare a fisurii în raport cu variația factorului de intensitate a tensiunii

*Regiunea II* este caracterizată de existența unei dependențe liniare între  $da/dN$  și  $\log \Delta K$ . În această regiune propagarea fisurii de la un ciclu la altul are un caracter stabil. În această regiune influența structurii asupra vitezei de propagare a fisurii prin oboseală este redusă. În schimb, crește influența efectului combinat al tensiunii medii, frecvenței de solicitare și mediului de lucru.

*Regiunea III* prezintă o variație importantă a  $\Delta K$ , fapt ce conduce la o propagare instabilă a fisurii. Factorul de intensitate a tensiunii atinge valoarea sa critică  $K_{Ic}$ , ducând în cele din urmă la rupere. În această regiune acționează mecanismele caracteristice ruperii statice (clivajul, ruperea intergranulară) care sunt influențate semnificativ de microstructură, tensiunea medie și grosimea piesei, și în mai mică măsură de condițiile de mediu.

### 3.2. Modele de calcul pentru viteza de propagare a fisurii

Unul dintre aceste modele a fost propus de Head [3] pentru placa infinită având o fisură centrală de lungime  $2a$ , solicitată de o tensiune sinusoidală de amplitudine  $\sigma$ . Considerând că elementele de material din fața vârfului fisurii pot fi modelate de bare rigide, plastice, cu întărire, solicitate la întindere, el a ajuns la relația:

$$\frac{da}{dN} = C_1 \sigma^m a^n \quad (3.1)$$

în care  $C_1$  este o constantă ce depinde de proprietățile mecanice ale materialului iar exponenții au valorile  $m=3$  și  $n=1,5$ . Relații de forma (3.1) au mai obținut și Frost [4] pentru care  $C_1=1$ ,  $m=3$  și  $n=1$ .

Asemenea relații, deși sunt verificate experimental, nu pot fi utilizate în studiul diferitelor componente structurale, la care variază atât solicitarea cât și geometria.

Utilizarea conceptelor teoriei liniar-elastice ale mecanicii ruperii, permite introducerea unui parametru care să încorporeze atât efectul încărcării cât și pe cel al geometriei. Se constată că, pentru valorile exponenților  $m$  și  $n$  determinate de Head [3], relația (3.1) devine:

$$\frac{da}{dN} = C_1 K_1^3 \quad (3.2)$$

de unde rezultă că factorul de intensitate a tensiunii poate fi utilizat la descrierea modului de propagare a fisurii de oboseală. Folosind o teorie analitică a fenomenului de oboseală, Paris și Anderson au arătat că viteza de propagare a fisurii de oboseală poate fi exprimată în funcție de valoarea maximă a factorului de intensitate a tensiunii produsă de solicitarea ciclică și de coeficientul de asimetrie al ciclului. Ulterior, Paris [5] au găsit că, pentru un domeniu destul de larg ale valorilor vitezei de propagare a fisurii de oboseală, această mărime poate fi calculată cu relația:

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^n \quad (3.3)$$

în care  $\Delta K = K_{\max} - K_{\min} = K(\sigma_{\max}) - K(\sigma_{\min})$  reprezintă variația factorului de intensitate a tensiunii pentru *modul I* de propagare a fisurii iar  $C$  și  $n$  sunt constante care depind nu numai de material ci și de condițiile de solicitare – coeficientul de asimetrie a ciclului.

Legea lui Paris este una din cele mai folosite relații în analiza propagării fisurii produse prin oboseală. Fiind stabilită empiric, conduce la rezultate apropiate de realitate pentru un număr relativ mare de materiale în condiții de încărcare diferite.

În *tabelul 3.1* sunt prezentate câteva valori ale constantelor  $C$  și  $n$  după Barthelemy [6] pentru unele oțeluri și aliaje.

**Tab. 3.1.** Valori ale constantelor  $C$  și  $n$

Materialul	C		
	$\frac{m}{\text{ciclu}} (MPa\sqrt{m})^{-n}$	n	
Oțeluri martensitice 552 MPa < $\sigma_a$ < 2068 MPa	$1,36 \cdot 10^{-10}$	2,25	
Oțeluri ferito-perlitice	$6,89 \cdot 10^{-12}$	3,20	
Oțeluri austenitice inoxidabile	$5,60 \cdot 10^{-12}$	3,25	
Aliaj de Al	AU4GT <sub>3</sub>	$10^{-7}$	2,90
	AU2GN	$1,2 \cdot 10^{-5}$	4,20

Cele mai multe modele privind viteza de propagare a fisurii prin oboseală au fost stabilite pentru *regiunea II* a curbei  $da/dN=f(\Delta K)$  care se caracterizează prin aceea că,

propagarea fisurii de la un ciclu la altul are un caracter stabil. Majoritatea modelelor cunoscute pot fi grupate în două mari categorii: *modele geometrice* și *modele de cumulare ale deteriorărilor*.

*Modele geometrice.* Aceste modele au la bază corelațiile stabilite experimental între distanța dintre două striții succesive și procesul de rotunjire a vârfului fisurii. Pe această bază se poate arăta că deplasarea ciclică privind deschiderea de la vârful fisurii  $\Delta\delta_t$ , dată de variația  $\Delta K$ , este aproximativ egală cu viteza de propagare a fisurii  $da/dN$ , respectiv:

$$\frac{da}{dN} \approx \Delta\delta_t = \beta \frac{(\Delta K)^2}{\sigma_0 E_1} \quad (3.4)$$

în care:  $\sigma_0$  reprezintă limita de curgere ciclică,  $E_1 = \frac{E}{1-\nu^2}$  iar  $\beta$  este un coeficient determinat în funcție de deformația specifică la curgere, de coeficientul de ecruisare ciclică precum și de eficiența procesului de deschidere - închidere a fisurii în timpul procesului de propagare. Relația (3.4) conduce la valoarea  $n=2$  pentru coeficientul din relația lui Paris, valoare ce se regăsește pentru multe aliaje. Aceeași relație arată că viteza de propagare a fisurii variază invers proporțional cu limita de curgere ciclică, fapt mai puțin observat experimental. Relația (3.4) dă rezultate bune numai pe porțiuni mici ale regiunii II.

*Modele de cumulare a deteriorărilor.* Aceste modele pornesc de la diferite criterii bazate pe valorile critice ale deformației specifice sau ale lucrului mecanic plastic la vârful fisurii. Dacă se folosește un model de deteriorare de tip Coffin-Manson, [7], conform căruia propagarea fisurii prin oboseală se produce atunci când raportul dintre amplitudinea medie a deformației specifice plastice  $\bar{\gamma}_m^p$  și deformația specifică plastică reală la ruperea statică  $\gamma_r^p$  este egal cu unitatea, relația de calcul este următoarea:

$$\int_0^N 4 \left( \frac{\bar{\gamma}_m^p}{\gamma_r^p} \right)^k dN = 1 \quad (3.5)$$

unde  $k$  este o constantă ce poate fi egală cu 1 sau cu 2. Această teorie de deteriorare la oboseală estimează o creștere a fisurii proporțională cu radicalul razei zonei plastice de la vârful fisurii sau cu  $\Delta K$  la puterea a patra. Toate modelele care se bazează pe cumulara deteriorărilor găsesc pentru exponentul  $n$  din relația lui Paris valoarea 4, ceea ce este în concordanță cu determinările experimentale făcute pentru cele mai multe metale. În modelul lui Rice [8], propagarea fisurii devine posibilă atunci când energia totală absorbită în bucla de histerezis devine egală cu valoarea critică  $W_c$ , necesară pentru crearea unei noi suprafețe de rupere având aria egală cu unitatea. Fie  $\Delta u_y(x,0)$  deplasarea produsă în zona plastică pentru o inversiune a ciclului, atunci când originea sistemului de coordonate se află inițial la vârful fisurii. Presupunând că viteza de propagare a fisurii este constantă și că ruperea se produce în interiorul zonei plastice ciclice de rază  $r_c$ , incrementul de creștere a fisurii are expresia:

$$\frac{da}{dN} = \frac{4\sigma}{U_c} \int_0^{r_c} \Delta u_y(x,0) dx \quad (3.6)$$

unde  $\sigma_c$  reprezintă limita de curgere.

Raza zonei plastice ciclice, în ipoteza stării plane de tensiune, se calculează folosind relația

$r_c \approx \frac{1}{2\pi} \left( \frac{\Delta K}{\sigma_c} \right)^2$ . În ipoteza curgerii limitate, relația (3.6) devine:

$$\frac{da}{dN} = \frac{5\pi(1-\nu^2)\sigma_c \varepsilon_c}{96U_c} \left( \frac{\Delta K}{\sigma_c} \right)^4 \quad (3.7)$$

în care  $\varepsilon_c$  reprezintă deformația specifică la curgere. Pentru materialele ce prezintă ecrusare sau înmuiere ciclică, valorile  $\sigma_c$  și  $\varepsilon_c$  se înlocuiesc cu valorile ciclice corespunzătoare.

### 3.3. Relații pentru calculul vitezei de propagare a fisurii

Pentru calculul vitezei de propagare a fisurii de oboseală au fost propuse numeroase relații, teorii și modele. Cele mai multe au aplicabilitate restrânsă, și nu se pot utiliza pentru toate cele trei regiuni ale curbei din figura 3.3. În cele ce urmează se prezintă câteva dintre relațiile mai des întâlnite în activitatea de proiectare.

1. *Legea lui Paris*. Într-un sistem de coordonate dublu logaritmice, dependența liniară dintre viteza de propagare a fisurii și variația factorului de intensitate a tensiunii, caracteristică pentru regiunea a II-a a curbei din figura 3.3, se exprimă cu ajutorul relației (3.3) cunoscută sub numele de legea lui Paris. Constantele  $C$  și  $n$  se determină experimental, valorile lor fiind influențate de microstructură, condiții de mediu, temperatură, tipul solicitării și de coeficientul de asimetrie a ciclului de solicitare. Pentru coeficientul  $n$  ce reprezintă panta dreptei de pe regiunea II, Paris a găsit valoarea 4. Numeroase investigații experimentale au arătat că  $n$  este cuprins între 2 și 7 pentru majoritatea materialelor ductile, valorile superioare corespunzând materialelor fragile. În lipsa unor date mai precise, pentru constantele definite de Paris pot fi considerate valorile  $C=6,9 \cdot 10^{-12}$  și  $n=3$  în cazul oțelurilor feritice și perlitice și respectiv  $C=1,4 \cdot 10^{-10}$  și  $n=2,3$  pentru cele austenitice, în care  $\Delta K$  se exprimă în  $MPa\sqrt{m}$  iar  $da/dN$  rezultă în  $m/ciclu$ .

Pentru regiunile I și III, au fost propuse mai multe relații empirice sau semiempirice capabile să ia în considerație influența coeficientului de asimetrie asupra vitezei de creștere a fisurii și a abaterii de la dependența liniară descrisă de legea lui Paris. Unele dintre aceste legi se descriu în cele ce urmează.

2. *Relația lui Donahue* [9]. Pentru valori mici ale variației  $\Delta K$ , respectiv pentru regiunea I a curbei din figura 3.3, Donahue a propus relația:

$$\frac{da}{aN} = C(\Delta K - \Delta K_p)^n \quad (3.8)$$

în care  $\Delta K_p$  reprezintă valoarea de prag a parametrului  $\Delta K$ . Această valoare se calculează cu relația dată de Klesnil și Lucas:

$$\Delta K_p = (1-R)^\gamma \Delta K_{p0}$$

unde  $\Delta K_{p0}$  reprezintă valoarea de prag în cazul  $R=0$  iar  $\gamma$  este un parametru de material.



Sunt și alte relații de calcul indicate în literatură pentru  $\Delta K_p$ :

- după Borsom:

$$\Delta K_p = 7,03(1 - 0,85R)$$

- după McEvily:

$$\Delta K_p = \left( \frac{1,2\Delta K_{p0}}{1 + 0,2 \frac{1+R}{1-R}} \right)$$

3. *Relația lui Forman* [10]. În domeniul III, viteza de propagare a fisurii de oboseală este corelată cu variația factorului de intensitate a tensiunii prin ecuația propusă de Forman:

$$\frac{da}{dN} = \frac{C(\Delta K)^n}{(1-R)K_c - \Delta K} \quad (3.9)$$

în care  $C$  și  $n$  sunt constante de material. Relația (3.9) se obține din relația (3.3) modificată cu termenul de la numitor, care scade odată cu creșterea încărcării și a coeficientului  $R$  și cu descreșterea tenacității la rupere  $K_c$ . Aceasta face ca, la o valoare dată a variației  $\Delta K$ , viteza de propagare a fisurii să crească. Situația în care  $K_{\max} = K_c$  corespunde instabilității.

Efectul valorilor mari ale variației  $\Delta K$  precum și influența coeficientului de asimetrie  $R$  pot fi evidențiate mai mult, dacă în relația (3.9) se face substituția  $\Delta K = (1-R)K_{\max}$ . Astfel, va rezulta:

$$\frac{da}{dN} = C(1-R)^{n-1} \left( \frac{K_{\max}^n}{K_c - K_{\max}} \right) \quad (3.10)$$

La valori mari ale variației  $\Delta K$ , în cazul materialelor ductile, dimensiunile zonei plastice devin însemnate iar ipotezele Mecanicii Ruperii Liniar-Elastice pot să nu mai fie valabile. În acest caz, pe suprafața de rupere, în afara striatiilor, mai pot fi observate clivajul și separarea intergranulară precum și aspectul fibros.

4. *Relația lui Walker*. Pe cale empirică, pentru viteza de propagare a fisurii de oboseală, Walker a stabilit următoarea relație:

$$\frac{da}{dN} = C \frac{\Delta K^n}{(1-R)^r} \quad (3.11)$$

în care  $C$ ,  $m$  și  $r$  reprezintă constante de material. Această relație este utilizată de obicei pentru regiunea II, dar limitat, în anumite zone, ea poate fi utilizată și în regiunile I sau III.

5. *Relația lui Weertman*. Relația semiempirică propusă de Weertman poate descrie regiunile II și III cu ajutorul relației:

$$\frac{da}{dN} = C \frac{\Delta K^4}{K_c^2 - K_{\max}^2} \quad (3.12)$$

Relația (3.12) a fost ulterior perfecționată astfel încât să poată fi aplicată și la materiale cu ecrusare. Astfel:

$$\frac{da}{dN} = C \frac{\Delta K^4}{G\sigma_c^2 U_c} \quad (3.13)$$

în care  $C$  este o constantă de proporționalitate,  $G$  este modulul de elasticitate transversal iar  $\sigma_c$  reprezintă limita de curgere.

6. *Relații generalizate.* Incercările experimentale pe anumite materiale au arătat că, pentru multe cazuri, cele trei domenii se reduc la unul singur. Pornind de la aceste considerente s-au propus o serie de dependențe care permit o descriere completă a diagramei  $da/dN=f(\Delta K)$ . Dintre acestea putem aminti, în primul rând, relația propusă de *Austen* utilizabilă în cazul oțelurilor de construcții:

$$\frac{da}{dN} = \frac{\Delta K^2}{4\pi\sigma_c E} \left( \frac{\Delta K - \Delta K_p}{K_{lc} - \frac{\Delta K}{1-R}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.14)$$

*Forman* a propus o relație generală de forma:

$$\frac{da}{dN} = C \left( \frac{K_{\max} \frac{1-R}{1-nR} - \Delta K_p}{K_c - K_{\max}} \right)^{n_1} \quad (3.15)$$

în care  $C$ ,  $n$  și  $n_1$  sunt constante de material.

O altă relație care descrie curba din *figura 3.3* a fost prezentată de *Erdogan* și *Ratwani* și are expresia:

$$\frac{da}{dN} = \frac{C(1+\beta)^n \Delta K^{n_1} (\Delta K - \Delta K_p)^{n_1}}{K_c - (1+\beta)\Delta K} \quad (3.16)$$

unde  $C$ ,  $n$  și  $n_1$  sunt constante de material iar  $\beta$  are expresia:

$$\beta = \frac{K_{\max} + K_{\min}}{K_{\max} - K_{\min}}$$

Factorul  $(1+\beta)^n$  este introdus pentru a lua în considerație efectul tensiunii medii asupra propagării fisurii de oboseală iar numitorul ține seama de datele experimentale la nivele ridicate ale tensiunii. Factorul  $(\Delta K - \Delta K_p)^{n_1}$  ia în considerație datele experimentale la nivele coborâte ale tensiunilor și ține seama de existența pragului de propagare. Alegând în mod corespunzător constantele, relația (3.16) este în concordanță cu datele experimentale, pentru domeniul de valori ale vitezelor cuprins între  $25 \cdot 10^{-8}$  și  $0,25$  mm/ciclu.

Momentul apariției propagării instabile a fisurii poate fi pus în evidență mai bine dacă numitorul din relația (3.11) este rescris sub forma:

$$\left[ \frac{\Delta K}{K_{\max}} (K_c - K_{\max}) \right]^q$$

astfel încât, atunci când  $K_{\max}$  tinde către  $K_c$  numitorul tinde spre zero. Totuși, dimensiunile constantei  $C$  depind de valorile exponenților. Pentru a elimina acest dezavantaj, ecuația poate fi rescrisă sub forma:

$$\frac{da}{dN} = C' \frac{(1-R)^m \left[ \frac{\Delta K - \Delta K_p}{K_0} \right]^p \left( \frac{\Delta K}{K_0} \right)^{n_1}}{(1-R)^q \left[ 1 - \frac{K_{\max}}{K_c} \right]^q} \quad (3.17)$$

în care sunt utilizate numai rapoarte adimensionale.

Pentru studiul propagării elasto-plastice a fisurilor de oboseală s-a încercat utilizarea conceptului *integralei J*. În acest scop a fost propusă relația:

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta J)^m \quad (3.18)$$

care are aceeași structură ca și legea lui Paris.

### 3.4. Descriere program de încercări

Programul  $da/dN$  pentru determinarea vitezei de propagare a fisurilor prin oboseală efectuează încercarea la oboseală producând propagarea fisurii plecând de la vârful concentratorului practicat în proba compactă.

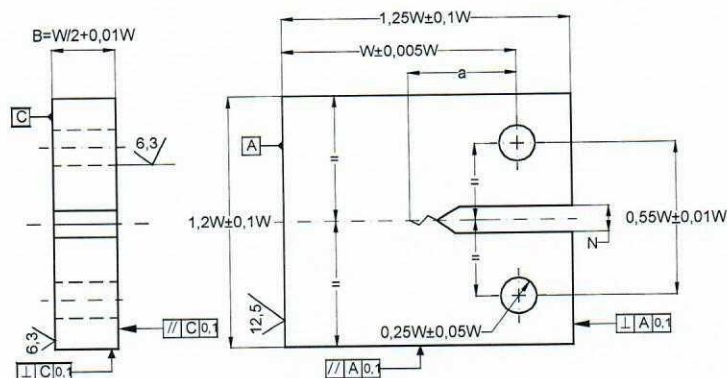
Metoda de testare prevede încărcări ciclice ale probelor crestate care au fost pre-fisurate prin oboseală. Lungimea fisurii este măsurată în funcție de numărul de cicluri la oboseală efectuate până în momentul respectiv, iar datele sunt supuse analizei numerice pentru a stabili viteza de propagare a fisurii. Viteza de propagare a fisurii este exprimată în funcție de factorul de intensitate a tensiunii,  $(\Delta K)$ , ce se calculează pe baza analizei în domeniul liniar - elastic.

Materiale care pot fi testate prin această metodă nu sunt limitate în grosime sau rezistență, cu condiția ca probele să fie suficient de groase pentru a preveni flambajul și pentru ca în timpul încercării să rămână în zona de elasticitate. Metoda de încercare definește o gamă largă de mărimi, cu dimensiuni proporționale, dar dimensiunea poate fi modificată în funcție de limita de curgere și sarcina aplicată.

Epruveta de tracțiune sau epruveta compactă - CT (compact tension) are o singură creștătură laterală în prelungirea căreia se induce o fisură prin oboseală care să fie ca aspect cât mai apropiată de fisurile reale. Configurația și dimensiunile generale ale acestei probe sunt prezentate în *figura 3.4*.

Rezultatele sunt exprimate în termenii factorului de intensitate a tensiunii la vârful fisurii, Delta-K  $(\Delta K)$ , este definit de teoria elasticității liniare. Programul  $da/dN$  conține diferite

modalități de a determina propagarea fisurii prin oboseală. Propagarea fisurii este determinată de obicei vizual, dar mai există și alte metode cum ar fi diferența de potențial, determinarea complianței la descărcare, etc.



**Fig. 3.4.** Proba de tracțiune – CT (compact tension)

Programul de determinare a vitezei de propagare a fisurii prin oboseală îndeplinește majoritatea cerințelor standardului ASTM E647. Parametrii de încercare se introduc de la un ecran principal de date. În meniul principal al programului se introduc date pentru identificarea lotului și probei, configurația și dimensiunile probei precum și parametrii de control și testare. Se pot stoca toate aceste informații de configurare ca o configurare unică, personalizată de testare, care se pot prelua mai târziu pentru a rula teste similare, sau pentru a repeta testele anterioare. În timpul execuției programului și a desfășurării încercării este afișat un grafic ce arată forma de undă sub care se face încercarea. De asemenea, se mai afișează un al doilea grafic care dă lungimea fisurii în raport cu numărul de cicluri sau forța în raport cu COD (Crack Opening Displacement - semnalul de la extensometru) sau alte asemenea dependențe care se pot selecta cu ajutorul butonului din meniu.

Programul poate utiliza metoda complianței pentru determinarea creșterii lungimii fisurii propagate. Relația dintre complianță și lungimea fisurii a fost determinată analitic pentru un număr de probe standard, inclusiv pentru proba compactă (CT).

Aceste relații sunt, de obicei, exprimate în termeni adimensionali, pentru complianță având relația:

$$U = \frac{E \cdot v \cdot B_{\text{eff}}}{P}$$

iar lungimea fisurii normalizată,  $a/W$  este definită de relația:

$$\frac{a}{W} = \sum_{i=0}^5 (C_i \cdot U^i) \quad (3.19)$$

unde:

- E- modulul lui Young;
- v este deplasarea între punctele în care este atașat extensometrul;
- $B_{\text{eff}}$  este grosimea efectivă a probei;
- P este forța între punctele de măsurare;

- a este lungimea fisurii;
  - W este lățimea probei, a se vedea *figura 3.4*;
  - $C_{0...5}$  sau  $C_i$  sunt coeficienții de complianță prezentați în *tabelul 3.2*.
- Pentru proba compactă (CT) coeficienții sunt dați atât pentru fața frontală cât și pentru linia de încărcare (în funcție de locul în care se face măsurarea pentru  $v$  – cu extensometrul pentru fața frontală, pentru deplasarea traversei la punctele de aplicație ale forței).

**Tab. 3.2.** Coeficienții specifici ai complianței pentru probele: *compactă CT, Centre Cracked Tension, Bend și Disc Compact Tension*

Specimen	$C_0$	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	$C_5$
CT <sub>ff</sub>	1.0010	-4.6695	18.460	-236.82	1214.9	-2143.6
Stepped Notch Compact Tension & CT <sub>ll</sub>	1.000196	-4.06319	11.242	-106.043	464.335	-650.677
CCT	-0.12365	3.353445	4.963435	-56.569	98.013	-52.0929
Bend	0.999748	-3.9504	2.9821	-3.21408	51.51564	-113.031
DCT	1.000	-4.459	2.066	-13.041	167.627	-481.4

Pentru **proba compactă** complianța este dată de relația:

$$U = \frac{1}{\sqrt{\frac{E \cdot v \cdot B_{\text{eff}}}{P} + 1}} \quad (3.20)$$

unde  $B_{\text{eff}}$  este grosimea efectivă a probei și este dată de relația:

$$B_{\text{eff}} = B - \frac{(B - B_{\text{net}})^2}{B} \quad (3.21)$$

Datele obținute din încercarea din care se determină viteza de propagare a fisurii prin oboseală se utilizează pentru a determina adecvarea materialului testat la aplicațiile la care va fi supus în exploatare. Informațiile obținute din cadrul unei asemenea încercări pot fi importante în alegerea materialului potrivit pentru componentele și structurile la care fisurile provocate de fenomenul de oboseală pot fi critice pentru durata de viață a respectivei componente sau structuri.

*Ce se întâmplă în timpul unui test?*

În general, programul de propagare a fisurilor prin oboseală Instron FastTrack  $da/dN$ , *figura 3.5*, produce o încercare de oboseală prin care se încarcă și descarcă în mod repetat o probă din materialul dorit, pentru ca o fisură să se propage de la nivelul creștăturii practice în prealabil prin prelucrare mecanică. Încercarea are loc până când fisura atinge o lungime pre-stabilită, sau până când se ating un număr de cicluri de solicitare, moment în care programul prezintă în mod automat anumite rezultate.



Fig. 3.5. Programul Instron FastTrack da/dN

După terminarea încercării, programul poate reprezenta următoarele grafice:

- Viteza de propagare a fisurii (da/dN) în raport cu Delta-K ( $\Delta K$ );
- Lungimea fisurii în raport cu numărul de cicluri;
- $\Delta K$  în raport cu numărul de cicluri;
- $\Delta P$  în raport cu numărul de cicluri.

Programul de determinare a vitezei de propagare a fisurii sub oboseală îndeplinește majoritatea cerințelor prevăzute de standardul ASTM E647.


Programul conține o opțiune prin care poate trece automat în modul de determinare a tenacității la fisurare K<sub>Ic</sub>.

### 3.5. Efectuarea încercărilor

*Se pornește mașina de încercat INSTRON urmând următorii pași:*

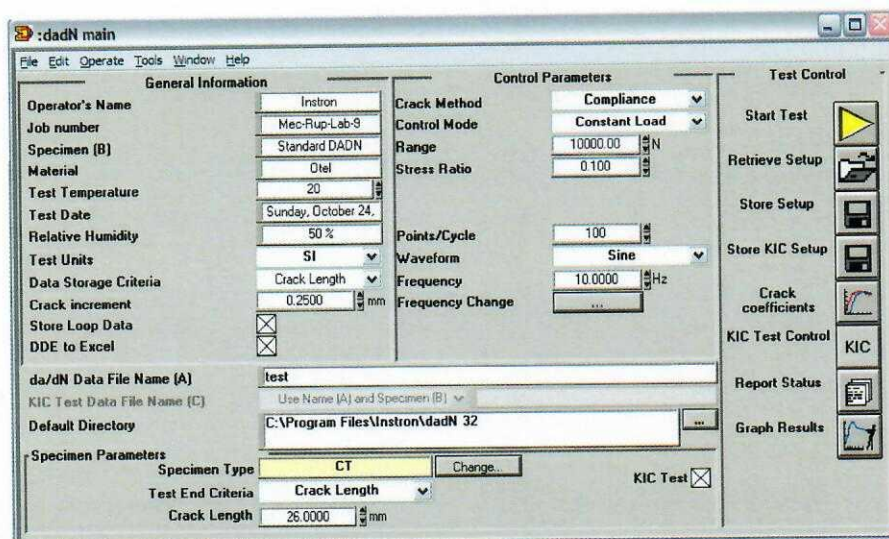
#### Pornire Consolă

1. Pornire comutator (PLC) – manetă – de pe cutia de comutare a blocului hidraulic
2. Pornire Consolă – buton – din spatele unității de tip CONSOLA, (se APRINDE BUTONUL “O” de la mașină)
3. Pornire P.C. – buton
4. 3.a. Se așteaptă 2 minute pentru pornire – altfel la  $\triangle$  (galben) apare mențiunea **uncalibrated** ( $\triangle$  blink galben)
5. Pornire soft “Instron Console” de pe P.C.
6. Apare “blink” “R” – trebuie Restaurată calibrarea pentru FORȚĂ
7. Se apasă pe “R” de pe consolă și apoi pe “R” de pe “Load”
8. Se apasă pe “Restore Calibration”
9. “Close” de pe menu-ul astfel deschis de pe consolă
10. Pe Consolă rămâne culoarea **galben intermitent** cu semnul  $\triangle$
11. Se pornește apa de la rețea
12. Se pornește mașina cu butonul “I” – presiune joasă – se ține apăsat până când pompa intra în regim staționar
13. Pe Consolă apare verde intermitent

14. Se apasă pe "II" – de la mașină – presiune înaltă
15. Cu ajutorul butonului "↑" de pe telecomandă se ridică pistonul – astfel se va putea stabili și limita superioară de la punctul 17.
16. Se apasă pe imaginea din stânga sus, 
17. Se apasă pe "Position" – actualmente cu verde și săgețile alb
18. De la General (stânga sus) se apasă pe "Primary limits" (devine portocalie)
19. Se apasă pe "Arm all limits"
20. Apar toate săgețile (de la Position și Load) cu verde

### Pornire program da/dN

Se pornește programul da/dN care conține mai multe sectoare, *figura 3.6*.



**Fig. 3.6.** Ecranul principal al programului da/dN

Primul sector se referă la informații generale referitoare la denumirea încercării, material, dată, sistemul de unități de măsură și criteriul de stocare a datelor care poate să fie pentru **lungimea fisurii sau numărul de cicluri de solicitare**.

Al doilea sector cuprinde date referitoare la numele fișierului în care se vor stoca datele, criteriul de sfârșit de încercare ce poate fi **numărul de cicluri sau lungimea finală** a fisurii și date geometrice despre probă, *figura 3.7*. Dacă lungimea finală a fisurii, dată manual prin butonul „visual” sau calculată prin Compliantă depășește valoarea dată aici (26 mm) încercarea se oprește și se formează rezultatele finale.

În acest ecran se trec toate date referitoare la dimensiunile probei, la poziționarea extensometrului (gauge location – distanța de la punctul de aplicație al forței la brațele extensometrului, knife edge thickness – aceeași valoare – diferă doar pentru proba de încovoiere și gauge length – distanța dintre brațele extensometrului – 10 mm) și date referitoare la material. Modulul de elasticitate de aici precum și  $B$  și  $B_n$  se vor utiliza în calculul Compliantăi.

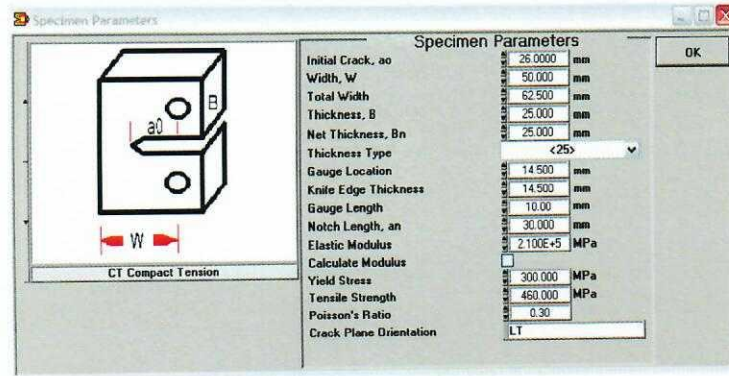


Fig. 3.7. Proba compactă – dimensiuni

Al treilea sector cuprinde:

a) metoda de calcul pentru lungimea fisurii propagate. În cazul în care se alege *modul vizual*, metoda de lucru este următoarea:

- după start-test apare un nou ecran cu graficul de variație a forței în raport cu timpul și un al doilea grafic, *figura 3.8*, ce cuprinde mai multe posibilități pentru abscisă și ordonată: descărcarea în funcție de timp, forța în funcție de deplasare, forța în funcție de LPD redus și forța în funcție de LPD histerezis.

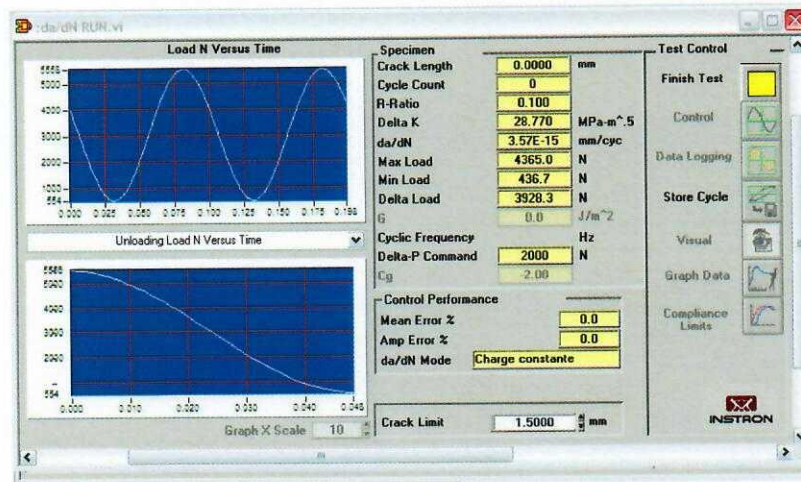


Fig. 3.8. Ecranul de încercare – secundar

- Atunci când fisura se propagă în mod vizibil, se apasă pe butonul „visual” și se tastează lungimea fisurii actuale. Aceasta se citește pe ecranul laptop-ului, imaginea fiind preluată „live”, cu o cameră de luat vederi sau o webcam, de pe epruvetă, *figura 3.9*. Pentru ușurința citirii, pe epruvetă este instalată o scală gradată care pe imaginea „live” este mărită.

In cazul în care se alege metoda de calcul cu ajutorul *Complianței*, prin apăsarea butonului „crack coefficients” din meniul principal se pot verifica coeficienții din *tabelul 3.2* ce se utilizează în relația (3.19) pentru calculul lungimii fisurii propagate *a*, *figura 3.10*. Complianța din relația (3.20) utilizează valorile date în meniul din *figura 3.7* pentru *E*, *B* și *B<sub>net</sub>*. Valoarea pentru *v* (deplasarea la deschiderea flancurilor fisurii) se preia automat de la extensometrul montat pe fața frontală a probei (COD – crack opening displacement) iar forța se ia din execuția programului care apare și în meniul secundar – atunci când are loc încercarea, *figura 3.8*.



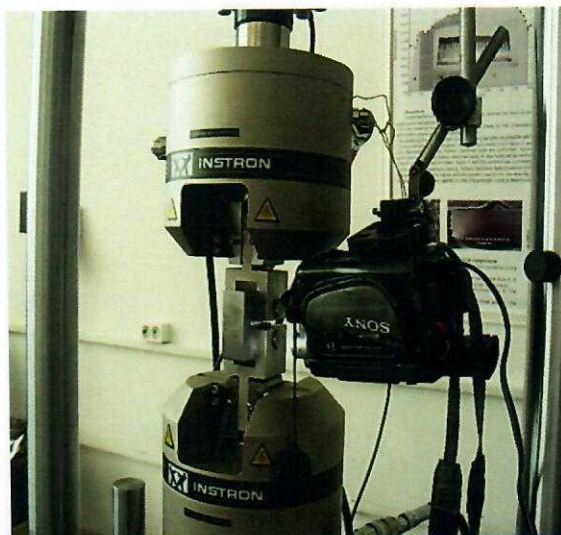


Fig. 3.9. Mașina universală de încercat INSTRON 8801 - Determinări pe proba compactă

În timpul încercării va apărea ecranul din figura 3.8. În acest ecran se pot schimba în timpul încercării următoarele: valorile minime și maxime ale forței de încercare și lungimea fisurii finale.

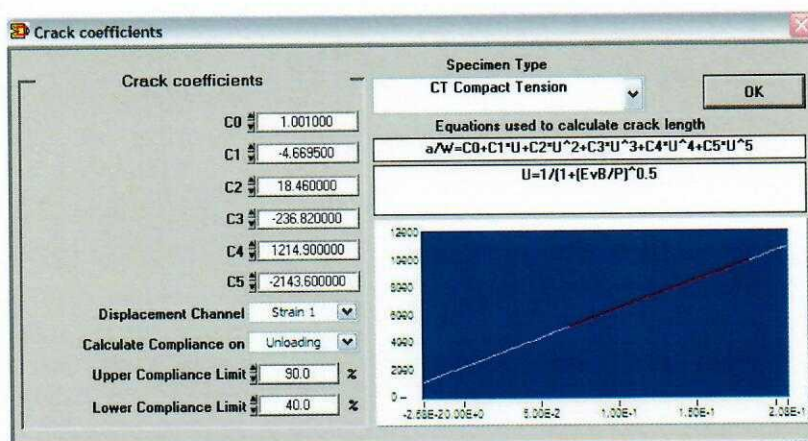


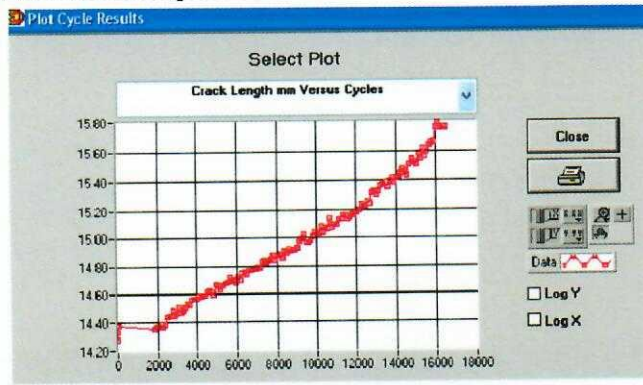
Fig. 3.10. Coeficienții utilizați pentru metoda Complianței

- pentru modul de control al forței se va alege „constant load” cu o forță de 10000 N pentru proba B-25. În aceste condiții fisura se va propaga lent în timp.
- În aceeași secțiune „stress ratio” ales cu valoarea 0,1 presupune o încercare între  $F_{min} = 0,1 \cdot F_{max}$  și  $F_{max}$ , deci între 1000 și 10000 N.
- Numărul de puncte se urmează a se stoca pe un ciclu se alege 10;
- Forma ciclului se alege sinusoidală cu o frecvență de 10 Hz.

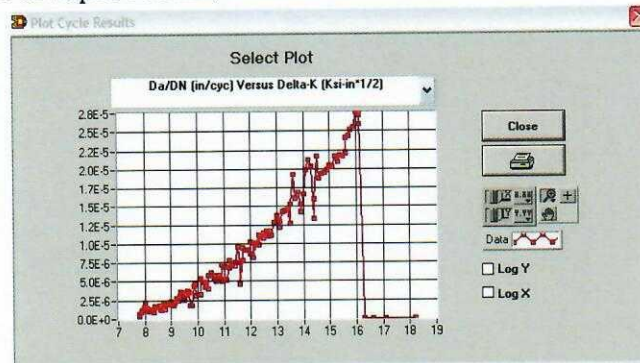
### 3.6. Rezultate experimentale

Rezultatele sunt prezentate atât sub formă de grafice cât și sub formă de tabele de date. În funcție de opțiunea utilizatorului graficele pot fi:

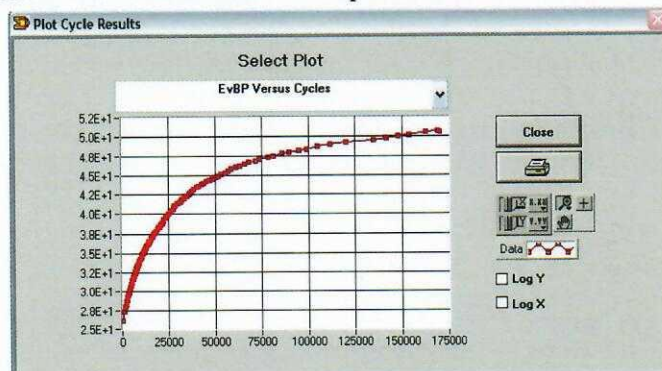
- Variația lungimii fisurii în raport cu numărul de cicluri de solicitare



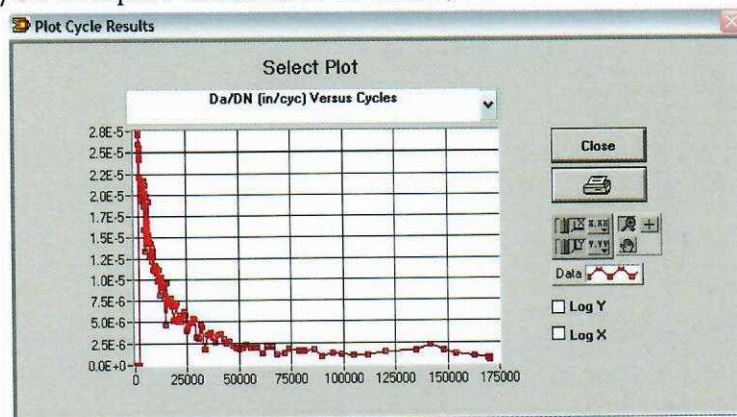
- Variația  $da/dN$  în raport cu  $\Delta K$ ;



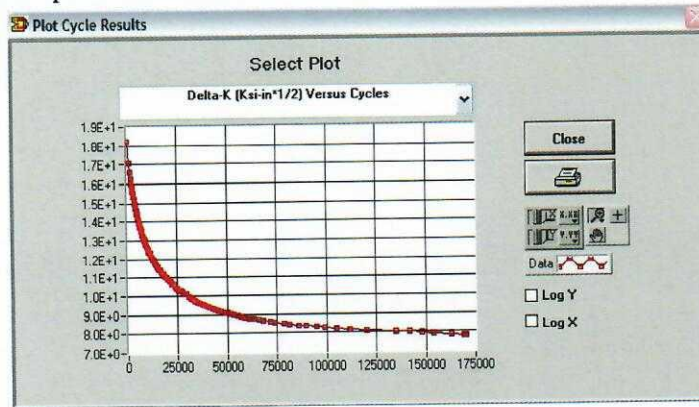
- Variația deplasării flancurilor fisurii în raport cu numărul de cicluri



- Variația  $da/dN$  în raport cu numărul de cicluri;



- Variația  $\Delta K$  în raport cu numărul de cicluri;



- Tabelul de date

Cycle	Crack Length (in)	E-6P	[da/dN] (in/cycle)	Delta P (psi)	Delta K (ksi-in <sup>1/2</sup> )	Rate	Actual P (psi)	Fat P (psi)	Date/Time
1	1.25E-01	2.5E+0	0.00E+0	2.0E+0	1.5E+0	0.00E+0	0.00E+0	0.00E+0	19/07/2005 11:11
2	3.0E-01	1.18E+1	2.7E+0	0.00E+0	2.00E+0	1.7E+0	1.00E+0	0.00E+0	19/07/2005 11:12
3	1.00E+0	5.75E+1	2.8E+0	0.00E+0	2.40E+0	1.60E+0	1.00E+0	0.00E+0	19/07/2005 11:13
4	1.00E+0	1.30E+2	2.1E+0	0.00E+0	2.00E+0	1.6E+0	1.00E+0	0.00E+0	19/07/2005 11:14
5	1.00E+0	2.80E+2	1.6E+0	0.00E+0	1.80E+0	1.5E+0	1.00E+0	0.00E+0	19/07/2005 11:15
6	1.00E+0	6.00E+2	1.2E+0	0.00E+0	1.60E+0	1.4E+0	1.00E+0	0.00E+0	19/07/2005 11:16
7	1.00E+0	1.20E+3	8.0E-01	0.00E+0	1.40E+0	1.3E+0	1.00E+0	0.00E+0	19/07/2005 11:17
8	1.00E+0	2.40E+3	5.0E-01	0.00E+0	1.20E+0	1.2E+0	1.00E+0	0.00E+0	19/07/2005 11:18
9	1.00E+0	4.80E+3	3.0E-01	0.00E+0	1.00E+0	1.1E+0	1.00E+0	0.00E+0	19/07/2005 11:19
10	1.00E+0	9.60E+3	1.5E-01	0.00E+0	8.0E-01	1.0E+0	1.00E+0	0.00E+0	19/07/2005 11:20
11	2.00E+0	1.9E+4	8.0E-02	0.00E+0	6.0E-01	9.0E-01	1.00E+0	0.00E+0	19/07/2005 11:21
12	3.00E+0	3.8E+4	4.0E-02	0.00E+0	4.0E-01	8.0E-01	1.00E+0	0.00E+0	19/07/2005 11:22
13	4.00E+0	7.6E+4	2.0E-02	0.00E+0	3.0E-01	7.0E-01	1.00E+0	0.00E+0	19/07/2005 11:23
14	5.00E+0	1.5E+5	1.0E-02	0.00E+0	2.0E-01	6.0E-01	1.00E+0	0.00E+0	19/07/2005 11:24
15	6.00E+0	3.0E+5	5.0E-03	0.00E+0	1.5E-01	5.0E-01	1.00E+0	0.00E+0	19/07/2005 11:25
16	7.00E+0	6.0E+5	2.5E-03	0.00E+0	1.0E-01	4.0E-01	1.00E+0	0.00E+0	19/07/2005 11:26
17	8.00E+0	1.2E+6	1.2E-03	0.00E+0	7.0E-02	3.0E-01	1.00E+0	0.00E+0	19/07/2005 11:27
18	9.00E+0	2.4E+6	6.0E-04	0.00E+0	5.0E-02	2.0E-01	1.00E+0	0.00E+0	19/07/2005 11:28
19	1.00E+1	4.8E+6	3.0E-04	0.00E+0	3.0E-02	1.5E-01	1.00E+0	0.00E+0	19/07/2005 11:29
20	1.00E+1	9.6E+6	1.5E-04	0.00E+0	2.0E-02	1.0E-01	1.00E+0	0.00E+0	19/07/2005 11:30
21	2.00E+1	1.9E+7	7.5E-05	0.00E+0	1.5E-02	7.0E-02	1.00E+0	0.00E+0	19/07/2005 11:31
22	3.00E+1	3.8E+7	3.8E-05	0.00E+0	1.0E-02	5.0E-02	1.00E+0	0.00E+0	19/07/2005 11:32
23	4.00E+1	7.6E+7	1.9E-05	0.00E+0	7.0E-03	4.0E-02	1.00E+0	0.00E+0	19/07/2005 11:33
24	5.00E+1	1.5E+8	9.5E-06	0.00E+0	5.0E-03	3.0E-02	1.00E+0	0.00E+0	19/07/2005 11:34
25	6.00E+1	3.0E+8	4.8E-06	0.00E+0	3.0E-03	2.0E-02	1.00E+0	0.00E+0	19/07/2005 11:35
26	7.00E+1	6.0E+8	2.4E-06	0.00E+0	2.0E-03	1.5E-02	1.00E+0	0.00E+0	19/07/2005 11:36
27	8.00E+1	1.2E+9	1.2E-06	0.00E+0	1.5E-03	1.0E-02	1.00E+0	0.00E+0	19/07/2005 11:37
28	9.00E+1	2.4E+9	6.0E-07	0.00E+0	1.0E-03	7.0E-03	1.00E+0	0.00E+0	19/07/2005 11:38
29	1.00E+2	4.8E+9	3.0E-07	0.00E+0	7.0E-04	5.0E-03	1.00E+0	0.00E+0	19/07/2005 11:39
30	1.00E+2	9.6E+9	1.5E-07	0.00E+0	5.0E-04	3.0E-03	1.00E+0	0.00E+0	19/07/2005 11:40
31	2.00E+2	1.9E+10	7.5E-08	0.00E+0	3.0E-04	2.0E-03	1.00E+0	0.00E+0	19/07/2005 11:41
32	3.00E+2	3.8E+10	3.8E-08	0.00E+0	2.0E-04	1.5E-03	1.00E+0	0.00E+0	19/07/2005 11:42
33	4.00E+2	7.6E+10	1.9E-08	0.00E+0	1.5E-04	1.0E-03	1.00E+0	0.00E+0	19/07/2005 11:43
34	5.00E+2	1.5E+11	9.5E-09	0.00E+0	1.0E-04	7.0E-04	1.00E+0	0.00E+0	19/07/2005 11:44
35	6.00E+2	3.0E+11	4.8E-09	0.00E+0	7.0E-05	5.0E-04	1.00E+0	0.00E+0	19/07/2005 11:45
36	7.00E+2	6.0E+11	2.4E-09	0.00E+0	5.0E-05	3.0E-04	1.00E+0	0.00E+0	19/07/2005 11:46
37	8.00E+2	1.2E+12	1.2E-09	0.00E+0	3.0E-05	2.0E-04	1.00E+0	0.00E+0	19/07/2005 11:47
38	9.00E+2	2.4E+12	6.0E-10	0.00E+0	2.0E-05	1.5E-04	1.00E+0	0.00E+0	19/07/2005 11:48
39	1.00E+3	4.8E+12	3.0E-10	0.00E+0	1.5E-05	1.0E-04	1.00E+0	0.00E+0	19/07/2005 11:49
40	1.00E+3	9.6E+12	1.5E-10	0.00E+0	1.0E-05	7.0E-05	1.00E+0	0.00E+0	19/07/2005 11:50

În continuare se vor prezenta rezultate experimentale obținute pe probe confecționate din șină de cale ferată.

### Calculul da/dN pentru șina '85

Din tabelul de date furnizat de către mașina de încercat se preiau datele necesare și se trasează variația da/dN în raport cu timpul (sau cu numărul de cicluri), figura 3.10. Așa cum se constată din această figură, viteza de propagare a fisurii variază în timpul încercării. De exemplu, în perioada de sfârșit a încercării viteza de propagare a fisurii crește în mod semnificativ. Totuși, pe noi ne interesează zona în care viteza de propagare a fisurii are o valoare constantă, atunci când suntem cu lungimea fisurii la o valoare intermediară: nici la început cât apar fenomene legate de ecruisare, nici la sfârșit când deja lungimea fisurii a ajuns la o valoare la care aceasta se propagă cu viteză destul de mare, chiar brusc. Se poate aproxima variația da/dN în raport cu timpul cu un polinom de gradul 4. În consecință pentru calculul vitezei de propagare a fisurii în acest caz, am ales timpul de 200 secunde ca fiind semnificativ pentru constanța vitezei de propagare a fisurii. În graficul din figura 3.11 s-a găsit pentru viteza de propagare a fisurii pentru proba '85, la timpul de 200 secunde:

$$da/dN_{\text{șina}'85} = 0,0000985 \text{ mm/ciclu} \quad (3.22)$$

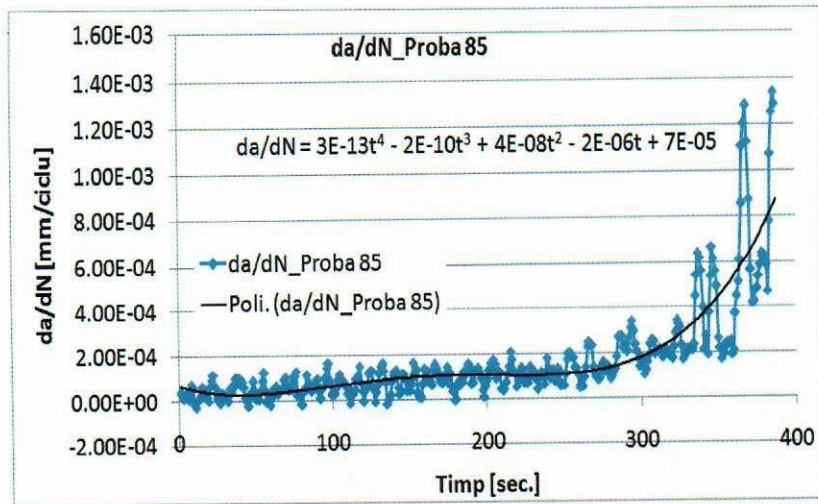


Fig. 3.11. Variația în timp a vitezei de propagare a fisurii – proba '85

*Calculul da/dN pentru șina '86*

În figura 3.12 se prezintă variația vitezei de propagare a fisurii în raport cu timpul pentru șina '86.

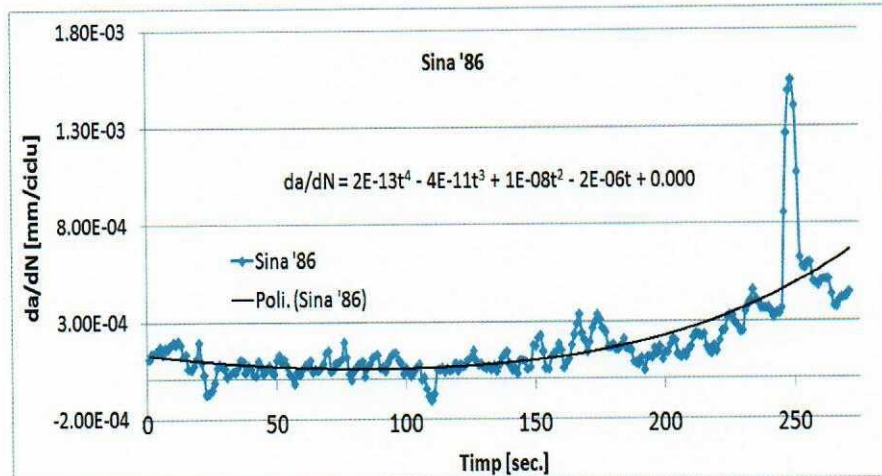


Fig. 3.12. Variația în timp a vitezei de propagare a fisurii – proba '86

S-a aproximat variația da/dN în raport cu timpul cu un polinom de gradul 4. Se constată faptul că viteza de propagare a fisurii începe să crească după aprox. 150 de secunde de la începutul încercării. Ca urmare, se poate lua valoarea pentru timp de 136 de secunde ca fiind reprezentativă pentru a determina viteza de propagare a fisurii. La această valoare se înregistrează începutul creșterii vitezei de propagare a fisurii. În graficul din figura 3.12 s-a găsit pentru viteza de propagare a fisurii pentru proba '85, la timpul de 136 secunde:

$$da/dN_{sina/86} = 0,0000935 \text{ mm/ciclu} \quad (3.23)$$

*Calculul da/dN pentru șina NOUA*

În figura 3.13 se prezintă variația vitezei de propagare a fisurii în raport cu timpul pentru șina NOUA.

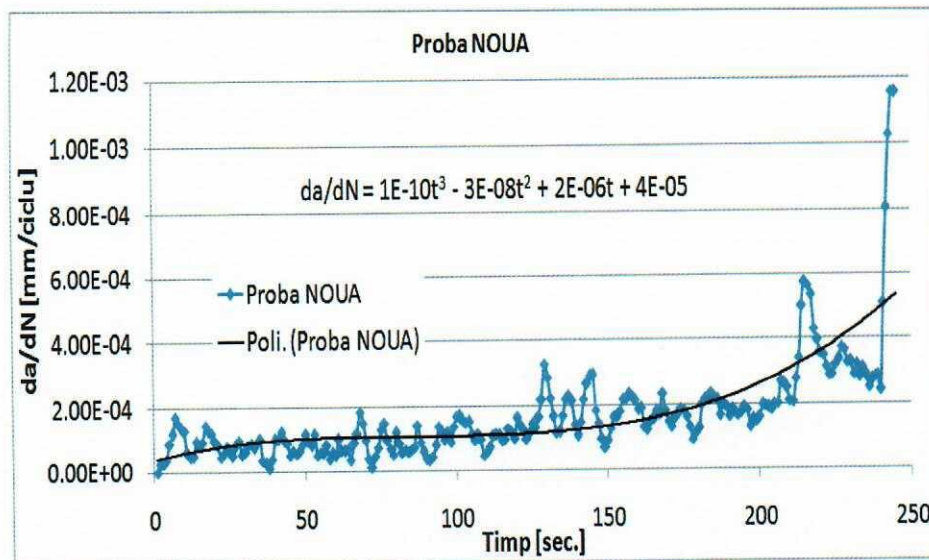


Fig. 3.13. Variația în timp a vitezei de propagare a fisurii – șina NOUA

S-a aproximat variația  $da/dN$  în raport cu timpul cu un polinom de gradul 4. Se constată faptul că viteza de propagare a fisurii începe să crească după aprox. 123 de secunde de la începutul încercării. Ca urmare, se poate lua valoarea pentru timp de 123 de secunde ca fiind reprezentativă pentru a determina viteza de propagare a fisurii. În graficul din figura 3.12 s-a găsit pentru viteza de propagare a fisurii pentru șina NOUA, la timpul de 123 secunde:

$$da/dN_{\text{șinaNOUA}} = 0,0000978 \text{ mm/ciclu} \quad (3.24)$$

### Concluzii

Viteza de propagare a fisurii la oboseală (m/Gc) trebuie să nu depășească valorile indicate în *tabelul 3.1* din standardul SR EN 13674-1:2011, respectiv:

**Tab. 3.1** din standardul SR EN 13674-1:2011– Viteza de propagare a fisurii la oboseală

Marca oțelului	$\Delta K = 10 \text{ MPa m}^{1/2}$	$\Delta K = 13,5 \text{ MPa m}^{1/2}$
Toate mărcile cu excepția R200 și R320Cr	17 m/Gc=0,000017 mm/ciclu	55 m/Gc=0,000055 mm/ciclu

Din încercările și determinările realizate asupra celor trei tipuri de șină, reiese faptul că viteza de propagare a fisurii pentru toate șinele analizate, este mai mare decât cele indicate în standardul SR EN 13674-1:2011. Totuși, se constată faptul că și șina NOUA are valori foarte apropiate de șinele '85 și '86. În consecință, dacă avem în vedere o **deteriorare** a caracteristicii „viteză de propagare a fisurii” pentru șinele '85 și '86, **aceasta pare a nu fi avut loc**. Valorile determinate pentru viteza de propagare a fisurii în materialul din care au fost confecționate șinele '85 și '86 rulate în exploatare, sunt normale, caracteristice respectivului material, necuprins în tabelul 3 din standardul SR EN 13674-1:2011.

## BIBLIOGRAFIE

- [1] F.A McClintock, Plasticity aspects of fracture. In *Fracture: An Advanced Treatise*, Vol.3: 47-225, Academic Press, New York, 1971.
- [2] P.C. Paris, G.C. Sih, Stress analysis of cracks. *Fracture Toughness Testing and Its Applications*, ASTM STP 381: 30-83, Philadelphia: ASTM, 1965.
- [3] A.K. Head, *Physics and Strength of Plasticity*, M.I.T. Press, 1969
- [4] N.E. Frost, D.S. Dugdale, The propagation of fatigue cracks in test specimens. *J Mechan Phys Solids*; 6:92-110, 1958.
- [5] P.C. Paris, F. Erdogan, F. A critical analysis of crack propagation Laws. *Transaction ASME, Journal of Basic Engineering*, vol. 85, no. 4, p. 528-533, 1963.
- [6] G.C. Sih, B.M. Barthelemy. Mixed-mode fatigue crack growth predictions. *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 13, no. 3, p. 439-451, 1980.
- [7] L. F. Coffin, S. S. Manson, Explain fatigue crack-growth in terms of plastic strain in the tip of cracks, 1954.
- [8] J.R. Rice, A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks, *J. Appl. Mech.*, 35: 379-386, 1968.
- [9] R.J. Donahue, H.M. Clark, P. Atanmo, R. Kumble, A.J. McEvily, Crack opening displacement and the rate of fatigue crack growth, *International Journal of Fracture Mechanics* 8, 209-219, 1972.
- [10] R. G. Forman, V. E. Kearney, R. M. Engle, Numerical Analysis of Crack Propagation in Cyclic-Loaded Structures, *J. Basic Eng* 89(3), 459-463, Sep 01, 1967.
- [11]. V. Goanță, *Mecanica ruperii*, Ed. Tehnopress, Iași, 2006.

## MECANICA RUPERII - LABORATOR 4

### DETERMINAREA EXPERIMENTALĂ A TENACITĂȚII LA FISURARE PENTRU MATERIALE METALICE PREPONDERENT FRAGILE

---

- 4.1. *Semnificația mărimilor utilizate*
  - 4.2. *Aparatura necesară*
  - 4.3. *Configurația probelor utilizate*
  - 4.4. *Fisurarea prin oboseală*
  - 4.5. *Modul de lucru*
  - 4.6. *Validarea rezultatelor încercării*
  - 4.7. *Utilizarea softului aferent mașinii INSTRON*
  - 4.8. *Rezultate experimentale obținute*
  - 4.9. *Prelucrarea rezultatelor experimentale obținute*
- 

Determinarea experimentală a rezistenței la fisurare este standardizată de ASTM E 399/1997 și se referă la probe din materiale metalice cu o comportare liniar elastică până la rupere. *Scopul încercării* este determinarea valorii critice a factorului de intensitate a tensiunii  $K_{Ic}$  în condițiile stării plane de deformație și a deplasării flancurilor fisurii după *modul I*. Această metodă implică încercarea unor probe standardizate, prevăzute cu o creștătură laterală inițială în prelungirea căreia se propagă o fisură prin oboseală. Solicitățile la care sunt supuse probele cu diferite configurații sunt de tracțiune sau încovoiere. Pe parcursul încercării se urmăresc mai multe aspecte. Trebuie trasată dependența forță – deplasarea marginilor creștăturii inițiale. Se stabilește încărcarea corespunzătoare propagării fisurii la o deplasare mai mare cu 2% față de cea corespunzătoare apariției primei neliniarități a graficului forță – deplasare. Valoarea pentru rezistența la fisurare  $K_{Ic}$  se determină pe baza unor relații de calcul stabilite ca urmare a analizei tensiunilor elastice corespunzătoare tipului de probă și solicitare utilizate. Validitatea determinării acestei valori depinde, într-o bună măsură, de „ascuțimea” fisurii propagate prin oboseală astfel încât aceasta să aproximeze cât mai bine o fisură reală. În acest sens, nivelul tensiunilor de oboseală pentru prefisurare trebuie să fie cât mai scăzut.

#### 4.1. **Semnificația mărimilor utilizate**

Mărimea  $K_{Ic}$  caracterizează rezistența la fisurare a materialului în condiții de mediu neutre și în prezența unei fisuri severe astfel încât starea de tensiuni în apropierea flancurilor fisurii să inducă o deformație plană iar regiunea deformată plastic de la vârful fisurii să fie mică în comparație cu dimensiunile probei și cu lungimea fisurii. Valoarea determinată pentru

---

$K_{Ic}$  reprezintă valoarea limită, inferioară, a rezistenței la fisurare. Această valoare poate fi utilizată pentru a pune în evidență relația existentă între tensiunea de rupere și mărimea defectului pentru materialul aflat în serviciu.

Pot exista anumite fenomene ce conduc la determinarea unei valori pentru  $K_{Ic}$  care să nu fie reprezentativă pentru materialul respectiv. Răspunsul materialului în ceea ce privește determinarea  $K_{Ic}$  este influențat de viteza de încercare și de temperatură. Pe de altă parte, solicitarea ciclică poate cauza propagarea fisurii la valori  $K_I$  mai mici decât  $K_{Ic}$ . Propagarea fisurii sub solicitare ciclică sau chiar sub solicitare statică menținută un timp îndelungat, trebuie să țină seama și de existența factorilor de mediu sau a agenților corozivi. În exploatare trebuie să se pună în evidență diferențierile care apar în ceea ce privește condițiile de încercare din laborator și cele din exploatare.

Cu certitudine nu se va obține o valoare validă pentru  $K_{Ic}$  dacă materialul avut la dispoziție în vederea solicitării nu are mărimea necesară pentru a se executa probele de dimensiunile cerute. În astfel de cazuri,  $K_{Ic}$  nu mai reprezintă un concept al Mecanicii liniare a ruperii dar poate fi utilizat pentru măsurători comparative ale tenacității materialelor, atunci când probele sunt de aceeași formă și dimensiune. Chiar dacă probele nu au mărimea necesară pentru *validarea rezultatelor încercării* (descrisă în paragrafele următoare), totuși dimensiunile lor trebuie să permită ca la forța maximă să aibă loc mai degrabă propagarea pronunțată a fisurii decât apariția unei deformații plastice generalizate.

Această metodă de determinare poate fi utilizată în următoarele scopuri:

1. În cercetare și dezvoltare pentru a stabili, în termeni cantitativi, performanța în serviciu a unui material, efectele variabilelor metalurgice (tratamentele termice, compoziția, etc.) sau a operațiilor de fabricare (prelucrarea mecanică, sudarea, etc.) asupra rezistenței la fisurare;
2. În exploatare pentru a stabili materialul corespunzător a fi utilizat în anumite aplicații pentru care trebuie determinată mărimea maxim-admisibilă a defectelor din material;
3. Pentru elaborarea anumitor specificații în ceea ce privește calitatea fabricației, dar numai acolo unde există o bază solidă pentru determinarea valorilor  $K_{Ic}$ . Pentru aplicații particulare, valorile stabilite pentru  $K_{Ic}$  trebuie puse în concordanță cu solicitarea reală a componentei respective, cu sensibilitatea și precizia metodelor de control nedistructiv utilizate în vederea determinării fisurilor propagate în timpul funcționării.

#### **4.2. Aparatura utilizată**

Probele trebuie solicitate pe o mașină de încercat care să aibă dispozitivele necesare pentru înregistrarea variației forță – deplasare. Având în vedere faptul că se pot utiliza diferite configurații ale probelor, dispozitivele de fixare pe mașina de încercat trebuie adaptate la cerințele determinate de respectivele probe. Aceste dispozitive vor asigura, printre altele, o bună aliniere a direcției forțelor aplicate și o perpendicularitate a direcției forțelor relativă la planul fisurii.

Pentru determinarea variației deplasării în timpul solicitării se va utiliza un *traductor de deplasare*, figura 4.1.



Mărcile tensometrice utilizate din cadrul acestui dispozitiv trebuie să fie precis și corect poziționate. Trebuie avut în vedere ca acest traductor să nu sufere deteriorări atunci când proba se rupe. Traductorul de deplasare are în componență elementele elastice 1, pe care se lipește traductorii electrici rezistivi  $T_1$ ,  $C_1$ ,  $T_2$  și  $C_2$ , elementele 1 fiind rigidizate prin șurubul 3 și piulița 4 de corpul 2. Traductorii electrici rezistivi aplicați pe lamelele elastice 1 trebuie să aibă un factor de sensibilitate de cel puțin 2. Mărcile tensometrice sunt lipite pe suprafețele supuse la tracțiune și compresiune ale fiecărei lamele și conectate la o punte Wheatstone, figura 4.2, ce conține rezistențe variabile.

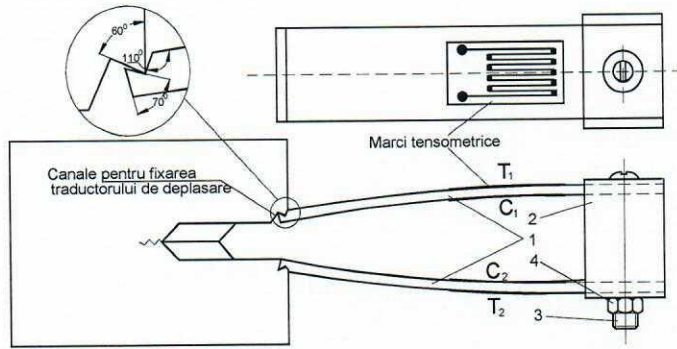


Fig. 4.1. Traductorul de deplasare

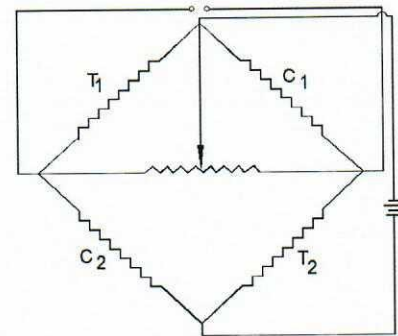


Fig. 4.2. Puntea Wheatstone

Materialul din care sunt confecționate lamelele dispozitivului trebuie să aibă un coeficient ridicat al limitei elastice, respectiv raportul  $(\sigma_c/E)$ . Detalii privind dimensiunile pentru lamelele elastice și pentru piesa intermediară sunt prezentate în figura 4.3.

Măsurarea forței și a deplasării la deschiderea fisurii se face printr-o înregistrare continuă, preluându-se semnalul de la traductorul de forță și de la traductorul de deplasare. Preciziile traductorului de forță și a înregistratorului trebuie să fie de  $\pm 1\%$ , iar precizia înregistrării deplasării la deschiderea fisurii sub acțiunea forței aplicate trebuie să fie de cel puțin  $3 \cdot 10^{-3}$  mm pentru deplasări de până la 0,5 mm și de  $\pm 1\%$  din valoarea înregistrată pentru deplasări mai mari.

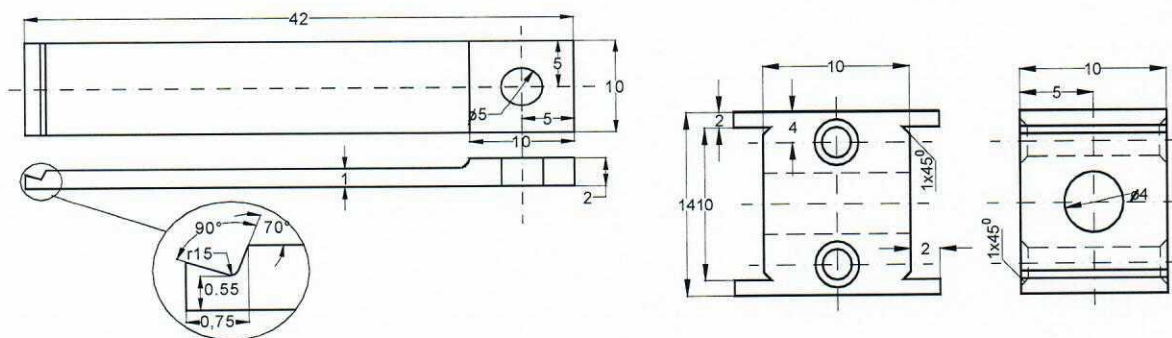
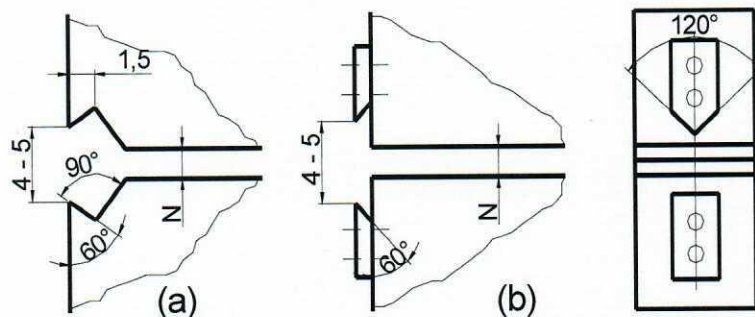


Fig. 4.3. Detalii pentru lamele și piesa intermediară ale traductorului de deplasare

Mărcile tensometrice trebuie să furnizeze un semnal perfect liniar pe domeniul de deplasare în care se lucrează, respectiv 2,5 mm. Liniaritatea semnalului se poate verifica cu ajutorul unui extensometru de calibrare. Pentru calibrare se vor face 10 citiri la intervale egale, pe întreg domeniul de lucru al mărcii. Această procedură de calibrare se repetă de trei

ori pentru fiecare marcă, de fiecare dată demontându-se și apoi așezându-se din nou, în degajările respective, dispozitivul de deplasare. Abaterea de la liniaritate, aproximată prin metoda celor mai mici pătrate, trebuie să fie de maximum 0,0025 mm. Nu este necesară o precizie absolută întrucât în cadrul acestei determinări se lucrează mai degrabă cu variații relative decât cu valori absolute.

Traductorul de deplasare se montează în degajările special prelucrate în epruvetă, *figura 4.4a*, sau cu ajutorul unor piese intermediare conform *figurii 4.4b*. În cazul degajărilor incluse, punctele de referință în ceea ce privește măsurarea lungimii de încovoiere vor fi cele de la partea frontală a probei. Pentru degajările aplicate se va face modificarea necesară în funcție de grosimea pieselor aplicate.



**Fig. 4.4.** Degajări incluse (a) și aplicate (b)

### 4.3. Configurația probelor utilizate

#### 4.3.1. Considerații privind alegerea probei

Pentru ca rezultatele obținute în urma aplicării acestei metode de determinare să poată fi considerate valide, atât grosimea  $B$  a probelor cât și lungimea fisurii trebuie să îndeplinească condiția:

$$B, a \geq 2,5 \left( \frac{K_{Ic}}{\sigma_c} \right) \quad (4.1)$$

în care  $\sigma_c$  reprezintă limita de curgere a materialului corespunzătoare temperaturii și vitezei de încercare utilizată pentru determinarea  $K_{Ic}$ . Alegerea inițială a grosimii minime a epruvetei se face în funcție de valoarea raportului  $\sigma_c/E$ , conform *tabelului 4.1*.

Dacă se obține în final, pe baza încercărilor, o valoare dată de relația  $2,5 \left( \frac{K_{Ic}}{\sigma_c} \right)$  care să conducă la o grosime a probei inferioară celei utilizate se va repeta încercarea cu o probă de grosime mai mică. Pe de altă parte, dacă dispunem de un material astfel încât să nu poată fi verificată relația (4.1), atunci nu se pot face determinări care să conducă la un rezultat valid pentru  $K_{Ic}$ , pe baza acestei metode.

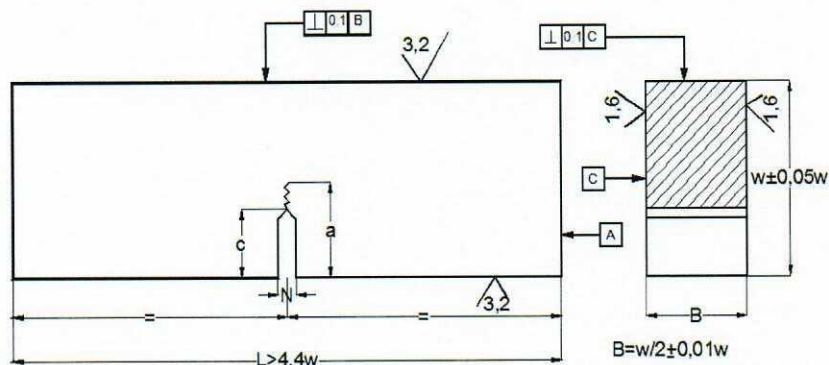
Epruvetele pe care se determină tenacitatea la rupere  $K_{Ic}$  pot fi epruvete de încovoiere sau de tracțiune; ambele tipuri conținând o creștătură, ce are în prelungire o fisură propagată prin oboseală.

**Tab. 4.1.** Grosimea minimă a epruvetei

Valoarea raportului $\frac{\sigma_c}{E}$	Grosimea epruvetei, B [mm]
$\leq 0,0050$	100
0,0050...0,0057	75
0,0057...0,0062	63
0,0062...0,0065	50
0,0065...0,0068	44
0,0068...0,0071	38
0,0071...0,0075	32
0,0075...0,0080	25
0,0080...0,0085	20
0,0085...0,01	12,5
$\geq 0,0100$	6,5

#### 4.3.2. Epruveta de încovoiere

Proba standard de încovoiere conține o singură creștătură laterală în prelungirea căreia există o fisură propagată prin oboseală, *figura 4.5*.



**Fig. 4.5.** Proba utilizată pentru încovoiere

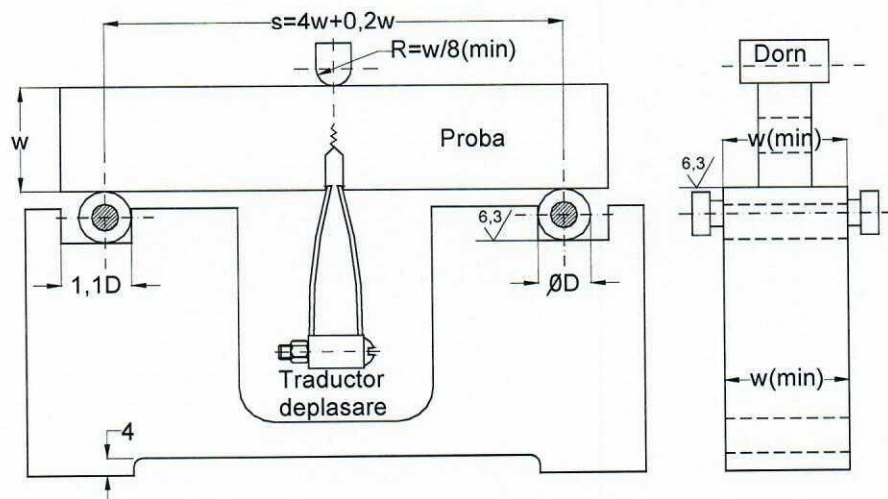
Abaterile dimensionale și rugozitatea suprafețelor prelucrate sunt indicate în *figura 4.5*. Tratamentele termice se aplică înainte de prelucrările de finisare a epruvetelor, finisare la care se prescrie un adaos de prelucrare de 0,05 mm pentru fiecare suprafață a epruvetei. Lățimea  $W$  a probei precum și lungimea fisurii trebuie măsurate cu o precizie ridicată. Abaterile de la dimensiunile exacte nu trebuie să depășească 0,5% din dimensiunea respectivă. Fisura practică în prelungirea creștăturii epruvetelor se propagă pe mașini de încercat la solicitări variabile sinusoidale, axiale sau de încovoiere. Dimensiunile probelor de încovoiere care pot fi utilizate pentru determinarea  $K_{Ic}$  sunt date în *tabelul 4.2*. Este de dorit ca fisura prin oboseală să se fixeze pe același sistem de rezemare ca la încercarea finală pentru

determinarea  $K_{Ic}$ . Bara se fixează pe două reazeme cilindrice cu posibilitatea de rotire axială și este sollicitată prin intermediul unui dorn cu partea terminală tot cilindrică, *figura 4.6*. Distanța  $S$  dintre reazeme este egală, cel puțin, cu  $4W$ .

**Tab. 4.2.** Dimensiunile probelor compacte

Tipul	Grosimea B [mm]	Lățimea W [mm]	Lungimea fisurii a [mm]	Lățime max. creștătură N [mm]	Lungime creștătură C [mm]
10	10	20	9,0...11,0	1,3	5,0...8,0
25	25	50	22,5...27,5	3,2	12,5...20
50	50	100	45...55	6,5	25...40
75	75	150	67,5...82,5	9,7	37,5...60
100	100	200	90...110	13	50...80

Reazemele sunt proiectate astfel încât să se minimizeze frecarea cu proba, permițând rolelor să se rotească ușor atunci când proba este sollicitată. O atenție deosebită trebuie acordată direcției de acțiune a forței care trebuie să fie la mijlocul distanței dintre reazeme. Abaterea în acest caz trebuie să fie mai mică de 1% din distanța dintre reazeme. De asemenea, fisura practică probei trebuie poziționată cât mai exact, la mijlocul distanței dintre reazeme, pe direcția de acțiune a forței. Abaterea de la paralelism dintre axele rolelor de rezemare și axa creștăturii epruvetei nu trebuie să depășească  $2^0$ . Aplicarea sarcinii se face lent, continuu, progresiv și fără șocuri, astfel încât viteza de variație a factorului de intensitate a tensiunii să fie cuprinsă în intervalul  $dK_I/dt = [0,55 \div 2,75]$  (MPa·m<sup>1/2</sup>)/sec. Pentru o grosime standard a probei de 25 mm, viteza de încărcare va fi cuprinsă în intervalul 0,3-1,5 kN/sec.



**Fig. 4.6.** Configurația rezemării probei de încovoiere

#### 4.3.3. Epruveta de tracțiune

Epruveta de tracțiune sau epruveta compactă – CT (compact tension) are o singură creștătură laterală în prelungirea căreia se induce o fisură prin oboseală care să fie ca aspect

cât mai apropiată de fisurile reale. Configurația și dimensiunile generale ale acestei probe sunt prezentate în figura 4.7.

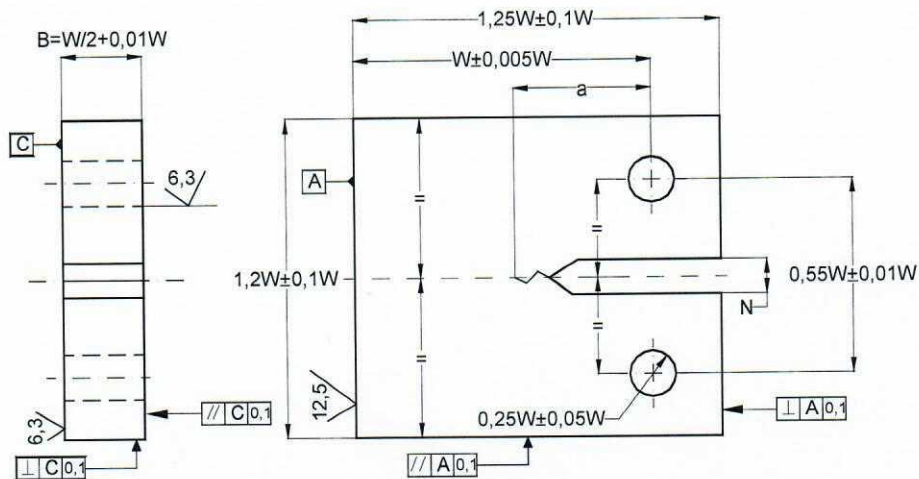


Fig. 4.7. Proba de tracțiune - CT

Abaterile dimensionale și rugozitatea suprafețelor prelucrate sunt indicate în figura 4.7. Tratamentele termice se aplică înainte de prelucrările de finisare a epruvetelor, finisare la care se prescrie un adaos de prelucrare de 0,05 mm pentru fiecare suprafață a epruvetei. Lățimea  $W$  a probei precum și lungimea fisurii trebuie măsurate cu precizie ridicată. Abaterea de la dimensiunile exacte nu trebuie să depășească 0,5% din dimensiunea respectivă.

Fisura în prelungirea creștăturii epruvetelor se propagă pe mașini de încercat la solicitări variabile sinusoidale axiale sau de încovoiere. Dimensiunile probelor de încovoiere care pot fi utilizate pentru determinarea  $K_{Ic}$  sunt date în tabelul 4.2. Dispozitivul pentru încercarea la tracțiune este prezentat în figura 4.8.

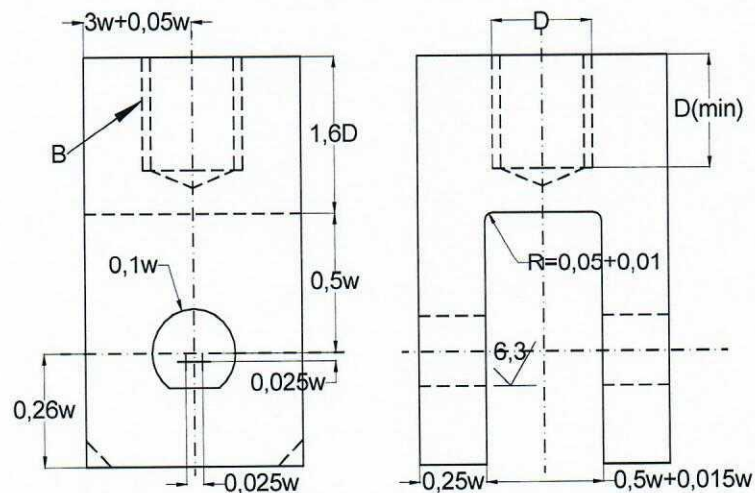


Fig. 4.8. Dispozitivul de solicitare la tracțiune

Proba se prinde de furcile dispozitivului prin intermediul a două bolțuri care permit rotirea probei în timpul încercării. Dimensiunile relative și toleranțele ce trebuie respectate la construcția dispozitivului sunt prezentate în figura 4.8. Materialul din care se confecționează

atât furcile cât și bolțurile care compun dispozitivul trebuie să fie un oțel cu limita de curgere de aproximativ 1930 MPa.

Se încarcă proba compactă cu o astfel de viteză încât creșterea coeficientului de intensitate a tensiunilor să se păstreze în intervalul  $[0,55 \div 2,75 \text{ (MPa} \cdot \text{m}^{1/2})/\text{sec.}]$ . Pentru o probă standard, cu raportul  $W/B=2$ , viteza de solicitare, care să respecte indicațiile de mai sus trebuie să fie cuprinsă între  $[0,34-1,7 \text{ kN/sec.}]$ .

#### 4.4. Fisurarea prin oboseală

În figura 4.9 sunt prezentate trei forme ale creștăturii inițiale și ale fisurii de oboseală.

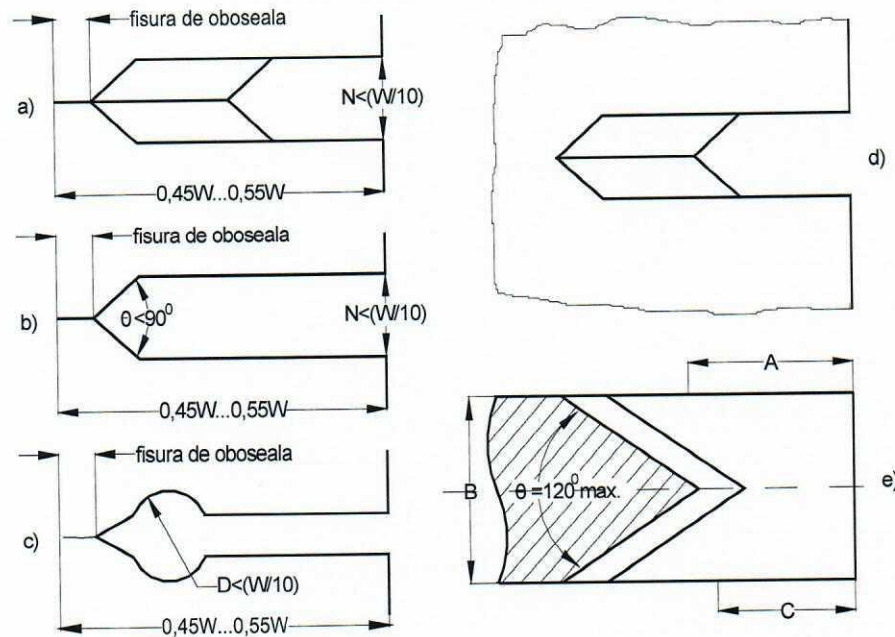


Fig. 4.9. Tipuri de creștături

Propagarea fisurii prin oboseală trebuie să se facă la nivele scăzute ale solicitării. Ca urmare, raza de la vârful creștăturii în V prefabricată prin frezare (de exemplu) trebuie să fie de cel mult 0,08 mm. În cazul în care creștătura este prevăzută cu o gaură, în partea finală se practică un concentrator de tensiuni ascuțit. La prelucrarea vârfurilor canalelor trebuie luate anumite precauții, astfel încât planul fisurii de oboseală să se orienteze în lungul creștăturii. Experiența arată că este improbabil ca prin fisurarea de oboseală să se obțină o reproductibilitate totală a fisurii reale și mai mult, aceasta chiar să simuleze o fisură naturală în vederea obținerii unor rezultate satisfăcătoare pentru  $K_{Ic}$ . O creștătură și o fisură prin oboseală se pot obține pentru majoritatea materialelor metalice. Sunt totuși materiale fragile care nu pot fi prefisurate prin oboseală întrucât la aceste materiale apare ruperea imediat după inițierea fisurii de oboseală. Pentru aceste materiale, indicații privind determinarea  $K_{Ic}$  se vor prezenta mai târziu în acest capitol.

O prefisură de oboseală se produce prin încărcarea ciclică a unei probe cu creștătură, având un raport între tensiunea minimă și cea maximă care să ducă la un coeficient de asimetrie a ciclului cuprins în intervalul  $1 \div 0,1$ . Numărul de cicluri este, în mod obișnuit,

cuprins între  $10^4$  și  $10^6$  depinzând de mărimea probei, forma creștăturii și nivelul intensității tensiunilor. Valoarea tensiunii maxime în etapa finală a creșterii fisurii nu trebuie să depășească 60% din tensiunea utilizată pentru determinarea  $K_{Ic}$ . Un anumit număr de cicluri din numărul total necesar pentru producerea prefisurării prin oboseală este consumat pentru inițierea fisurii în zona vârfului creștăturii, restul se utilizează pentru creșterea fisurii la lungimea cerută. Dacă numărul total de cicluri necesar pentru obținerea fisurii de oboseală este mare, se poate presupune că aceasta se datorează numărului mare de cicluri necesar pentru inițierea fisurii și ca urmare, viteza de propagare a fisurii este mică. Inițierea mai devreme a fisurii de oboseală se poate face astfel:

- Prin executarea unei creștături asemănătoare celei din *figura 4.9a*;
- Prin executarea unei creștături foarte ascuțite, *figura 4.9b*;
- Prin încărcarea statică a probei astfel încât vârful creștăturii să fie comprimat pe direcție perpendiculară în raport cu planul fisurii ce urmează să se propage dar fără a se introduce tensiuni care să depășească limita de curgere a materialului;
- Prin utilizarea unui coeficient de asimetrie  $R < 0$ .

Se recomandă trasarea a câte două linii pe fiecare parte a probei, perpendiculare pe planul fisurii de oboseală care urmează să se propage. *Linia cea mai apropiată* de vârful creștăturii trebuie să indice lungimea minimă a fisurii de oboseală și nu trebuie să fie la o distanță mai mică de 2,5% din lungimea totală a creștăturii și fisurii de oboseală, respectiv de 0,0125W. *Linia cea mai depărtată* trebuie să fie la 97,5% din lungimea finală a fisurii. Când cea mai avansată urmă a fisurii aproape că a atins linia care marchează 97,5% din lungimea totală a fisurii, solicitarea maximă trebuie redusă astfel încât raportul dintre factorul maxim de intensitate a tensiunii și modulul lui Young,  $K_{max}/E$ , să nu depășească valoarea  $0,00032 \text{ m}^{1/2}$ . Pe de altă parte,  $K_{max}$  nu trebuie să fie mai mare de 60% din valoarea  $K_Q$  determinată în testul preliminar (ce va fi discutat ulterior) dacă acest  $K_Q$  va conduce la o valoare valabilă pentru  $K_{Ic}$ .

Se recomandă ca valoarea maximă a încărcării inițiale în vederea prefisurării să fie aleasă astfel încât, factorul maxim de intensitate a tensiunilor în porțiunea inițială a ciclului de oboseală să nu depășească 80% din valoarea  $K_{Ic}$  estimată pentru material. Valori mai mari pentru  $K$  pot conduce la viteze mari, nedorite, de creștere a fisurii. Valoarea minimă a încărcării se alege astfel încât coeficientul de asimetrie a ciclului să fie cuprins între -1 și +0,1. Valori spre -1 vor conduce la o propagare mai rapidă a fisurii. În aceste condiții trebuie luate măsuri în ceea ce privește rezemarea corespunzătoare a probelor.

În absența unor factori de mediu favorizanți, variația frecvenței de lucru a solicitării de oboseală, dacă valoarea acesteia este sub 100 Hz, nu se cunoaște a avea influență semnificativă asupra propagării fisurii. Inițierea și propagarea fisurii de oboseală trebuie observate cu atenție. Dacă inițierea fisurii nu este observată pe ambele laturi ale probei, înainte ca fisura să se propage semnificativ se oprește solicitarea pentru a se determina cauza și a remedia această comportare asimetrică. Uneori, simpla inversare a probei în dispozitivul de prindere poate rezolva această problemă. Dacă fisura de oboseală se induce la o temperatură  $T_1$ , iar solicitarea propriu-zisă va avea loc la temperatura  $T_2$ ,  $K_{max}$  nu trebuie să

depășească valoarea  $0,6 \left( \frac{\sigma_{c1}}{\sigma_{c2}} \right) K_Q$  în care  $\sigma_{c1}$  și  $\sigma_{c2}$  sunt limitele de curgere la temperaturile  $T_1$  respectiv  $T_2$ .

## 4.5. Modul de lucru

### 4.5.1. Măsurători

Este recomandat a se efectua cel puțin trei încercări în aceleași condiții pentru a verifica repetabilitatea încercărilor. Probele trebuie să aibă configurația și toleranțele figurate pe desene. În ceea ce privește proba de încercat, de tracțiune sau de încovoiere, se au în vedere următoarele dimensiuni: grosimea  $B$ , lungimea fisurii  $a$  și lățimea probei  $W$ .

Se măsoară grosimea  $B$  cu o abatere maximă de 0,025 mm și se calculează ca o medie a trei măsurători efectuate la distanțe egale de la marginea cu creștătură până la vârful fisurii.

Se măsoară lungimea fisurii  $a$ , **după rupere**, în trei poziții: pe margini și la mijloc. Se face media acestor măsurători pentru a calcula  $K_Q$ .

Pentru lungimea fisurii sunt următoarele cerințe:

- pentru creștătura din *figura 9a* (cu detalii în *figurile 9d și e*), fisura de oboseală trebuie să pornească în același timp de la ambele fețe ale probei;
- cele trei măsurători efectuate nu trebuie să difere față de medie cu mai mult de 10%;
- planul fisurii trebuie să se mențină pe aceeași direcție cu planul median al creștăturii.

Lățimea  $W$  a probei trebuie măsurată cu o precizie ridicată. Abaterea de la dimensiunea exactă nu trebuie să depășească 0,5% din dimensiunea respectivă.

Viteza de solicitare, în cazul solicitării statice, trebuie să fie astfel aleasă încât să determine o creștere a factorului de intensitate a tensiunilor în intervalul  $0,55 \div 2,75$  (MPa·m<sup>1/2</sup>)/sec. Se trasează graficul de variație a forței în raport cu deplasarea. Panta inițială a porțiunii liniare trebuie să fie cuprinsă între 0,7 și 1. Dacă este necesar se vor atașa traductoarelor, amplificatoare de forță sau de deplasare, pentru a putea determina pe grafic forța  $P_Q$  cu o abatere de cel mult 1%. Pentru siguranță, citirea forței  $P_{max}$  se face de pe cadranul mașinii de încercat trecându-se pe grafic. Măsurarea forței și a deplasării la deschiderea fisurii se face printr-o înregistrare continuă, înregistrându-se semnalul de la traductorul de forță în funcție de semnalul traductorului de deplasare. Preciziile traductorului de forță și a înregistratorului trebuie să fie de  $\pm 1\%$ , iar precizia înregistrării deplasării la deschiderea fisurii sub acțiunea forței aplicate trebuie să fie de cel puțin  $3 \cdot 10^{-3}$  mm pentru deplasări de până la 0,5 mm și de  $\pm 1\%$  din valoarea înregistrată pentru deplasări mai mari. De asemenea, traductorul de deplasare trebuie să asigure o deformare liniară a lamelelor pentru o cursă de minimum 2,5 mm.

### 4.5.2. Interpretarea graficului forță-deplasare

Înregistrarea forță – deplasare, obținută în timpul încercării, poate avea una din formele din *figura 4.10*. Aprecierea rezultatelor încercării pentru determinarea tenacității la rupere  $K_{Ic}$ , constă în determinarea valorii *tenacității la rupere calculată*  $K_Q$ , pe baza înregistrării forță – deplasare. Valoarea calculată a tenacității la rupere se determină pe baza *forței critice*  $P_Q$ , care se obține astfel:



- se trasează o secantă OB având panta cu 5% mai mică decât panta porțiunii inițiale a înregistrării forță - deplasare (OA);
- forța ce corespunde intersecției secantei OB cu curba înregistrată se notează  $P_5$ .

Dacă înregistrarea forță - deplasare este de tipul I, figura 4.10, adică toate valorile forței ce preced pe  $P_5$  sunt mai mici, atunci se consideră  $P_Q = P_5$ . Dacă se înregistrează un maxim al forței ce precede forța  $P_5$  (înregistrări de tipul II și III în figura 4.10), atunci valoarea forței de calcul  $P_Q$  se ia egală cu valoarea forței maxime din înregistrare ce precede  $P_5$ . Neliniaritățile ce apar pe porțiunea inițială a înregistrării, datorită așezării traductorului de deplasare, se neglijează.

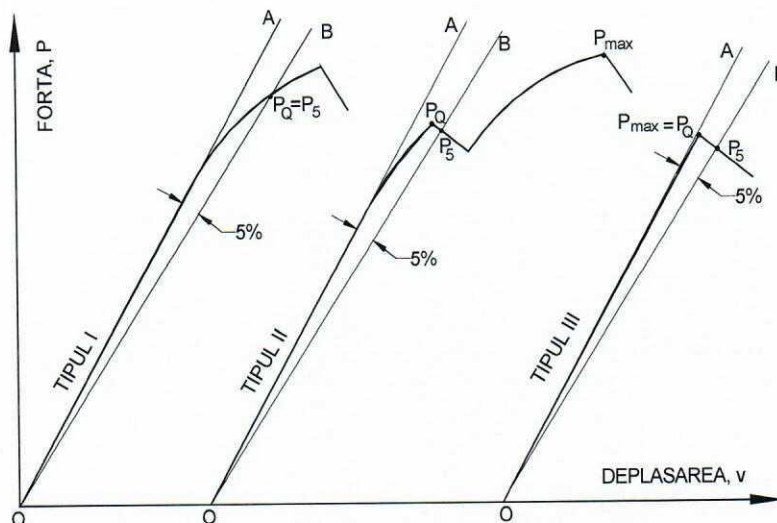


Fig. 4.10. Principalele tipuri de curbe caracteristice

Se calculează raportul  $P_{max}/P_Q$  și dacă acesta este mai mic de 1,10 se procedează la calculul lui  $K_Q$ .

Tenacitatea la rupere calculată  $K_Q$  se determină pe baza următoarelor relații:

- pentru epruveta sollicitată la tracțiune:

$$K_Q = F_Q \frac{f\left(\frac{a}{W}\right)}{BW^{\frac{1}{2}}} \quad (4.2)$$

unde:

$$f\left(\frac{a}{W}\right) = 29,6\left(\frac{a}{W}\right)^{\frac{1}{2}} - 185,5\left(\frac{a}{W}\right)^{\frac{3}{2}} + 655,7\left(\frac{a}{W}\right)^{\frac{5}{2}} - 1017\left(\frac{a}{W}\right)^{\frac{7}{2}} + 638,9\left(\frac{a}{W}\right)^{\frac{9}{2}} \quad (4.3)$$

- pentru epruveta sollicitată la încovoiere:

$$K_Q = \frac{1}{10} \sqrt{10} F_Q \frac{L}{BW^{\frac{3}{2}}} f\left(\frac{a}{W}\right) \quad (4.4)$$

unde:

$$f\left(\frac{a}{W}\right) = \frac{3\left(\frac{a}{W}\right)^{\frac{1}{2}} \left[ 1,99 - \left(\frac{a}{W}\right) \left( 1 - \frac{a}{W} \right) \left( 2,15 - 3,93 \left(\frac{a}{W}\right) + 2,7 \left(\frac{a}{W}\right)^2 \right) \right]}{2 \left( 1 - 2 \frac{a}{W} \right) \left( 1 - \frac{a}{W} \right)^{\frac{3}{2}}} \quad (4.5)$$

După calculul valorii  $K_Q$  se verifică dacă:

$$B, a \geq 2,5 \left( \frac{K_{Ic}}{\sigma_c} \right)^2 \quad (4.6)$$

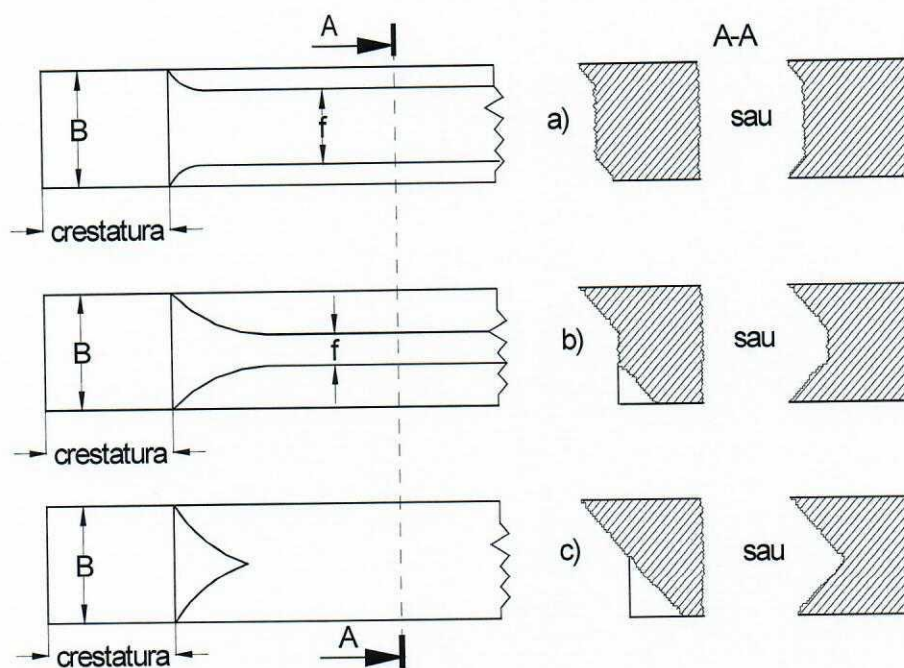


Fig. 4.11. Tipuri de rupere

În cazul respectării condiției (4.6) valoarea critică a factorului de intensitate a tensiunii  $K_{Ic}$  se consideră ca fiind egală cu valoarea calculată a factorului de intensitate a tensiunii  $K_Q$ , deci:

$$K_{Ic} = K_Q \quad (4.7)$$

Dacă nu se respectă condiția (4.6) încercarea trebuie reluată pe epruvete de dimensiuni mai mari, care să respecte condițiile stării plane de deformație.

Se poate stabili și caracterul ruperii după aspectul suprafeței de rupere a epruvetelor, figura 4.11.

Aspectul ruperii reprezintă o informație suplimentară și trebuie reliefat pentru fiecare probă.

#### 4.6. Validarea rezultatelor încercării

Validarea rezultatelor are o importanță foarte mare, deoarece numai respectându-se toate condițiile impuse se poate aprecia valoarea factorului de intensitate a tensiunii  $K_{Ic}$ , ca o caracteristică a materialului. Dacă în orice fază a încercării una din condițiile de validare nu este satisfăcută, încercarea se întrerupe, ea reluându-se după asigurarea condițiilor de validare.

Condițiile de validare trebuie să respecte următoarea ordine:

Se verifică dimensiunile și toleranțele prescrise pentru epruvetă, înainte de propagarea prin oboseală a fisurii;

După propagarea prin oboseală a fisurii se verifică dacă lungimea fisurii propagate îndeplinește condițiile:

$$a = [0,45 - 0,55]W \quad \text{și} \quad a \geq 1,25 \text{ mm}$$

După efectuarea încercării se verifică dacă:

a) epruvetele îndeplinesc următoarele condiții:

— diferența dintre două măsurători ale lungimii fisurii, independente de locul de măsurare, este mai mică de 2,5W%;

— frontul fisurii este mai îndepărtat cu maximum 2,5W% sau cu 1,25 mm față de muchia creștăturii prelucrate;

— orice porțiune a suprafeței fisurii are o înclinație mai mică de  $10^\circ$  față de planul creștăturii prelucrate;

— fisura nu este ramificată;

b) înclinarea porțiunii inițiale a înregistrării forță – deplasare este cuprinsă între  $40 - 60^\circ$ ;

c) este îndeplinită condiția de liniaritate a diagramei în punctul de evaluare a forței  $F_Q$ , calculând raportul  $F_M/F_Q \leq 1,1$ , unde  $F_M$  este forța maximă a încercării din timpul solicitării statice a epruvetei până la rupere;

d) factorul de intensitate maximă a tensiunii la propagarea fisurii prin oboseală  $K_f$  verifică relațiile (4.6) și (4.7);

e) se respectă condiția (4.6).

După unii autori, în cazul în care nu se îndeplinește condiția (4.6), tenacitatea la rupere se notează cu  $K_c$  și se numește tenacitate la rupere în condițiile nerespectării stării plane de deformație.

##### *Limitări ale metodei $K_{Ic}$*

Metoda  $K_{Ic}$  privind determinarea tenacității la rupere nu se poate aplica materialelor cu comportare elasto-plastică, acesta fiind principalul dezavantaj al metodei. Un alt dezavantaj îl reprezintă costul destul de ridicat, ținând cont că, pentru a respecta condițiile stării plane de deformație sunt necesare epruvete de dimensiuni mari, iar realizarea prefisurării prin oboseală ridică mult costul încercării. Aceste dezavantaje pot fi înlăturate prin folosirea epruvetelor cu creștătură Chevron.

După efectuarea încercării se poate întâmpla ca valoarea obținută să nu poată fi validată, fiind necesară reluarea încercării cu epruvete de dimensiuni mai mari, fapt ce nu este realizabil în anumite cazuri. În aceste condiții, standardul american ASTM E 922-84 recomandă folosirea înregistrării forță – deplasare obținută la metoda  $K_{Ic}$  și aprecierea tenacității la rupere pe baza energiei echivalente, notând factorul critic de intensitate a tensiunii astfel determinat cu  $K_{Ic}^*$ .

#### 4.7. Utilizarea softului aferent mașinii INSTRON

Pentru determinări, s-a utilizat mașina universală de încercat de tip INSTRON 8801, figura 4.12a, pe care este instalat softul „K1c” aferent determinărilor tenacității la fisurare, figura 3.5. Proba compactă se prinde în bacurile mașinii de încercat prin intermediul unor dispozitive în vederea încercării la tracțiune. Prin intermediul pieselor intermediare de tipul celor din figura 4.4b, se montează extensometrul de tip clip-on-gage, figura 4.12b. Prin intermediul acestuia se va măsura deplasarea la deschiderea flancurilor fisurii.

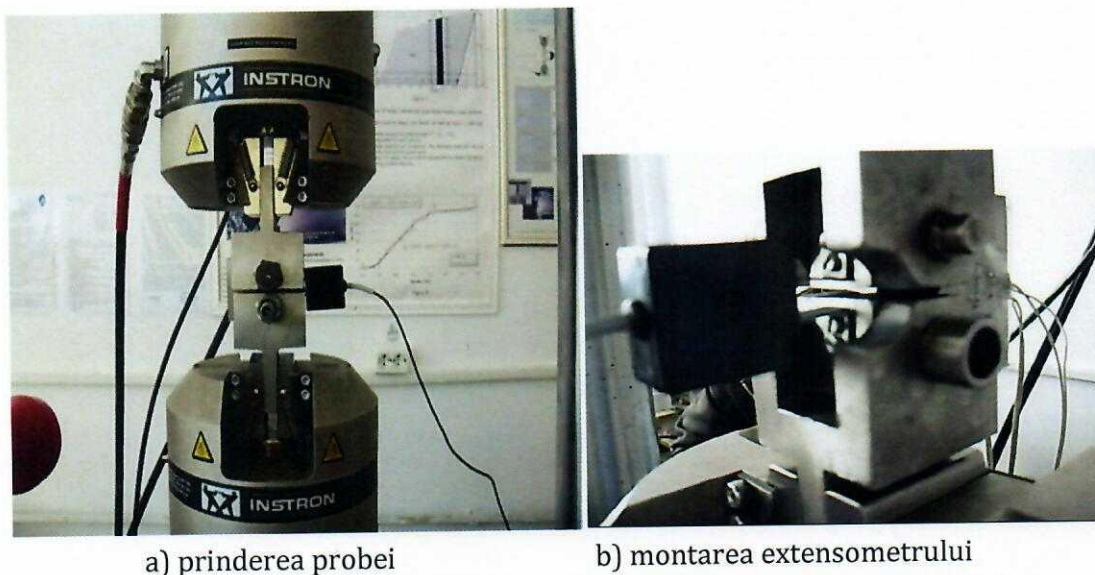


Fig. 4.12. Mașina de încercat INSTRON 8801 - Determinări ale tenacității la fisurare

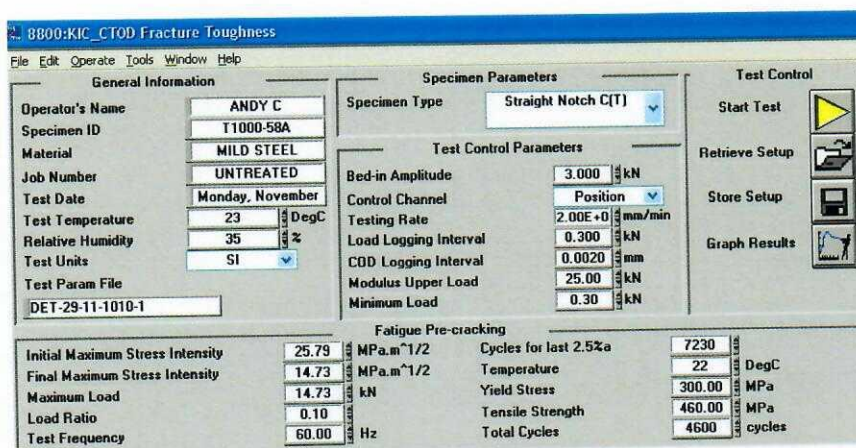


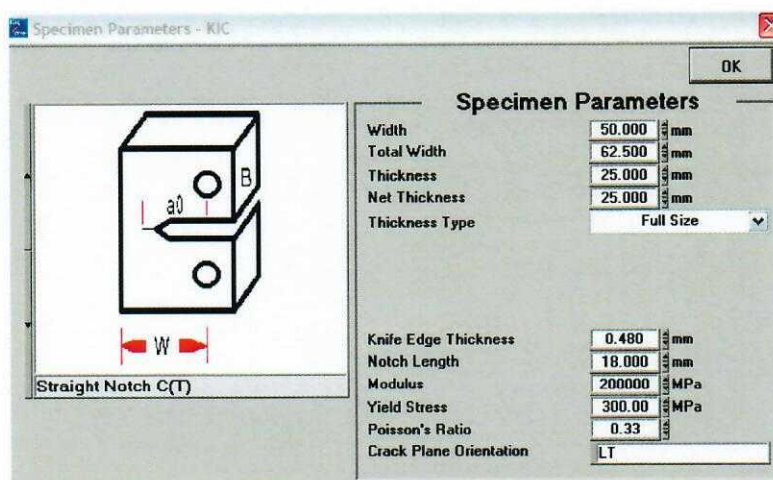
Fig. 4.13. Menu-ul principal al softului aferent mașinii de încercat INSTRON 8801

Menu-ul principal al softului aferent mașinii de încercat INSTRON 8801 este prezentat în *figura 4.13*. Acest menu este împărțit în patru secțiuni. Prima secțiune conține informații generale privind încercarea ce urmează a fi efectuată. De asemenea această secțiune conține numele fișierului sub care se vor salva toate datele în format DAT ce pot fi prelucrate apoi cu programul Xcell și în format LOG ce poate fi preluat oricând și utilizat cu datele introduse inițial.

Pentru proba cu  $B=25$  mm grosime utilizată în cadrul laboratorului, în această secțiune se vor utiliza următoarele date:

- Bed-in Amplitude: 5 kN;
- Control Chanel: Load;
- Testing Rate: 1 kN/min.

A doua secțiune se referă la parametrii de încercare. Aici se pot introduce datele pentru probă în sub-menu-ul „Straight Notch”, *figura 4.14*.



**Fig. 4.14.** Sub-menu-ul pentru geometria probei

La introducerea datelor în fereastra din *figura 4.14* trebuie ținut cont de locația extensometrului în câmpurile „Gauge Location” și „Knife Edge Thickness”. Pentru proba compactă „Gauge Location” reprezintă distanța de la punctul de aplicație al forței la fața pieselor intermediare utilizate pentru fixarea extensometrului. „Knife Edge Thickness” reprezintă grosimea pieselor pentru fixarea extensometrului.

Pentru proba utilizată în cadrul laboratorului dimensiunile sunt următoarele:

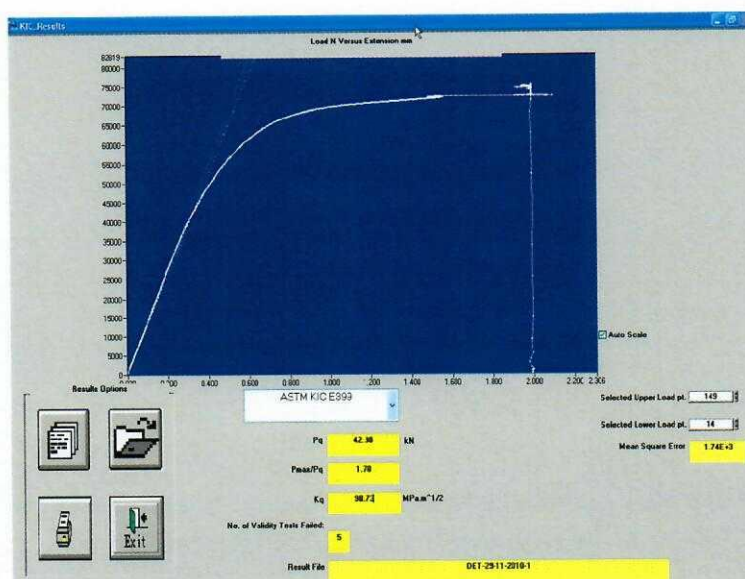
$a_0=17,97$  mm;  $w=50,42$  mm;  $W=62,49$  mm;  $B=25,12$  mm;  $B_n=25,03$  mm;  $G_{LOC}=13,41$  mm;  $K_{ET}=1,7$  mm;  $G_{Length}=8$  mm;  $N_L=26,8$ mm. Caracteristicile materialului sunt date în *tabelul 4.3*.

Cea de-a treia secțiune se referă la parametrii ce trebuie dați pentru propagarea unei fisuri de oboseală. Este indicat ca această propagare să se facă cu programul  $da/dN$  întrucât parametrii se pot controla mult mai bine. În acest caz, în această secțiune la numărul de cicluri se scrie „0”.

**Tab. 4.3.** Caracteristicile materialului

Material	Rezistența la rupere [MPa]	Limita de curgere [MPa]	Modulul lui Young [GPa]	Coefficientul lui Poisson
OLC45	511	275	197	0.268
OLC45-călit	1055	440	190	0.271

Ce-a de-a patru secțiune conține butonul de pornire, butoane pentru stocarea și reîncărcarea rezultatelor și butonul pentru afișarea graficului sau a tabelului de date (în sub-menu-ul Graph Result). După pornirea încercării se deschide fereastra din *figura 4.15*. Înainte de această fereastră va apare o fereastră intermediară în care trebuie să dăm lungimea inițială a fisurii.

**Fig. 4.15.** Fereastra deschisă la funcționarea încercării

Datele utilizate pentru trasarea acestui grafic sunt forța și deformația. Aceasta din urmă este preluată de la extensometrul INSTRON, special construit pentru Mecanica ruperii având lamelele crestate ce se montează în canalele practice în piesele adiționale fixate pe fața laterală a piesei. Având în vedere faptul că distanța dintre lamelele extensometrului este de 10 mm și că, așa cum se constată din graficul prezentat în *figura 4.15*, deplasarea totală până la rupere este de aprox. 2,2 mm, este necesar ca distanța dintre piesele intermediare pe care se fixează extensometrul să fie de cel mult 6 mm. Altfel, dacă distanța dintre piesele intermediare devine mai mare de 10 mm, extensometrul nu mai poate măsura deplasarea între punctele de aplicație ale forțelor.

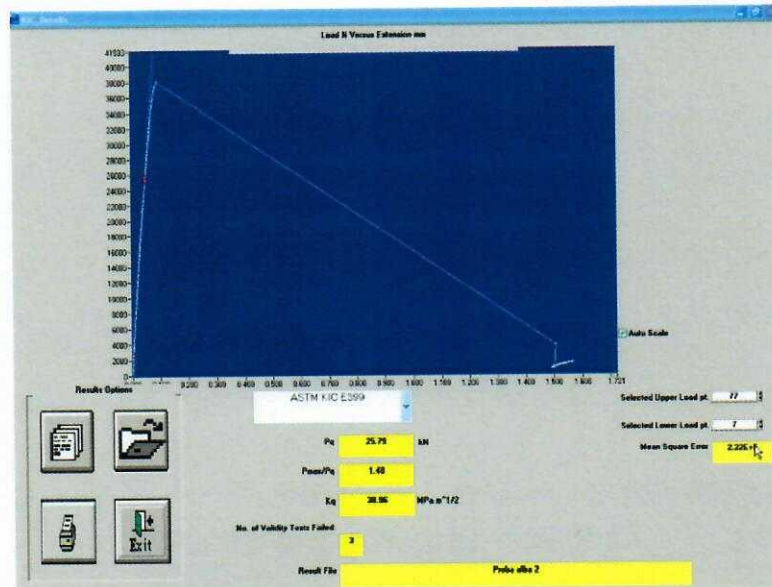
După efectuarea încercării, pe același ecran apar următoarele date:

- Forța  $P_q$ , determinată automat de program pe baza unei interpretări ca cea prezentată în *figura 4.10*;
- Raportul  $P_{max}/P_q$ , care nu trebuie să fie mai mare de 1,10;
- Tenacitatea la fisurare  $K_q$ , care dacă nu apar probleme de validitate a încercărilor devine  $K_{Ic}$ .

#### 4.8. Rezultate experimentale obținute

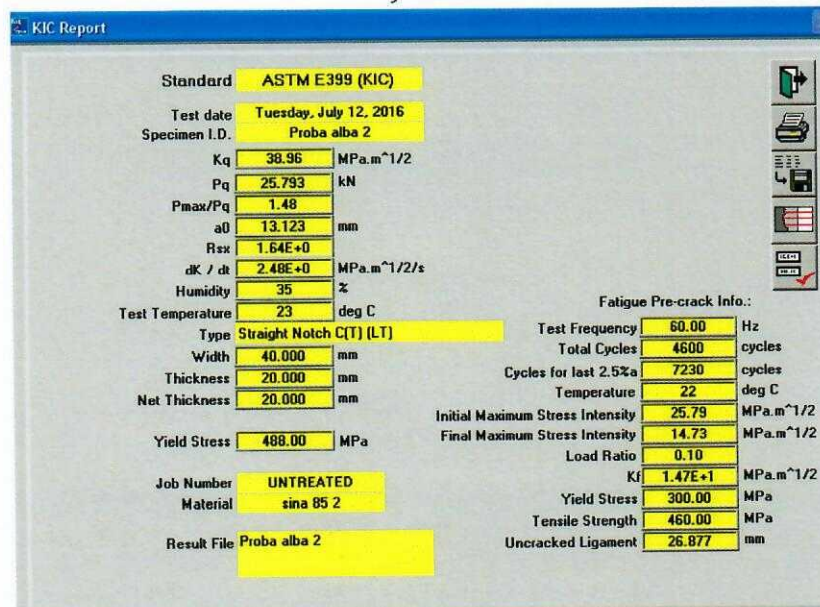
În continuare se vor prezenta rezultate experimentale obținute pe probe confecționate din șină de cale ferată. Acest tip de material prezintă aspectul unei rupei fragile, *figura 4.16a*, în consecință se poate aplica metoda descrisă aici pentru determinarea tenacității la fisurare.

La terminarea încercării și după ce se furnizează valorile pentru fisura propagată prin oboseală și valoarea reală a adâncimii creștăturii, se deschide fereastra din *figura 4.16b*, care furnizează unele date privitoare la parametrii încercării dar și tenacitatea la fisurare.



a) Graficul de variație P-v

b)



b) Date furnizate după terminarea încercării

Fig. 4.16. Ferestre deschise după terminarea încercării

Datele utilizate pentru trasarea acestui grafic sunt forța și deplasarea punctelor de aplicație ale forței. Aceasta din urmă este preluată de la extensometrul INSTRON, special construit pentru Mecanica ruperii, având lamelele crestate ce se montează în canalele practicate în piesele adiționale (distanțierele) fixate pe fața laterală a piesei.

După efectuarea încercării, pe același ecran apar următoarele date:

- Forța  $P_q$ , determinată automat de program pe baza unei interpretări ca cea prezentată în figura 4.16a – regăsindu-se la intersecția unei drepte înclinată cu  $40^\circ$  în raport cu dreapta de elasticitate;
  - Raportul  $P_{max}/P_q$ ;
  - Tenacitatea la fisurare  $K_q$ , care, dacă nu apar probleme de validitate a încercărilor, devine  $K_{Ic}$ .
- După calculul valorii  $K_Q$  se verifică dacă:

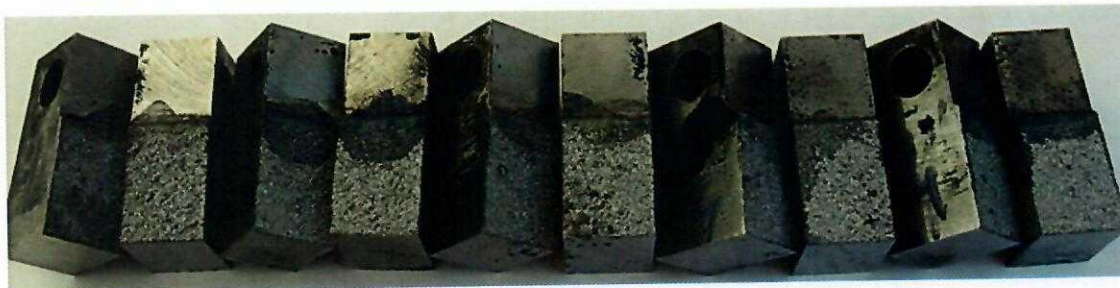
$$B, a \geq 2,5 \left( \frac{K_{Ic}}{\sigma_c} \right)^2 \quad (4.8)$$

Dacă este verificată relația de mai sus, pentru tenacitatea la fisurare  $K_{Ic}$  se poate considera valabilă valoarea prezentată în program ca fiind  $K_q$ .

În figurile 4.17, 4.18 și 4.19 se prezintă epruvetele rupte la finalul determinării „ $K_{Ic}$ ” precum și dispozitivul utilizat.



**Fig. 4.17.** Probe rupte prin încercarea  $K_{Ic}$  din șina '85



**Fig. 4.18.** Probe rupte prin încercarea  $K_{Ic}$  din șina '86



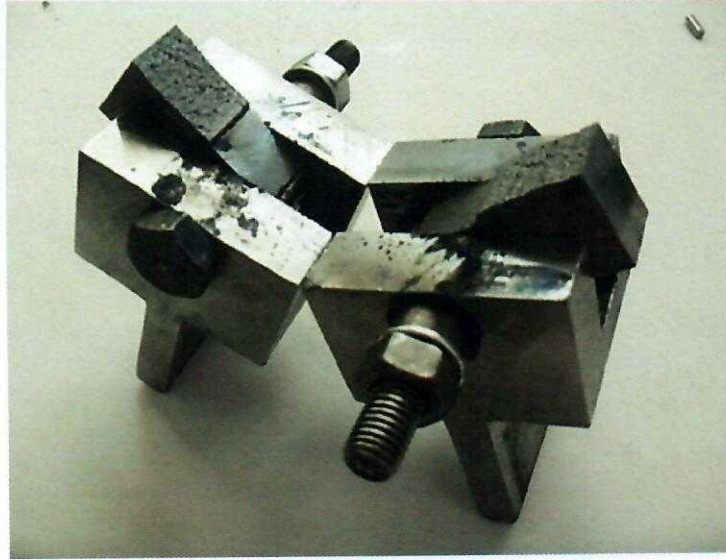


Fig. 4.19. Dispozitivul utilizat la solicitarea de tracțiune statică și de oboseală preliminară

#### 4.9. Prelucrarea rezultatelor experimentale obținute

Se precizează faptul că, după ruperea probei, softul cere următoarele date, măsurate pe proba ruptă în totalitate: valoarea lungimii creștăturii, valorile lungimii fisurii, la marginile probei (0% și 100%), la 25%, 50% și 75% din lățime, conform, *figurii 4.20*. In aceste condiții, măsurătorile sunt precise și pe baza acestora softul „K1c” va efectua calculele privitoare la tenacitatea la fisurare.

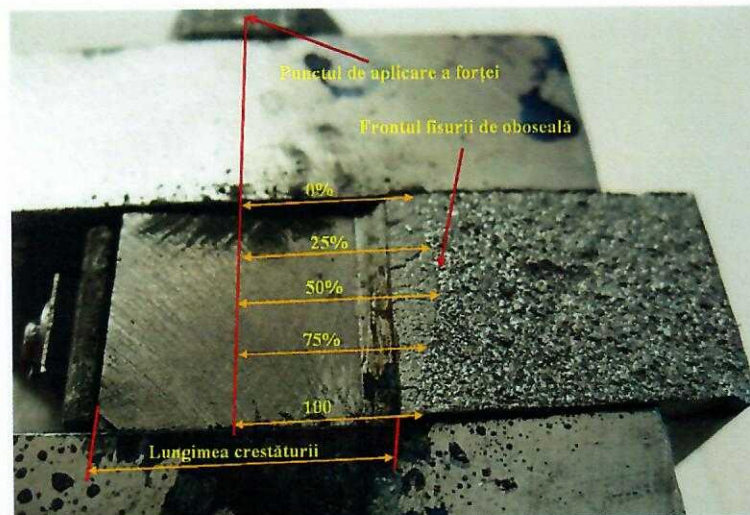
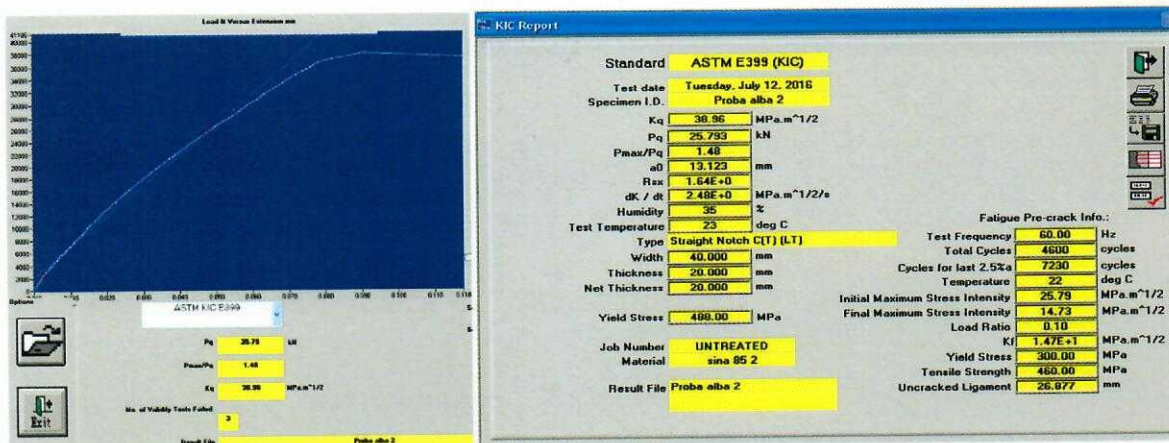


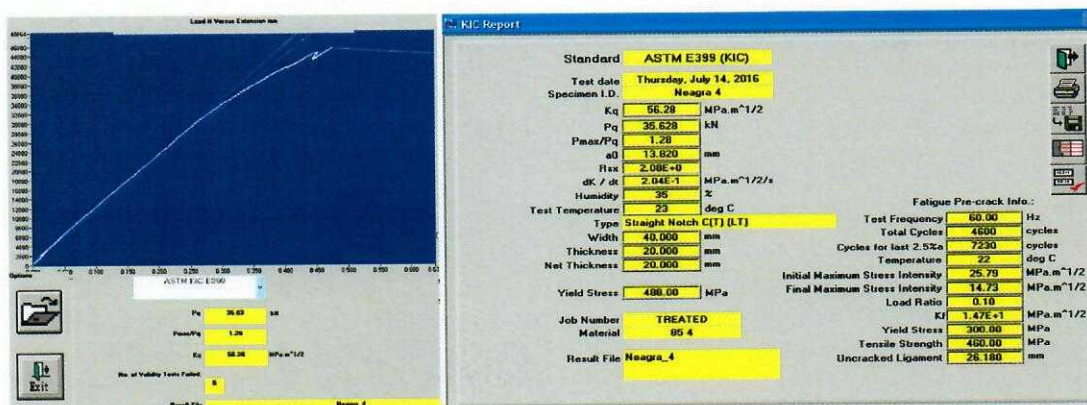
Fig. 4.20. Măsurarea mărimilor necesare pentru calculul  $K_{Ic}$

In *figura. 4.21 (a÷c)* sunt prezentate: graficele de variație a Forței în raport cu Deplasarea brațelor extensometrului și raportul final furnizat de către softul „K1c”, după terminarea încercării, pentru o probă din șina '85, o probă din șina '86 și o probă din șina NOUA, toate probele supuse încercărilor de tracțiune statică, după prefisurare. Menționăm că,

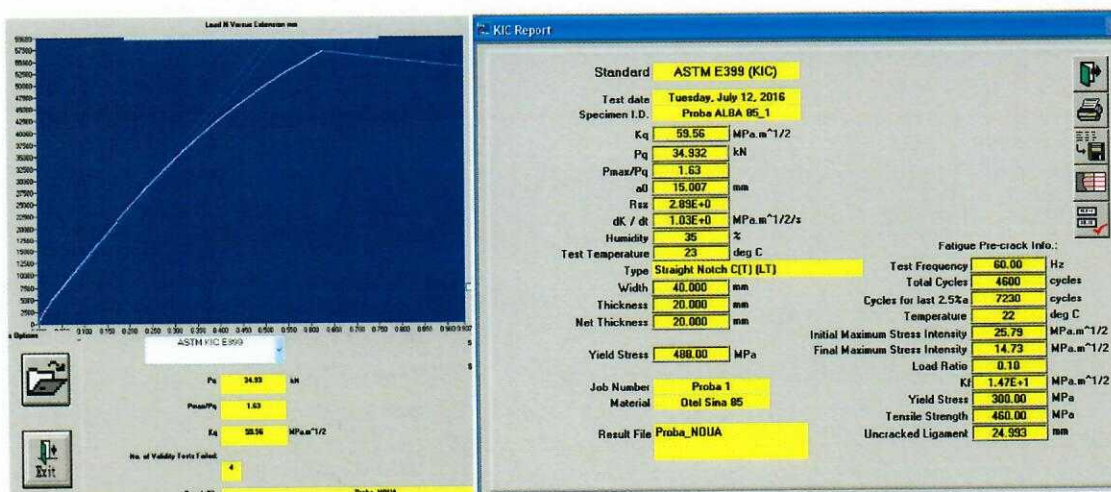
În final, au fost încercate 4 probe pentru șina '85, 4 probe pentru șina '86, și 1 probă pentru șina NOUA.



a) Șina 85\_2



b) Șina 86\_4



c) Șina NOUA

Fig. 4.21. Graficele de variație a Forței în raport cu deplasarea brațelor extensometrului și raportul final furnizat de către softul „Kic”

În *tabelul 4.4* sunt prezentate atât datele obținute în urma încercărilor ( $K_q$ ,  $P_q$ ), cât și date de material și geometrice care au permis calcul validității încercărilor utilizând relația (4.8).

*Observații:* probele prelevate din șinele de cale ferată au fost decupate sub mărimea cerută de standard ( $B=20$  mm în raport cu 25 mm - standard) din cauza mărimii ciupericii. În consecință, aplicarea relației (1.1) nu conduce la validitatea încercărilor. Totuși, materialul având o comportare preponderent fragilă, suprafața fisurată a pieselor a rezultat plană, fără deformații plastice. În aceste condiții, se poate spune faptul că, sunt respectate condițiile *stării plane de deformație*. Așadar, valoarea  $K_q$  indicată de softul „K1c” poate fi asimilată pentru tenacitatea la fisurare  $K_{Ic}$ . Astfel, vom avea:

$$K_{(Ic,sina'85)} = 47,01 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$$

$$K_{(Ic,sina'86)} = 51,43 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$$

$$K_{(Ic,sinaNOUA)} = 59,96 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$$

**Tab. 4.4.** Date obținute și calculate în urma încercărilor

Denumire proba	B	a <sub>med</sub>	K <sub>q</sub>	P <sub>q</sub>	σ <sub>c</sub>	B <sub>calc</sub> , a <sub>calc</sub>	B <sub>calc</sub> - B	B <sub>calc</sub> - a <sub>med</sub>	P <sub>max</sub> /P <sub>q</sub>
	[mm]	[mm]	[MPa <sup>m</sup> <sup>1/2</sup> ] ]	[kN]	[MPa]	[mm]	[mm]	[mm]	
85_1	20	12.02	49.16	34.93	488	25.37	5.37	13.35	1.63
85_2	20	13.12	38.96	25.79	488	15.93	-4.07	2.81	1.48
85_3	20	13.45	53.88	34.93	488	30.48	10.48	17.03	1.63
85_4	20	13.11	46.04	30.49	488	22.25	2.25	9.14	1.27
Sina '85 - valori medii			<b>47.01</b>						
86_1	20	14.81	49.72	29.53	485	26.27	6.27	11.46	1.41
86_2	20	14.83	49.79	31.54	485	26.35	6.35	11.51	1.43
86_3	20	14.88	49.94	35.63	485	26.51	6.51	11.63	1.41
86_4	20	15.42	56.28	35.63	485	41.42	21.42	26.00	1.28
Sina '86 - valori medii			<b>51.43</b>						
NOUA	20	15.00	<b>59.96</b>	34.93	593	25.56	5.56	10.55	1.63

## BIBLIOGRAFIE

- [1] ASTM E399-12e3, Standard Test Method for Linear-Elastic Plane-Strain Fracture Toughness  $K_{Ic}$  of Metallic Materials, ASTM International, West Conshohocken, PA, 2012
- [2] W.F Brown, J.E Srawley, Plane Strain Crack Toughness Testing of High Strength Metallic Materials,” ASTM STP 410, 1966.
- [3] Fracture Toughness Testing and Its Applications, ASTM STP 381, April 1965.

- [4] M.H. Jones, R.T. Bubsey, W.F. Brown, Clevis Design for Compact Tension Specimens Used in K<sub>Ic</sub> Testing," Materials Research and Standards, ASTM, Vol 9, No. 5, May 1969.
- [5] E.T. Wessel, State of the Art of the WOL Specimen for K<sub>Ic</sub> Fracture Toughness Testing, Engineering Fracture Mechanics, Vol 1, No. 1, January 1968.
- [6] J.E. Srawley, M.H. Jones, W.F. Brown, Determination of Plane Strain Fracture Toughness, Materials Research and Standards, ASTM, Vol 7, No. 6, p. 262, 1967.
- [7] D.M. Fisher, A.J. Repko, Note on Inclination of Fatigue Cracks in Plane Strain Fracture Toughness Test Specimens, Materials Research and Standards, ASTM, Vol 9, No. 4, April 1969.
- [8] R.H. Heyer, D.E. McCabe, Evaluation of a Test Method for Plane-Strain Fracture Toughness Using a Bend Specimen, ASTM STP 463, p.22, 1970.
- [9] D.E. McCabe, Evaluation of the Compact Tension Specimen for Determining Plane-Strain Fracture Toughness of High Strength Materials, Journal of Materials, Vol 7, No. 4, p. 449, December 1972.
- [10] D.M. Fisher, R.T. Bubsey, J.E. Srawley, Design and Use of a Displacement Gage for Crack Extension Measurements, NASA, TN-D-3724, Nat. Aeronautics and Space Administration, 1966.

## MECANICA RUPERII - LABORATOR 5

### DETERMINAREA INTEGRALEI J (TENACITATEA LA FISURARE PENTRU MATERIALE DUCTILE) PE BAZA SOLICITĂRII LA TRACȚIUNE A PROBEI COMPACTE

- 
- 5.1. Încercarea standard pentru determinarea  $J_{Ic}$
  - 5.2. Condiții experimentale prevăzute de ASTM-ul E 813 pentru determinarea integralei J
  - 5.3. Descriere program de încercări
  - 5.4. Modul de lucru
  - 5.5. Obținerea și prelucrarea rezultatelor
- 

#### 5.1. Încercarea standard pentru determinarea $J_{Ic}$

Standardul care propune determinarea tenacității la fisurare pentru materialele cu comportament preponderent ductil,  $J_{Ic}$ , este ASTM E813. Acest standard descrie determinarea  $J_{Ic}$  utilizând încercarea de încovoiere prin trei puncte a unei bare cu creștătură de tip SENB sau a unei bare compacte de tip CT supuse la tracțiune. Din punct de vedere al geometriei, acestea sunt asemănătoare cu cele utilizate pentru determinarea  $K_{Ic}$  (figura 5.1 și figura 5.3 din curs) prezentând anumite detalii diferite. Pentru ambele configurații de probe relația de calcul pentru integrala J are forma generală:

$$J = \frac{2W}{bB} f\left(\frac{a}{w}\right) \quad (5.1)$$

în care  $f\left(\frac{a}{w}\right)$  depinde de configurația și dimensiunile probei.

#### ***Inercarea standard revizuită***

În standardul ASTM E813 se propune a se utiliza aceeași geometrie a probei dar integrala J este evaluată în mod diferit. Deplasarea pe direcția încărcării este împărțită în două: o parte elastică și una plastică:  $v = v_{el.} + v_{pl.}$ . În consecință, revizuind ecuațiile (7.11 – din curs - cap. 7) cu încărcarea P definită pe *unitatea de grosime* se poate scrie:

$$J = \frac{1}{B} \int_0^P \left(\frac{\partial v}{\partial a}\right)_p dP = \frac{1}{B} \int_0^P \left(\frac{\partial v_{el.}}{\partial a}\right)_p dP + \frac{1}{B} \int_0^P \left(\frac{\partial v_{pl.}}{\partial a}\right)_p dP = J_{el.} + J_{pl.} \quad (5.2)$$

Dacă se consideră complianța probei, componenta elastică a deplasării va fi:

$$v_{el.} = c \cdot P \quad (5.3)$$

Ca urmare, vom avea:

$$J_{el.} = \frac{1}{B} \int_0^P \left( \frac{\partial v_{el.}}{\partial a} \right)_P dP = \frac{1}{B} \int_0^P \left( \frac{\partial(c \cdot P)}{\partial a} \right)_P dP = \frac{P^2}{2B} \frac{\partial c}{\partial a} = G = \frac{1-\nu^2}{E} k_I^2 \quad (5.4)$$

Intrucât probele SENB și CT au aceeași geometrie ca și cele folosite pentru determinarea  $K_{Ic}$ ,  $K_I$  poate fi calculată utilizând relațiile (5.23) și (5.29) - curs - cap. 5. Utilizând același raționament ca cel prezentat în secțiunea anterioară, partea plastică a lui  $J$ ,  $J_{pl.}$  poate fi raportată la aria de sub curba P- $v_{pl.}$ . Până la valoarea curentă a lui  $v_{pl.}$ , standardul ASTM utilizează relația:

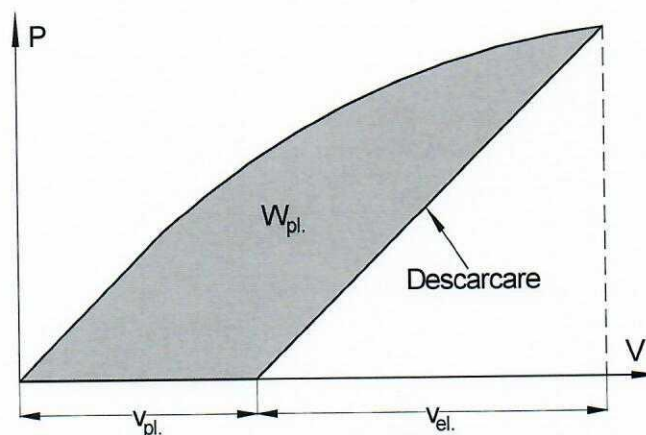
$$J_{pl.} = \frac{\eta W_{pl.}}{B_N b} \quad (5.5)$$

unde: -  $\eta$  este un factor ce depinde de lucrul mecanic  $W_{pl.}$  efectuat pentru deformarea plastică

$$\text{și fiind calculat astfel: } \begin{cases} 2 & \text{pentru proba SENB} \\ 2 + 0,522 \frac{B_N}{W} & \text{pentru proba CT} \end{cases}$$

-  $B_N$  reprezintă grosimea netă a probei care este egală cu  $B$  dacă nu sunt prezente creștături laterale.

Figura 5.1 ilustrează modul în care este calculat lucrul mecanic  $W_{pl.}$ .



**Fig. 5.1.** Reprezentarea lucrului mecanic pentru deformarea plastică

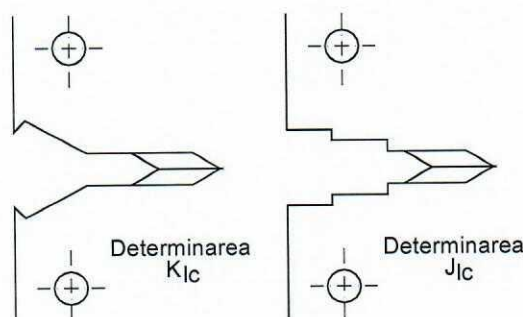
Mai întâi este determinat lucrul mecanic total  $W$  prin integrarea curbei P-v, fiind extrasă apoi partea elastică. Această parte este egală cu  $\frac{P \cdot v_{el}}{2}$  sau, utilizând complianța  $C$  a probei, egală cu  $\frac{CP^2}{2}$ . În mod clar,  $C$  trebuie să fie determinat din afara acestei proceduri. De notat, de asemenea, că valoarea lui  $C$  depinde de lungimea curentă a fisurii.  $C$  poate fi determinat, fie prin calculul cu formula dată în standardul ASTM care este în funcție de lungimea fisurii, dimensiunile probei și modulul lui Young, fie prin măsurarea directă pe baza descărcării parțiale în timpul încercării.

*Procedeu pentru determinarea  $J_{Ic}$*

Pașii necesari a fi parcurși în vederea determinării  $J_{Ic}$  sunt următorii:

- 1) Selectarea tipului de probă (probă de încovoiere cu creștătură sau probă compactă) și pregătirea desenelor de execuție;
- 2) Fabricarea probei;
- 3) Prefisurarea prin oboseală;
- 4) Confecționarea dispozitivului pentru măsurarea deplasării la deschiderea fisurii;
- 5) Incercarea probei (încovoiere, respectiv tracțiune);
- 6) Analiza datelor obținute pe baza încercării;
- 7) Determinarea provizorie a  $J_{Ic}$  ( $J_0$ );
- 8) Incercarea finală pentru validarea  $J_{Ic}$ .

Atât pentru proba de încovoiere (SENB) cât și pentru cea de tracțiune (CT), **lungimea fisurii inițiale** (creștătura plus prefisura obținută prin oboseală) **trebuie să fie mai mare de  $0,5W$**  pentru a fi siguri de validitatea formulei utilizată în vederea calculului integralei J. Lungimea maximă este  $0,75W$ , în timp ce valoarea optimă, utilizată cel mai mult în experimente, este considerată a fi  $0,6W$ . O trăsătură specială a determinării  $J_{Ic}$  este aceea că dispozitivul cu mărci tensometrice trebuie poziționat pe direcția solicitării. Pentru proba CT forma creștăturii inițiale este diferită de cea utilizată pentru determinarea  $K_{Ic}$ , *figura 5.2*.



**Fig. 5.2.** Creștătura inițială a probei C.T.

Trebuie notat faptul că, creștătura inițială pentru determinarea  $J_{Ic}$  nu este recomandată în mod absolut. Același lucru este valabil și pentru proba SENB. Experiența a arătat că o creștătură inițială dreaptă este de obicei suficientă.

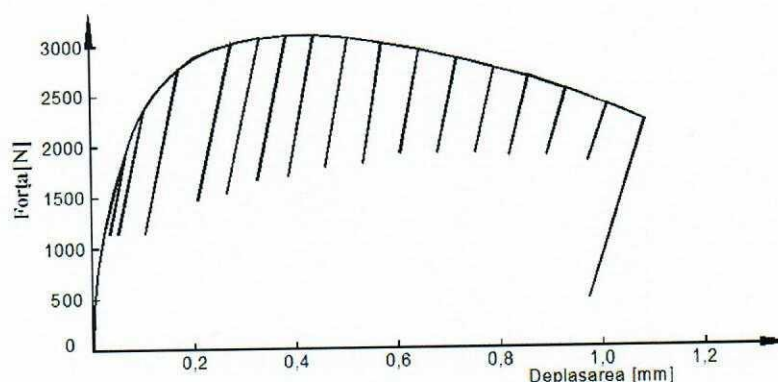
În vederea obținerii unui vârf ascuțit al fisurii, proba trebuie să fie prefisurată prin oboseală, cu **încărcarea maximă nedepășind 40% din limita de încărcare pentru colapsul plastic  $P_L$**  care poate fi calculat astfel:

$$\begin{cases} \text{proba SENB} & P_L = \frac{4B(W-a)^2 \sigma_0}{3S} \\ \text{proba CT} & P_L = \frac{B(W-a)^2 \sigma_0}{(2W+a)} \end{cases}$$

în care  $\sigma_0$  este numită tensiune de curgere și este în mod obișnuit media dintre limita de curgere  $\sigma_c$  și rezistența la tracțiune  $\sigma_{uts}$ :  $\sigma_0 = \frac{\sigma_c + \sigma_{uts}}{2}$ . În cadrul încercării pentru determinarea  $J_{Ic}$  trebuie luate anumite precauții în cadrul controlului deplasărilor în vederea obținerii unei propagări stabile a fisurilor pentru toate încercările. În acest sens este de preferat să se utilizeze o mașină de încercat cu **control electronic asupra deplasărilor**.

Pentru determinarea  $J_{Ic}$  pe baza încercării **unei singure probe** trebuie utilizate anumite tehnici în vederea măsurării propagării curente a fisurii în timpul încercării, acest lucru permițând determinarea curbei de rezistență  $J$ .

O metodă frecvent utilizată pentru monitorizarea lungimii fisurii o reprezintă tehnica complianței cu descărcare. După încărcarea probei, până să apară mici propagări ale fisurii, se face o descărcare parțială și sub-secvențială, *figura 5.3*.



**Fig. 5.3.** Exemplu pentru tehnica complianței la descărcare

Pentru a evita o anumită influență a plasticității asupra rezultatelor încercării, descărcarea maximă trebuie să fie mai mică de 50% din încărcarea curentă sau de aproximativ 20% din  $P_L$  – forța de colaps plastic. În diagrama încărcare-deplasare ( $P-v$ ), acest procedeu de încărcare este reflectat în prima parte a liniei complianței elastice pentru descărcare. Din rezultatele complianței elastice  $C$ , poate fi calculată lungimea instantanee a fisurii  $a$  și ca urmare poate fi calculată propagarea fisurii ca fiind  $\Delta a = a - a_0$ . ASTM E 813 prezintă formularea ecuației pentru dimensiunea lungimii fisurii  $a/W$  relativă la dimensiunea complianței pentru probele SENB și CT. Valorile curente pentru  $a$ ,  $\Delta a$ ,  $P$  și curba  $P-v$  până la deplasarea curentă, conduc la un punct de pe curba  $J-\Delta a$ . Prin respectarea acestui proces de un număr de ori, se poate obține curba de rezistență  $J$  pe baza unei singure încercări. Un dezavantaj al acestei metode îl constituie faptul că, acuratețea liniei de complianță la descărcare necesită echipament corespunzător și suficientă îndemânare experimentală. Atât pentru determinările în care se utilizează mai multe probe cât și în cazul determinării în care se utilizează o singură probă, după măsurarea fisurii propagate proba se rupe. De notat că, pentru procedeul ce utilizează o singură epruvetă, aprecierea lungimii fisurii propagate este determinată în mare măsură de acuratețea tehnicii complianței la descărcare. Pentru a putea măsura fisura propagată, trebuie să se facă distincție între propagarea  $\Delta a$  și fisurarea reziduală ce apare la ruperea prin deschiderea probei după încercare, *figura 5.4*.



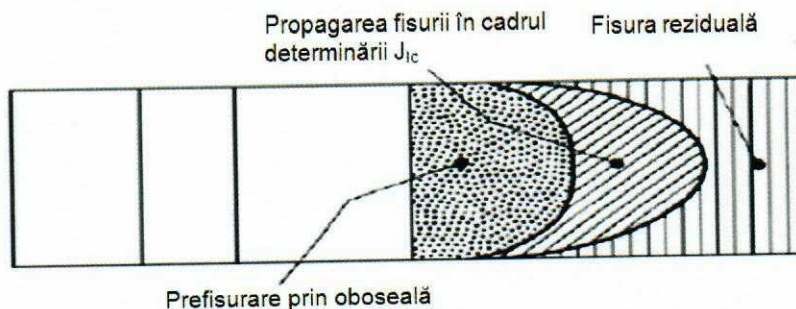


Fig. 5.4. Schematizarea propagării fisurii

De obicei, la probele utilizate pentru determinarea  $J_{Ic}$  apare o tendință de „aplatizare” a vârfului fisurii, atât în cadrul prefisurării cât și în cazul încercărilor efective. Experiența a arătat că, pentru obținerea unor valori corecte pentru  $J$  și  $J_{Ic}$  este necesar a se lua media a cel puțin 7 măsurători pentru  $a$  și  $\Delta a$ , cu spații egale de-a lungul grosimii probei.

#### Analiza datelor experimentale și determinarea $J_{Ic}$

Analiza datelor experimentale are în vedere calculul valorilor lui  $J$  pentru anumite creșteri  $\Delta a$  ale fisurii. Partea elastică a fiecărei valori a lui  $J$ ,  $J_{el}$ , se poate calcula cu relația (7.25 din curs) prin substituirea valorii lui  $K_I$  corespunzătoare încărcării și lungimii fisurii în momentul în care se atinge valoarea  $\Delta a$  a propagării fisurii.

Dreapta de ecuație  $J=2\sigma_0\Delta a$  și curba aproximativă sunt influențate de lucrul mecanic de „întărire”. Pentru un lucru mecanic de „întărire” mai mare, panta dreptei inițiale este mai mică, iar curba  $J-\Delta a$  este mai abruptă. În aceste condiții șansele de eroare în ceea ce privește estimarea  $J_Q$  sunt mai mari, figura 5.5.

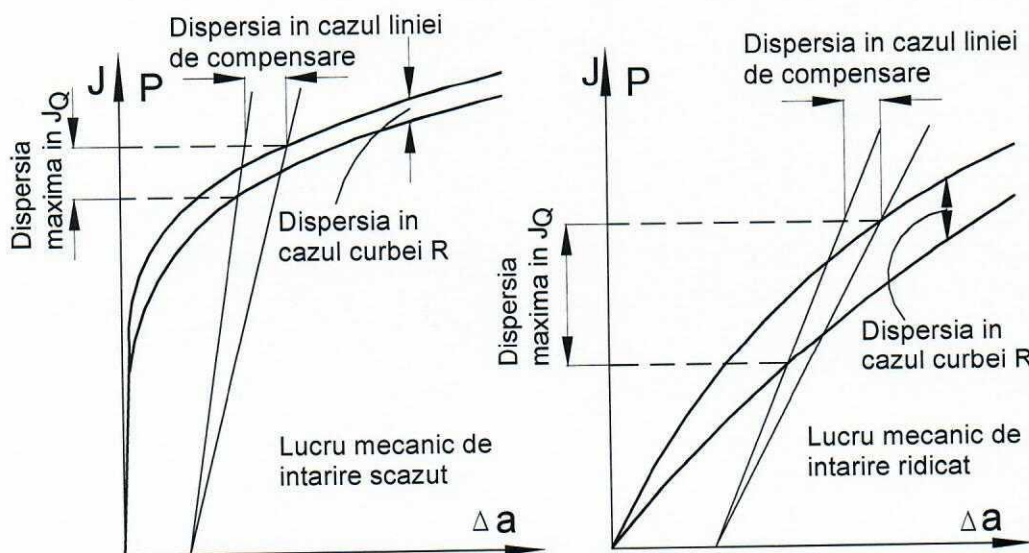


Fig. 5.5. Influența lucrului mecanic de întărire asupra erorii de estimare a  $J_Q$

În cadrul standardului ASTM acest inconvenient este eliminat într-o oarecare măsură dacă se impune condiția ca panta curbei în  $J_Q$  să fie mai mică decât  $\sigma_0$ .

Dreapta inițială are ecuația  $J=\delta_f\sigma_0$ . În concordanță cu standardul ASTM aceeași dreaptă are ecuația  $J=M\delta_f\sigma_0$  în care  $M=1+3$ , de obicei  $M=2$ . În aceste condiții, panta acestei drepte

este mai abruptă și ca urmare va rezulta o supraestimare a lui  $J_0$ , arătată în figura 5.6. Experimentele arată că supraestimarea lui  $J_0$  poate fi mai mare de 10%.

Linia de excluziune de la 0,15 mm asigură faptul că  $\Delta a$  este mai mic de 0,15 mm și integrala  $J$  poate fi determinată cu o destul de bună acuratețe, figura 5.9. Linia de excluziune de la 1,5 mm asigură faptul că  $\Delta a$  este în general mai mică de 6% din lungimea zonei nefisurate pentru probele SENB și CT propuse pentru determinarea  $J_{Ic}$  și acest lucru arată că, până la această valoare a propagării fisurii, relația pentru integrala  $J$  rămâne valabilă. Trebuie să notăm faptul că, procedeul de încercare în concordanță cu ASTM E813 permite determinarea numai a  $J_{Ic}$  (sau  $J_0$ ). Sunt standardizate de asemenea procedee de încercare pentru determinarea curbei de rezistență  $J$  în ansamblu, implicând creșteri mari ale propagării stabile a fisurii în vederea determinării  $J_{Ic}$ .

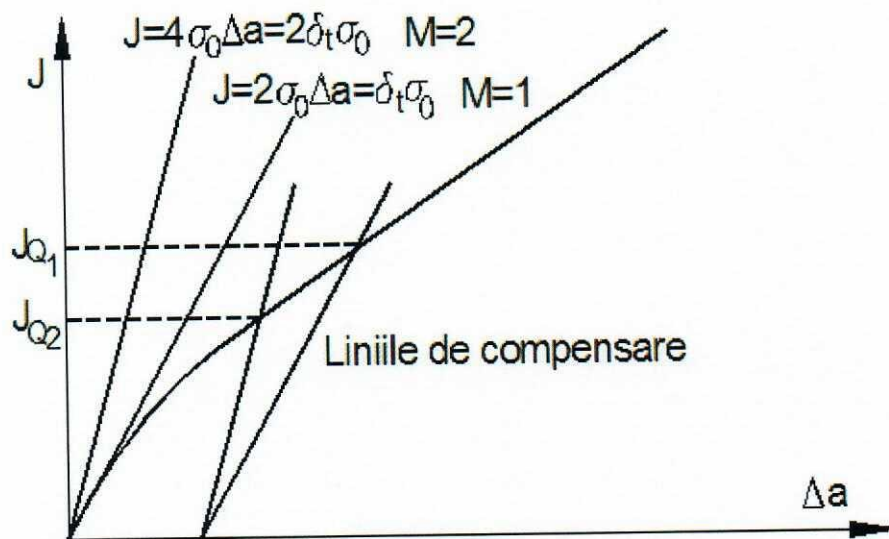


Fig. 5.6. Influența relației dintre  $J$  și  $\delta_t$  asupra lui  $J_0$

Cu ajutorul curbei rezultate, se cuantifică efectul creșterii stabile a fisurii în materialul cu o anumită rezistență la fisurare în regim elasto-plastic. Procedeul utilizat pentru determinarea  $J_{Ic}$  descris în această secțiune este restricționat la cazurile propagării fisurii pe baza mecanismelor de distrugere ductilă. În orice caz, integrala  $J$  se poate utiliza, de asemenea, pentru a caracteriza începutul ruperii fragile înainte sau în timpul propagării stabile a fisurii. Restricțiile impuse, în ceea ce privește constrângerile de la vârful fisurii, vor fi în acest caz mai severe. Se pot combina cele trei tipuri de măsurători ale rezistenței la fisurare într-un singur set de reguli experimentale. Sunt incluse aici determinarea  $K_{Ic}$ ,  $J_{Ic}$ , curba de rezistență  $J$ ,  $\delta_{t-crit}$ . Și, de asemenea, valorile critice pentru integrala  $J$  și  $\delta_t$  în cazul fisurării fragile. Ideea desprinsă de aici este că, poate fi posibilă evaluarea rezistenței la fisurare utilizând un singur procedeu experimental, și în același timp se minimizează riscul invalidării rezultatelor încercării din cauza comportării aleatorii a materialului.

Dacă evaluarea unui parametru critic de fisurare eșuează, este posibil de a determina un alt parametru utilizând aceleași date experimentale.

## 5.2. Condiții experimentale prevăzute de ASTM-ul E 813 pentru determinarea integralei J

Dacă un material prezintă sau nu o creștere stabilă a unei fisuri pre-existente, reprezintă un element important în evaluarea comportamentului său structural. Dacă sunt satisfăcute anumite criterii de validitate, și se poate determina creșterea  $\Delta a$  a fisurii în raport cu încărcarea, în anumite circumstanțe mărimea dată de integrala J obținută din curba JR poate fi considerată ca o proprietate material. Partea inițială a curbei JR este utilizată în ASTM-ul E813 ca procedură standard pentru determinarea tenacității la fisurare  $J_{Ic}$ . Acest standard prevede o procedură experimentală pentru determinarea valorii  $J_{Ic}$  care se presupune a fi o măsură tenacității inițiale.

### *Domeniul de aplicare*

Această metodă de testare permite determinarea  $J_{Ic}$ , care poate fi utilizată pentru estimarea tenacității la fisurare în apropierea propagării lente, stabile, a fisurilor, pentru materiale metalice. Se aplică pieselor ce prezintă defecte sub formă de fisuri ascuțite propagate prin oboseală. Probele recomandate se supun solicitărilor de încovoiere sau tracțiune și conțin fisuri inițiale. Viteza de încărcare este mică, încercarea fiind statică, influența mediului înconjurător asupra propagării fisurii fiind considerată neglijabilă.

Pentru solicitarea de tracțiune se recomandă proba compactă CT (compact tension) ce respectă proporționalitatea  $a_0/W=0,5\pm 0,7$ .

Dimensiunile probei vor fi în funcție de raportul dintre integrala J și limita de curgere a materialului. Prin urmare, pentru a determina dimensiunile piesei, trebuie să avem în vedere rezultatele aproximative care se așteaptă a fi obținute. Alte configurații ale probei decât cele stabilite de standardul ASTM E813 implică cerințe suplimentare de validitate a rezultatelor. Această metodă se aplică în cazul pieselor cu o comportare ductilă la rupere. Sunt două tehnici prin care se poate obține curba J- $\Delta a$ :

- Utilizarea mai multor probe, atunci când fiecare dintre acestea este solicitată până la o anumită valoare a solicitării înregistrându-se lungimea fisurii propagate;
- Utilizarea unei singure epruvete caz în care este utilizată metoda complianței pentru monitorizarea lungimii fisurii propagate.

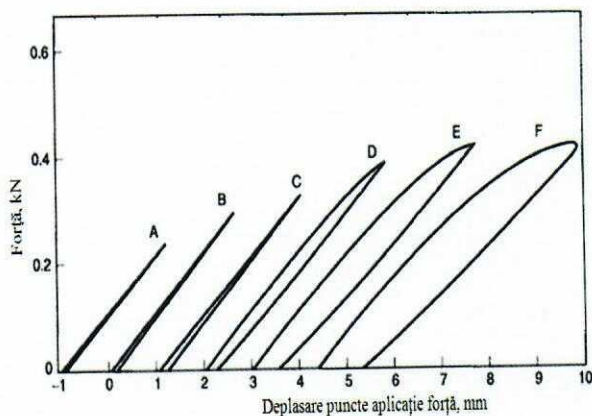


Fig. 5.7. Utilizarea mai multor probe

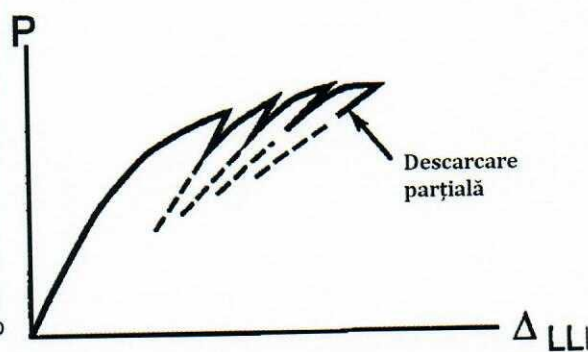


Fig. 5.8. Utilizarea unei probe unice

Amândouă abordări sunt acceptabile, totuși procedeul prin care se utilizează o singură epruvetă este mai practic și mai puțin costisitor. În acest caz epruveta este supusă la solicitarea de oboseală pentru a produce o fisură ascuțită. Proba este încărcată cu controlul deplasării pentru a ne asigura că propagarea fisurii se face în mod stabil. În timpul încercării se realizează descărcări parțiale pentru a obține pantele elastice pentru care poate fi dedusă lungimea fisurii.

Integrala  $J$  se calculează pe baza datelor privind încărcarea și deplasarea, în fiecare punct în care are loc descărcarea. Integrala  $J$  se calculează pe baza unei combinații lineare a termenilor elastic și plastic și este dată de relația:

$$J = J_{el} + J_{pl} = \frac{K^2(1-\nu^2)}{E} + \frac{\eta_{pl}}{Bb} \int_0^{v_{pl}} P dv_{pl}$$

Aceste calcule, care sunt efectuate pentru fiecare punct de descărcare, sunt reprezentate în funcția de propagarea fisurii  $\Delta a$ .

Validarea mărimii  $J_Q$  ca fiind  $J_{Ic}$ :

- $B > 25J_Q/\sigma_y$ ;
- $b_o > 25J_Q/\sigma_y$ ;
- panta dreptei de regresie  $dJ/da$ , calculată la  $\Delta a_Q$  să fie mai mică decât  $\sigma_y$ ;
- Să nu existe o comportare fragilă la rupere;
- Sa fie îndeplinite cerințele de spațiere;
- Să fie verificate alte cerințe privind măsurătorile asupra lungimilor precum și predicții asupra complianței.

Conversia  $J_{Ic}$  la  $K_{Ic}$  se face cu relația:

$$J_{Ic} = \frac{K_{Ic}^2}{E^*}$$

unde:

- $E^* = E$  pentru starea plană de tensiuni;

$E^* = E/(1-\nu^2)$  pentru starea plană de deformații.

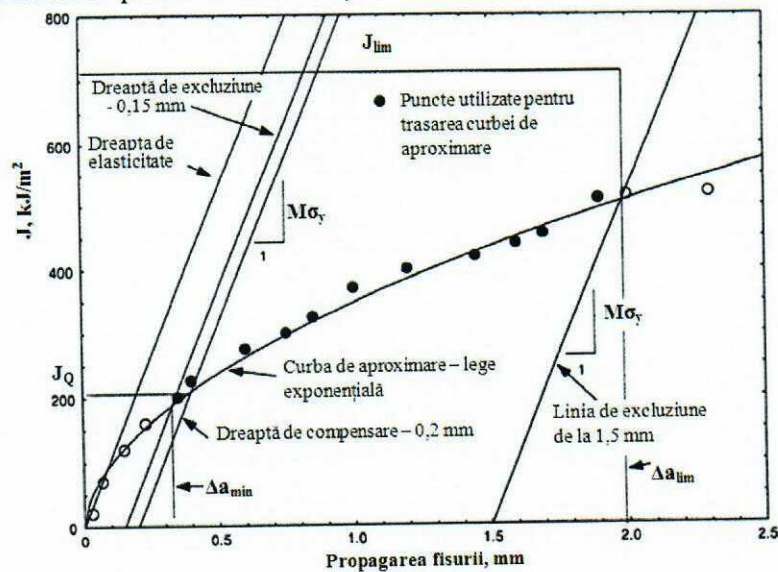


Fig. 5.9. Modul de trasare a curbei  $J$  și construcția dreptelor de excludere și compensare conform ASTM E1820

### 5.3. Descriere program de încercări

Printre punctele de pe diagramă se trasează o curbă de aproximație după o lege exponențială. Se trasează o dreaptă de excluziune la limita din stânga așezată la 0,15 mm (propagarea fisurii) având în vedere limita de curgere a materialului, aproximând efectele de întindere de la vârful fisurii. O dreaptă de compensare, paralelă cu cea descrisă anterior, este trasată la 0,2 mm (propagarea fisurii), intersecția acesteia cu curba definind mai întâi  $J_0$  și apoi, dacă este cazul,  $J_{1c}$ .

Parametrii de încercare se pot introduce în ecranul principal prezentat în figura 5.10.

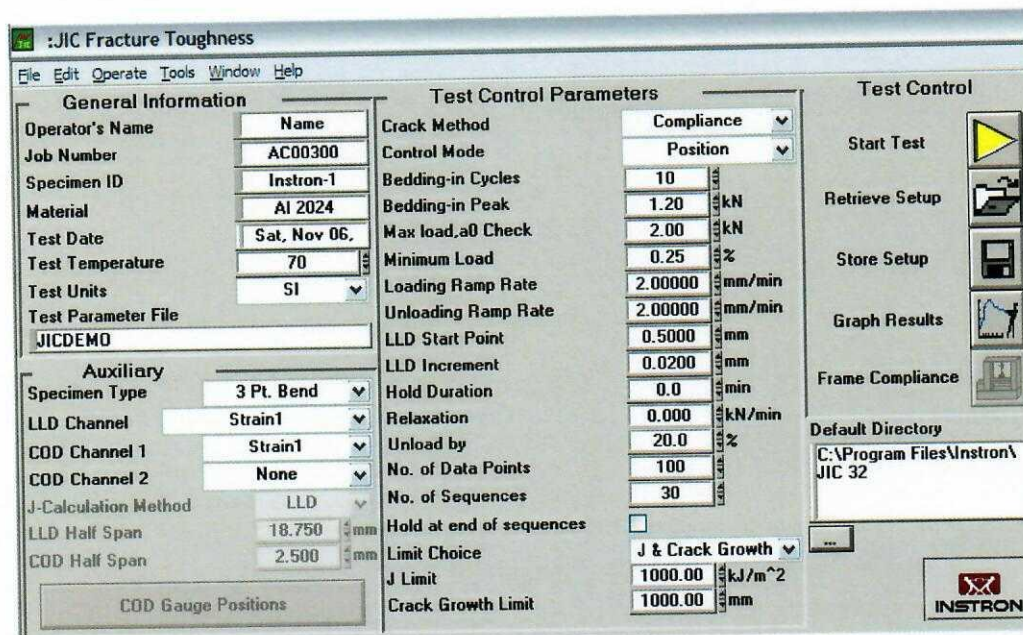


Fig. 5.10. Ecranul principal al programului

Programul utilizat pentru determinarea  $J_{1c}$  reprezintă o încercare pentru determinarea tenacității la fisurare în condiții cvasi-stactice în care se produce o încărcare și o descărcare a probei utilizate (proba compactă) în mod repetat, în vederea forțării propagării unei fisuri pornind de la pre-fisura propagată anterior prin oboseală. Încercarea are loc până când fisura ajunge la o lungime pre-specificată a incrementului de creștere sau până când se atinge un număr pre-specificat de cicluri de încărcare-descărcare, moment în care se raportează anumite rezultate și valori ale unor mărimi calculate în mod automat, printre care și valoarea estimată a integralei J, respectiv  $J_0$ . Se pot selecta, pentru a fi reprezentate, graficele de variație a: integralei J în raport cu extensia fisurii sau în raport cu lungimea fisurii, J în raport cu complianța sau factorul de intensitate a tensiunii în raport cu extensia fisurii.

Prin apăsarea click dreapta pe fiecare câmp cu date se deschide o fereastră intermediară care conține butonul **Description and Tip**. Prin apăsarea acestui buton se deschide o nouă fereastră în care se dau explicații asupra semnificațiilor datelor ce trebuie introduse. Același rezultat se obține dacă se deschide **Help-ul** și se apasă pe **Show Context Help** și apoi se apasă pe câmpul cu data a cărei semnificație vrem să o descifrăm.

### **Crack Method**

Sunt mai multe metode utilizate aici pentru a furniza lungimea instantanee a fisurii:

- Vizual când se observă propagarea cu ajutorul unor dispozitive optice;
- Prin complianță când se calculează automat lungimea fisurii propagate, așa cum s-a decis la lucrarea pentru determinarea  $da/dN$ .

### **Mod de control**

Acest câmp se utilizează pentru a alege modul de control pentru testare. Controlul prin COD (creck opening displacement – prin extensometrul de tip clip-on-gage) oferă o acuratețe mai mare la descărcare. Controlul prin COD este posibil numai cu probele CT.

### **Acoperirea în cicluri**

Acest câmp se utilizează pentru a introduce numărul de cicluri de tip sinusoidal ce acoperă frecvența de 1Hz. Aceste cicluri vor așeza punctele de aplicare a forței în probă.

### **Acoperirea în amplitudine**

acest câmp pentru a introduce amplitudinea undei de 1Hz utilizată în pre-test. Aceasta amplitudine este o jumătate din amplitudinea de la vârf la vârf.

### **Încărcarea maximă, verificarea lungimii $a_0$**

Acest câmp se utilizează pentru a introduce sarcina maximă în secvența de încărcare / descărcare care este utilizată pentru a determina lungimea fisurii inițiale. Vârfulurile de încărcare pentru celelalte două secvențe sunt 60% și 80% din acest vârf.

### **Viteza de încărcare**

Se utilizează acest câmp pentru a introduce viteza pentru secvența de încărcare. Viteza de descărcare este de 50% din această valoare.

### **LPD Start Point**

Se utilizează acest câmp pentru a introduce punctul de start al deplasării punctelor de aplicație ale forței pentru prima secvență de încărcare.

### **LPD Increment**

Se utilizează acest câmp pentru a introduce incrementul în deplasarea punctelor de aplicație ale forței între secvențele adiacente încărcării/descărcării.

### **Durata de menținere**

Se utilizează acest câmp pentru a introduce durata de timp de menținere în secvența de încărcare.

### **Relaxare**

Se utilizează acest câmp pentru a introduce pragul de relaxare la terminarea menținerii.

### **Procent de descărcare**

Se utilizează acest câmp pentru a introduce procentul din vârful de forță care urmează să fie descărcat pentru cazul de măsurare prin complianță. Acest câmp nu este utilizat atunci când măsoară lungimea fisurii cu metoda DCPD.

### **Nr de Secvențe**

Se utilizează acest câmp pentru a introduce numărul total de secvențe de încărcare / descărcare dorit, pentru a efectua testul. **Numărul maxim de secvențe permis este de 50.**

### **Nr de puncte de date**

Se utilizează acest câmp pentru a introduce numărul dorit de puncte de date care urmează să fie preluat în timpul fiecărui ciclu al secvenței de descărcare.

Ecranul care apare după apăsarea butonului start, cunoscut sub numele de **Run-time**, este cel din figura 5.11. Acest ecran conține grafice care sunt actualizate în timpul încercării, o serie de indicații privind parametrii de testare, și un set de butoane de control al programului.

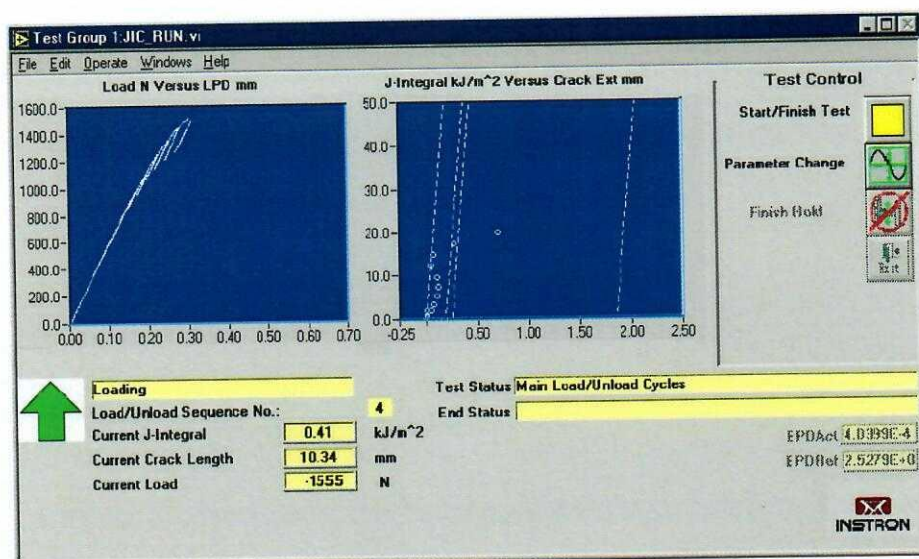


Fig. 5.11. Ecranul Run-time – din timpul încercării principale de încărcare-descărcare

#### 5.4. Modul de lucru

Operațiunile ce trebuie efectuate pentru determinarea  $J_{Ic}$  sunt următoarele:

- pregătirea sistemului de încercare pentru un test de determinare a tenacității la fisurare;
- introducerea parametrilor de testare în programul pentru un nou test sau deschiderea unui fișier deja existent cu parametrii de testare stabiliți anterior;
- rularea programului;
- recuperarea, stocarea, și afișarea rezultatelor testului.

Pentru a rula un test în vederea determinării  $J_{Ic}$ , se vor face următorii pași:

a) Se pregătește sistemul de încercare.

Atunci când probele se supun încărcării și descărcării trebuie ca acest lucru să se facă cu mare atenție. Orice mișcare neașteptată poate provoca accidente grave și distrugerea echipamentelor. Cei 6 pași necesari pregătirii sistemului sunt descriși în cele ce urmează.

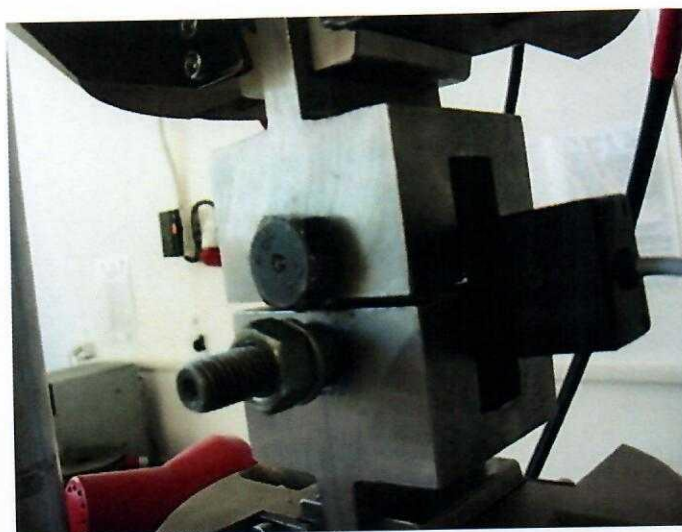
Dacă se utilizează un extensometru COD pentru măsurarea deplasării deschiderii flancurilor fisurii, acesta se conectează la consola de pe mașină, **înainte de a porni softul „Console”, fără a-l monta pe probă;**

Se calibrează toate canalele sistemului de testare, respectiv, forța (calibrare existentă), deplasarea (calibrare existentă) și deformație (**calibrare nouă pentru COD**);

*Atenție!*

*Se pot produce vătămări corporale sau deteriorarea echipamentului ca urmare a furnizării de date neașteptate de către actuatori, în cazul în care limitele electronice nu sunt stabilite cu precizie. Asigurați-vă că toate limitele sunt stabilite și că toate cele 6 liniițe de control, superioare și inferioare, sunt pe culoarea verde.*

Setarea limitelor pentru toate cele trei canale: forță, deplasare și deformație (de la COD); Se pornește sistemul hidraulic. Asigurați-vă că presiunea sistemului hidraulic este setată la presiunea normală de funcționare. Se prinde în bacuri proba compactă ce va fi solicitată la tracțiune, *figura 5.12*.



**Fig. 5.12.** Mașina universală de încercat INSTRON 8801 - Determinări ale tenacității la fisurare pe proba compactă

Asigurați-vă că bucla de modelare a parametrilor de pe canalul de sarcină este stabilită în mod corect. Acest lucru se realizează prin transferul sistemului de testare în controlul forței și efectuarea Auto Loop Shaping.

- b). Se stabilește configurația de testare, fie prin introducerea de informații în câmpurile corespunzătoare de pe ecranul principal fie prin utilizarea unui fișier de date deja existent și salvat la un test anterior;
- c). După ce toate câmpurile de pe ecranul principal au fost completate în conformitate cu cerințele utilizatorului, se face click pe butonul Start aflat în secțiunea Control Test;
- d) Dacă se utilizează numele unui fișier de un test care a fost salvat anterior, sunteți întrebat dacă doriți să suprascrieți fișierul existent. Dacă alegeți Suprascriere fișier, programul trece la etapa următoare și datele de testare vor fi suprascrise. Dacă alegeți „Folosiți Fișier nou”, se deschide o casetă de dialog pentru a vă permite să introduceți un nume pentru fișier.
- e) Acum sunteți întrebat dacă sunteți gata pentru a începe testul. Faceți clic pe butonul Start pentru a începe testul. Alternativ, faceți clic pe butonul Finish, dacă doriți să anulați testul.
- f) Apare o casetă de dialog cu mesajul: "8500 Remote Control seized by computer", faceți clic pe butonul OK pentru a continua.
- g) Programul rulează acum secvența de cicluri selectată în parametrii de configurare și testare.

În *figura 5.13* este prezentat ecranul afișat în timpul testului de dinaintea solicitării principale ce conține două cicluri de încărcare/descărcare din care se poate vedea forma undei, numărul secvențelor de încărcare / descărcare și secvențele cu starea curentă de testare.



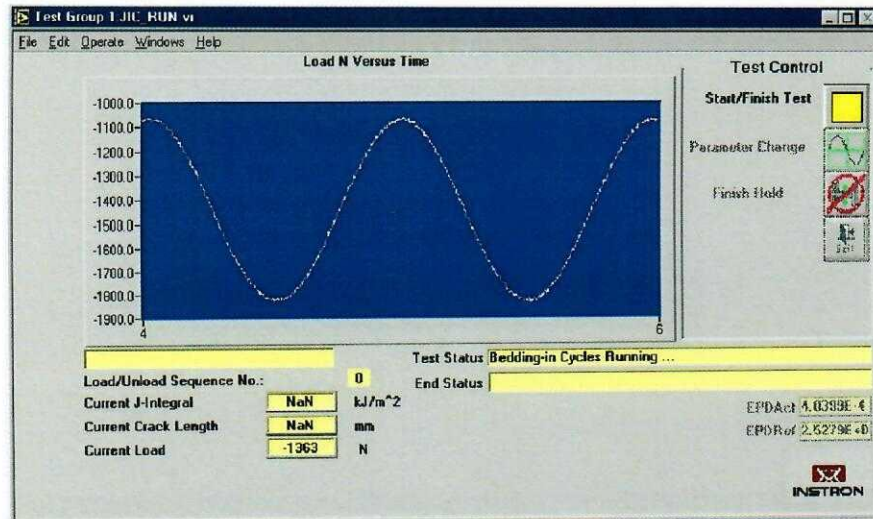


Fig. 5.13. Ecranul din timpul pre-solicitării

j) Atunci când cele trei secvențe primare de încărcare/descărcare s-au terminat, apare mențiunea **Select Initial Crack Length**. În acest ecran se furnizează lungimea fisurii, lungimea medie a fisurii și diferența în procente (dacă se dorește se introduce o lungime diferită a fisurii). La final se face click pe OK.

k). Apare din nou ecranul de testare, așa cum se prezintă în figura 5.14.

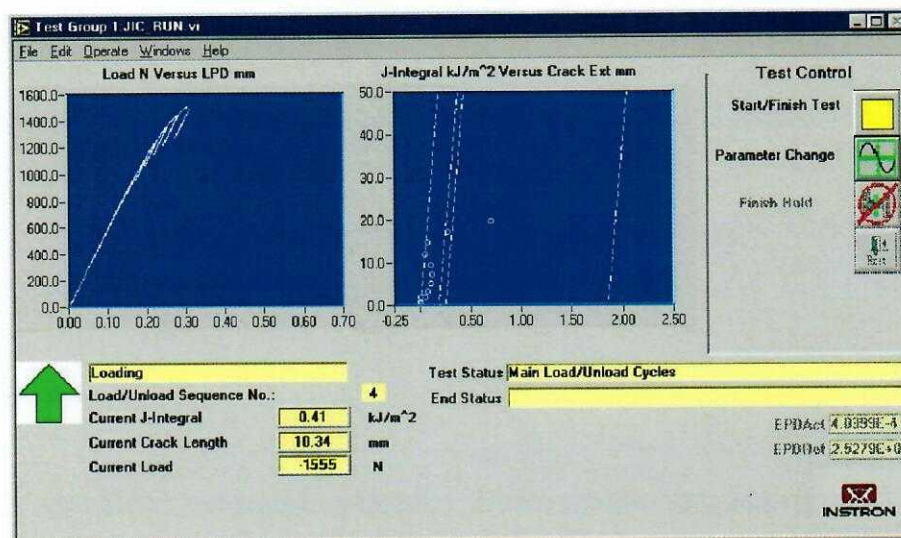


Fig. 5.14. Ecranul din timpul încercării

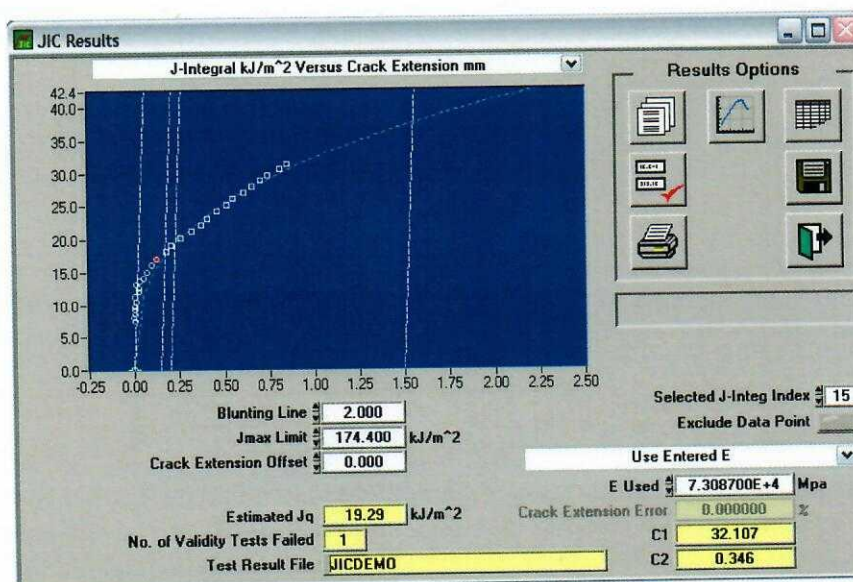
Acest ecran conține două grafice în timp real: încărcare în raport cu LPD (load point displacement) și integrala J în raport cu extensia fisurii; săgeata verde arată modul de lucru în timp real: încărcare, descărcare sau menținere. Perioada de menținere oferă relaxarea probei după un ciclu de solicitare. În timpul încercării se poate suprascrise perioada de menținere făcând click pe butonul **Override Hold** în secțiunea **Test Control** a ecranului. Butonul este accesibil doar în timpul perioadei de menținere. Butonul **Parameters** vă permite să modificați parametrii de încercare în timp ce se execută încercarea. Când faceți click pe acest buton, apare ecranul principal de instalare și puteți introduce noi parametri în același mod ca și cum ați seta din nou acești parametri. Butonul nu este disponibil la unele puncte în timpul testului

și nu puteți schimba orice parametri până când acesta nu devine activ din nou. Atunci când încercarea e finalizată, după numărul solicitat de secvențe de încărcare / descărcare, sau atunci când testul este oprit prin intervenția operatorului, butonul Exit în secțiunea Test de control al ecranului devine disponibil. Faceți clic pe acest buton pentru a reveni la ecranul principal de instalare. Atunci când testul a finalizat numărul solicitat de secvențe de încărcare / descărcare, sau atunci când testul este oprit prin intervenția operatorului, butonul Exit în secțiunea Test Control al ecranului devine disponibil. Faceți clic pe acest buton pentru a reveni la ecranul principal de instalare.

Finalizarea încercării se poate face și manual în orice moment al încercării. Se dă click pe butonul **Start/Finish Test**, încercarea se oprește, butonul se schimbă din pătrat în triunghi iar ecranul revine la cel din *figura 5.10*.

### 5.5. Obținerea și prelucrarea rezultatelor

În momentul în care s-a încărcat un set de date, fie datorită utilizării butonului **Retrieve Setup** care încarcă datele din testul anterior sau datorită faptului că tocmai s-a terminat o încercare, se pot afișa sau printa rezultatele testului făcând click pe butonul **Graph Results** din menu-ul principal. În acel moment softul încarcă fișierul **\*\*\*.dat**, cu numele (\*\*\*) dat în **Test Param File**. Primul ecran care apare este **Set Modulus** în care se pot introduce valorile pentru modulul lui Young, rezistența la tracțiune și limita de curgere, sau se acceptă valorile deja existente. Când se termină, se apasă pe butonul **OK** și va apărea ecranul cu rezultatele pentru  $J_{Ic}$  (**JIC Results**), *figura 5.15*. Explicații ale elementelor care intervin în această diagramă sunt date în *figura 5.9* și în *figura 5.16*.



**Fig. 5.15.** Ecranul cu datele referitoare la integrala J

Chiar dacă datele sunt înregistrate în tabelul de date de la începutul încercării, se consideră valabile numai acele puncte care se încadrează între dreptele de excludere ce trec prin deplasările de 0,15 mm și 1,5 mm și sunt paralele cu dreapta de elasticitate. Valoarea

integralei  $J_{Ic}$  este determinată pentru punctul în care curba de aproximare exponențială se intersectează cu dreapta ce trece prin extensia fisurii de 0,2 mm și este paralelă cu dreapta de elasticitate.

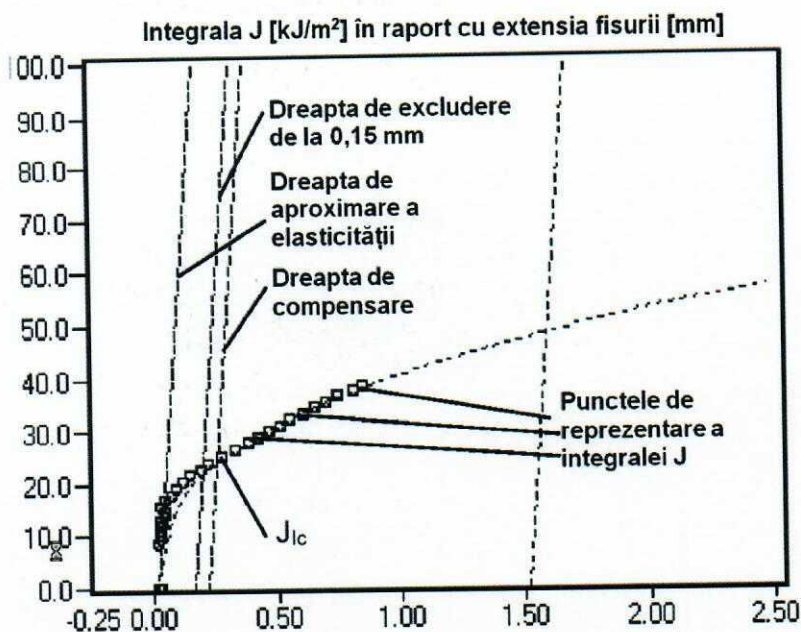


Fig. 5.16. Elemente explicative asupra graficului integralei J



În acest ecran apar și butoanele pentru rezultate. Butonul **Reports** prezintă detalii privind identificarea încercării și a probei. Prin click pe OK se avansează la Report Summary în care se prezintă un rezumat al rezultatelor încercării, date despre probă și despre lungimea porțiunii nefisurate. Din acest ecran, prin butonul **Crack Front** se avansează la ecranul care prezintă date privind lungimea fisurii, iar prin butonul **Validity** se avansează la ecranul care prezintă mesaje privind invalidități depistate în timpul calculelor. Butonul **Join Data** unește rezultatele din fișierul file (<filename>.dat) cu fișierul de date raw (<filename>.lop). Rezultatul se regăsește în fișierul <filename>.txt de tip ASCII.



Prin apăsarea butonului **Print** în această fereastră se va obține o copie printată a graficului de variație a integralei J în raport cu extensia fisurii, figura 5.15.



Prin butonul **Graph Results** se avansează la un ecran intermediar în care se poate alege un anumit grafic de reprezentare a încercării efectuate, respectiv: diagrama forță în raport cu deplasarea preluată de la extensometru (LLD - load line displacement) sau în raport cu (COD - crack opening displacement) și curba de descărcare în raport tot cu LLD - load line displacement. Primul grafic este prezentat în figura 5.17. Graficul se scalează în mod automat pe baza datelor achiziționate. Se poate printa o copie numai a graficului - Print, sau se poate include și valoarea integralei J - Print+J.

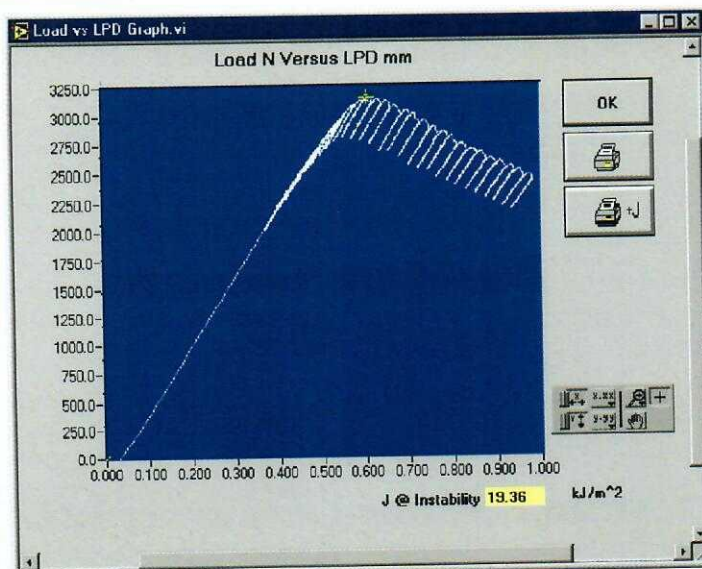


Fig. 5.17. Graficul Forță în raport cu deplasarea preluată de la extensometru (COD)

## BIBLIOGRAFIE

- [1] ASTM E813-89E01, Test Method for JIC, A Measure of Fracture Toughness (Withdrawn 1997), ASTM International, West Conshohocken, PA, 1989.
- [2] R.A. Schapery, Correspondence principles and a generalised J Integral for large deformation and fracture analysis of viscoelastic media, *Int. J. Fract.*, 25: 195-223, 1984.
- [3] J.R. Rice, P.C. Paris, J.G. Merkle, Some further results of J-integral analysis and estimates. National Symposium on Fracture Mechanics; 6th; Philadelphia, PA, August 28-30, 1972.
- [3] J.R. Rice, G.F. Rosengren, Plain strain deformation near a crack tip in a power law hardening material, *J. Mech. Phys. Solids*, 16: 1-12, 1968.
- [4] J.R. Rice, A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks, *J. Appl. Mech.*, 35: 379-386, 1968.
- [5] G. P. Cherepanov, The propagation of cracks in a continuous medium, *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 31(3), pp. 503-512, 1967
- [6] J. R. Rice, A Path Independent Integral and the Approximate Analysis of Strain Concentration by Notches and Cracks, *Journal of Applied Mechanics*, 35, pp. 379-386, 1968
- [7] R.F. Lee, J.A. Donovan, J-integral and crack opening displacement as crack initiation criteria in natural rubber in pure shear and tensile specimens, *Rubber chemistry and technology*, 60(4), 674-688. 1987.
- [8] M. Yoda, The J-integral fracture toughness for Mode II, *Int. J. of Fracture*, 16(4), pp. R175-R178, 1980.
- [9] J.W. Hutchinson, J. W. Singular behavior at the end of a tensile crack in a hardening material, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 16 (1): 13-31, 1968.

## MECANICA RUPERII - LABORATOR 6

## DETERMINAREA DEPLASĂRII LA DESCHIDEREA VÂRFULUI FISURII - CTOD

6.1. Expresii pentru calculul lui  $\delta_{t\text{ crt.}}$  - CTOD

6.2. Scopul metodei CTOD

6.3. Procedeeul de determinare a CTOD

6.4. Descrierea metodei prezentată de ASTM 1290

6.1. Expresii pentru calculul lui  $\delta_{t\text{ crt.}}$  - CTOD

Pe baza acestei metode se dorește determinarea valorii critice a deplasării la deschiderea vârfului fisurii (CTOD - Crack Tip Opening Displacement), atunci când are loc propagarea fisurii.

Măsurarea directă a lui  $\delta_{t\text{ crt.}}$  la vârful fisurii este imposibilă. Ca urmare, se utilizează un traductor de deplasare (**extensometru** sau „pensetă” cu mărci tensometrice) pentru măsurarea deplasării la deschiderea fisurii,  $v_{\text{ext}}$ , în apropierea suprafeței probei, *figura 6.1*. Se presupune că în zona nefisurată ( $b=W-a$ ) se produc deformații plastice. Ca urmare, se presupune că flancul fisurii se rotește cu un anumit unghi, centrul de rotație stabilindu-se în interiorul zonei nefisurate la distanța ( $r \cdot b$ ),  $r$  fiind o constantă adimensională denumită factor de rotație. În *figura 6.1* este prezentat un exemplu în care o pensetă cu mărci tensometrice se poate atașa la muchiile ascuțite de la suprafața probei.

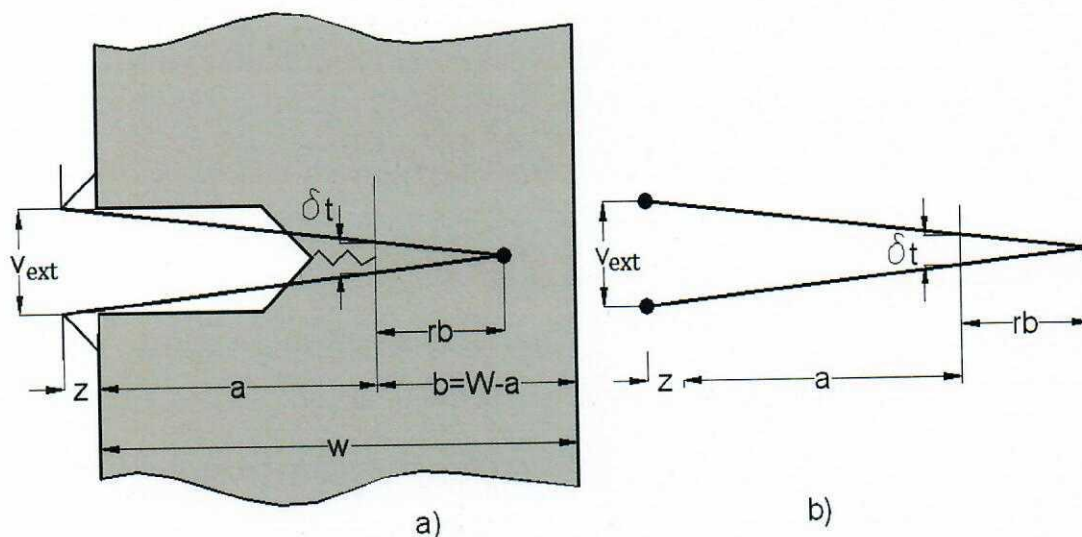


Fig. 6.1. Deplasarea la deschiderea vârfului fisurii

Din figura 6.1 se poate deduce că  $\delta_t$  poate avea expresia:

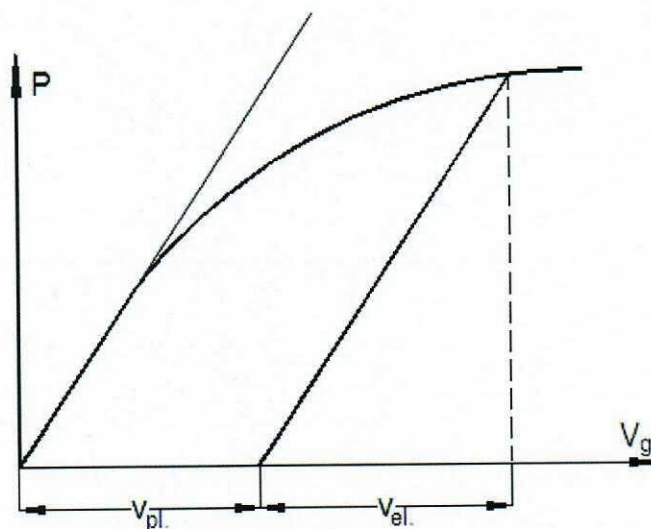
$$\delta_t = \frac{r \cdot b}{r \cdot b + a + z} v_{\text{ext}} \quad (6.1)$$

în care distanța  $z$  reprezintă distanța de la suprafața probei la vârfurile pensetei tensometrice iar  $b=W-a_0$ , cu  $a_0$  notând lungimea inițială a fisurii. Dacă penseta tensometrică se montează în canale frezate în interiorul probei,  $z$  va fi negativă iar dacă se montează exact la suprafața probei  $z$  va fi egală cu zero.

Deși această relație pare simplă, apar totuși două probleme:

1) *Valoarea factorului de rotație  $r$ .* Experimentele arată o varietate semnificativă în ceea ce privește valorile utilizate pentru  $r$ . Acest lucru se întâmplă din cauză că determinarea necesită tehnici complicate cum ar fi metoda pensetei cu două mărci sau infiltrarea în fisură a cauciucului plastic sau siliconat. În general, pentru probele CT și SENB valoarea lui  $r$  se ia între 0,4 și 0,6. Pentru proba CT se admite  $r \approx 0,46$ .

2) *Interpretarea deplasării  $v_{\text{ext}}$  a pensetei (extensometrului) cu mărci tensometrice.* Creșterea  $v_{\text{ext}}$  în raport cu punctul de zero stabilit inițial, se datorează atât efectului de deschidere elastică a fisurii cât și rotației în jurul punctului amintit anterior. Ca urmare, dacă se consideră  $v_{\text{ext}}$  determinat numai de rotația flancurilor fisurii (ecuația 6.1) se poate ajunge la rezultate eronate. În aceste condiții  $v_{\text{ext}}$  trebuie separat într-o parte elastică  $v_{\text{el}}$  și o parte plastică  $v_{\text{pl}}$ , arătate schematic în figura 6.2.



**Fig. 6.2.** Separarea deplasării totale la deschiderea fisurii  $v_{\text{ext}}$  în componentele elastică  $v_{\text{el}}$  și plastică  $v_{\text{pl}}$ .

Din motive de acuratețe, *contribuția elastică* la  $\delta_t$  este calculată în concordanță cu expresia dată de Mecanica Liniar-Elastică a Ruperii pentru CTOD:

$$\delta_{\text{el}} = \frac{K_I^2}{E\sigma_y} \left( \frac{1-\nu^2}{2} \right) \quad (6.2)$$

și ca urmare vom avea:

$$\delta_t = \delta_{el.} + \delta_{pl.} = \frac{K_I^2}{E\sigma_c} \left( \frac{1-\nu^2}{2} \right) + \frac{r \cdot b}{r \cdot b + a + z} v_{ext} \quad (6.3)$$

în care:

—  $K_I$  este factorul de intensitate al tensiunii care se determină cu relațiile următoare, în care  $a=a_0$ :

- pentru epruveta sollicitată la tracțiune:

$$K_I = F_Q \frac{f\left(\frac{a}{W}\right)}{BW^{\frac{1}{2}}} \quad (6.4)$$

unde:

$$f\left(\frac{a}{W}\right) = 29,6\left(\frac{a}{W}\right)^{\frac{1}{2}} - 185,5\left(\frac{a}{W}\right)^{\frac{3}{2}} + 655,7\left(\frac{a}{W}\right)^{\frac{5}{2}} - 1017\left(\frac{a}{W}\right)^{\frac{7}{2}} + 638,9\left(\frac{a}{W}\right)^{\frac{9}{2}} \quad (6.5)$$

- pentru epruveta sollicitată la încovoiere:

$$K_I = \frac{1}{10} \sqrt{10} F_Q \frac{L}{BW^{\frac{3}{2}}} f\left(\frac{a}{W}\right) \quad (6.6)$$

unde:

$$f\left(\frac{a}{W}\right) = \frac{3\left(\frac{a}{W}\right)^{\frac{1}{2}} \left[ 1,99 - \left(\frac{a}{W}\right) \left( 1 - \frac{a}{W} \right) \left( 2,15 - 3,93\left(\frac{a}{W}\right) + 2,7\left(\frac{a}{W}\right)^2 \right) \right]}{2\left( 1 - 2\frac{a}{W} \right) \left( 1 - \frac{a}{W} \right)^{\frac{3}{2}}} \quad (6.7)$$

- $E$  este modulul lui Young;
- $\sigma_c$  este limita de curgere;
- $\nu$  este coeficientul lui Poisson.

## 6.2. Scopul metodei CTOD

Această metodă de testare se referă la determinarea valorilor critice ale deplasărilor la deschiderea vârfului fisurii (CTOD – Crack Tip Opening Displacement), atunci când are loc propagarea fisurii. Prin această metodă se poate determina **tenacitatea la apariția clivajului când se inițiază propagarea fisurii** pentru materialele care prezintă o tranziție de la comportamentul ductil la un comportament fragil odată cu scăderea temperaturii, cum ar fi oțelurile feritice. Această metodă de testare se aplică pentru probele cu creștătură în prelungirea căreia se introduce o fisură de oboseală. Probele utilizate sunt cele de încovoiere în trei puncte (SENB- Single Edge Notched Bend), probele de tracțiune (CT - compact tension)

sau probele de încovoiere sub formă de arc de cerc (ASB -arc-shaped bend). Viteza de încărcare trebuie să fie mică și fără să existe influențe ale mediului. Pentru determinarea deplasării la fețele probelor se utilizează un extensometru de tip clip-on-gage.

Dimensiunile recomandate pentru probe sunt următoarele:

- Lățimea  $W$  să fie de două ori cât grosimea  $B$ ;
- Pentru toate tipurile de probe trebuie să fie satisfăcută relația:  $0,45 \leq a_0/W \leq 0,70$ , în care  $a_0$  este lungimea inițială a fisurii;
- Pentru proba CT se recomandă raportul  $H/W=0,6$  în care  $H$  este înălțimea probei iar pentru proba SENB vom avea  $S/W=4$  în care  $S$  este distanța între reazeme;
- Pentru proba de tip ASB se recomandă  $S/W=4$  atunci când  $r_1/r_2 > 0,6-1$  sau  $S/W=3$  atunci când  $r_1/r_2 > 0,4-0,6$

Probele standard, cele mai utilizate pentru determinarea *deplasării flancurilor fisurii la vârful acesteia* (crack tip opening displacement - CTOD), atunci când are loc deschiderea fisurii, sunt cele solicitate la încovoiere prin trei puncte și având creștătură (SENB), precum și probele compacte (CT) solicitată la tracțiune. Acestea le-a fost descrisă configurația în secțiunea 5.3 din curs. Pentru probele CT este permisă utilizarea unui anumit tip de creștătură inițială în vederea determinării  $J_{Ic}$ . Este de preferat ca raportul  $W/a$  să fie în jur de 2 dar pot exista anumite abateri în jurul acestei valori. În principiu, grosimea  $B$  trebuie să fie egală cu cea utilizată în exploatare iar probele nu trebuie să aibă canale laterale. Sunt permise excepții dacă se poate demonstra că grosimi mai mici nu afectează rezistența la fisurare sau dacă se poate stabili o relație bine determinată între grosimea probei și rezistența la fisurare. Este important de notat că valorile lui  $\delta_{t\ cr.}$ , rezultate ca urmare a aplicării acestei metode, pot fi afectate de geometria și mărimea probei. De aceea sunt necesare anumite precauții atunci când se compară rezultatele preluate din diferite surse.

### 6.3. Procedul de determinare a CTOD

Valoarea  $\delta_c$  pentru CTOD corespunde începutului propagării instabile a fisurilor (propagare fragilă) fără ca anterior să aibă loc o propagare lentă și stabilă;  $\delta_i$  reprezintă valoarea CTOD măsurată la începutul propagării lente și stabile a fisurii;  $\delta_u$  este înregistrată la debutul propagării fragile (instabile) a fisurii fragile instabile ce urmează unei propagări anterioare lente și stabile;  $\delta_m$  este valoarea CTOD la prima atingerea unui palier privitor la sarcina maximă atunci când avem un comportament în totalitate ductil.

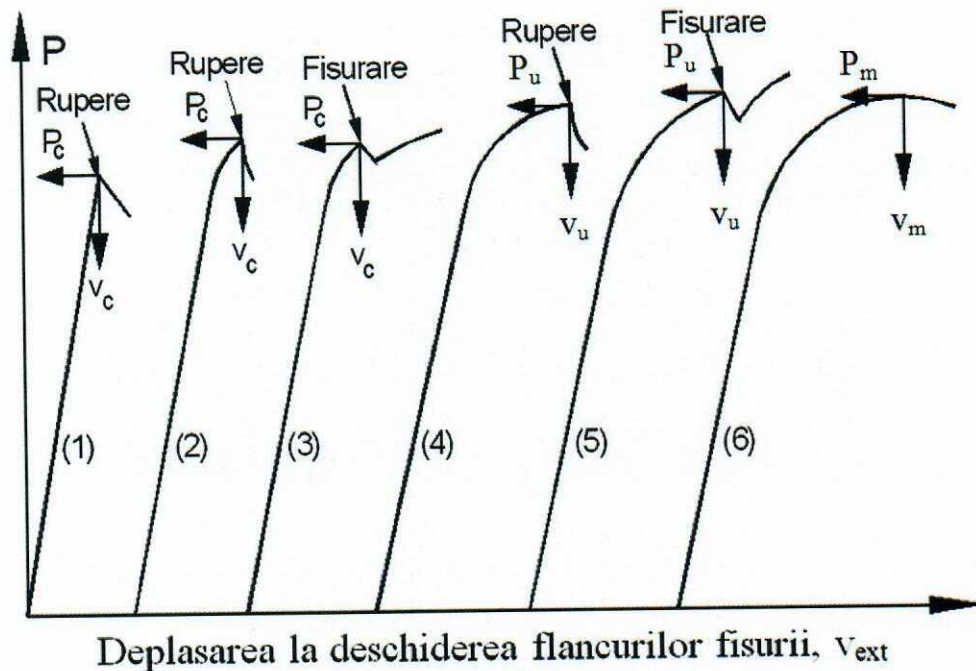
Pentru a determina valorile CTOD, pentru forță și deplasare se utilizează valorile din momentul proceselor de inițiere și propagare a fisurii. Sarcina și deplasările măsurate de extensometru corespunzătoare mărimilor  $\delta_c$ ,  $\delta_u$  și  $\delta_m$ , sunt obținute direct din înregistrările încercărilor. Atunci când este necesară o măsurare a  $\delta_i$ , valorile pentru CTOD sunt determinate și reprezentate grafic în raport lungimea fisurii propagate,  $\Delta a_p$ . Graficul de variație a CTOD în raport cu lungimea fisurii propagate este aproximat cu o curbă de regresie potrivită, care să aproximeze cât mai bine rezultatele reale. Valoarea  $\delta_i$  este definită ca un punct de pe curba de aproximare corespunzătoare,  $\Delta a_p = 0,2 m$ .



Înregistrarea de sarcină deplasare obținută dintr-un test de fractură va fi, de obicei, una dintre cele șase tipuri prezentate în *figura 6.3*. Înainte de a clasifica o curbă încărcare - deplasare trebuie să decidem dacă fisurarea este „semnificativă”. În cazul în care, după examinarea suprafeței fisurate, se observă că extinderea fisurii depășește 4% din lungimea zonei nefisurate  $b$ , fisurarea se consideră „semnificativă”.

În cazul în care cedarea se produce pe domeniul linear, graficul (1) din *figura 6.3*, se aplică procedura descrisă în ASTM E399 de verificare a validității determinării valorii pentru  $K_{Ic}$ . Curbele din cazurile 1 și 2 sunt monoton crescătoare, nefiind pusă în evidență plasticitatea și nici propagarea stabilă a fisurii înainte de rupere. Cazul 3 arată o fisurare semnificativă datorată propagării bruște a fisurii urmată de oprirea acesteia.

În cazul în care, curba este o înregistrare continuă, fără probleme, în care sarcina aplicată crește odată cu creșterea deplasării până la debutul propagării instabile (fragile) a fisurii, și în cazul în care nu a avut loc o creștere anterioară stabilă și lentă a fisurii, semnificativă, valoarea critică  $\delta_c$  a CTOD poate fi determinată pe baza sarcinii de încărcare și a componentei plastice  $v_p$  a deplasării măsurată de extensometru, corespunzătoare punctului de coordonate  $P_c$  și  $v_c$ , graficul (2) și (3) din *figura 6.3*.



**Fig. 6.3.** Tipuri de grafice încărcare-deplasare la deschiderea fisurii obținute în timpul încercării pentru determinarea COD

Cazurile 4 și 5 pot fi tratate împreună. Înainte de instabilitate, care poate fi determinată fie de rupere fie de o fisurare semnificativă, apare propagarea stabilă a fisurii. Acest lucru ar trebui remarcat după examinarea suprafeței rupte. În aceste cazuri  $\delta_{t \text{ crit.}}$  este calculat ca fiind  $\delta_u$  pentru valorile  $(P_u, v_u)$ . Cazul 6 este relevant pentru materialele extrem de ductile pentru care extinderea stabilă a fisurii are loc dincolo de încărcarea maximă  $P_m$ :  $\delta_{t \text{ crit.}}$  se calculează ca fiind  $\delta_m$  corespunzător punctului  $(P_m, v_m)$ .

În cazul în care, o propagare cu viteză mică a fisurii precede o propagare fragilă, instabilă, sau sarcina maximă se produce pe un palier, curbele sarcină-deplasare vor fi de tipul celor prezentate în graficele (4), (5) și (6) din *figura 6.3*. Aceste grafice prezintă modul de preluare a valorilor pentru  $P$  și  $v$  pentru a fi utilizate la calcularea  $\delta_i$ ,  $\delta_u$  și  $\delta_m$ , după cum este cazul.

După ce a fost stabilită valoarea deplasării măsurată cu extensometrul, se va calcula CTOD în funcție de încercarea și proba utilizată, respectiv încovoiere sau tracțiune. În orice caz, trebuie respectat raportul  $0,45 < a_0/W < 0,55$ . Relația utilizată pentru calcul CTOD și relațiile și explicațiile aferente sunt următoarele:

$$\delta_t = \frac{K_I^2}{E\sigma_c} \left( \frac{1-\nu^2}{2} \right) + \frac{r \cdot (W - a_0)}{r \cdot (W - a_0) + a_0 + z} v_{\text{ext}}$$

unde:

- $K = \frac{YP}{\sqrt{BW}}$ ;
- $Y$  este o valoare ce se calculează cu una din relațiile date în tabelul următor.

Tip probă	SENB	CT
Y	$S/(W-a)$	$(W+a)/(W-a)$

- $P$  este forța preluată conform unuia din graficele din *figura 6.3*;
- $\nu$  este coeficientul lui Poisson;
- $E$  este modulul lui Young;
- $\sigma_c$  este limita de curgere;
- $z$  reprezintă distanța de la suprafața probei la vârful extensometrului;
- $a_0$  este lungimea fisurii inițiale – de oboseală;
- $v_{\text{ext}}$  este componenta plastică a deplasării, vezi *figura 6.2*;
- $r$  reprezintă factorul de rotație = 0,46.

Valorile calculate pentru CTOD sunt valabile în cazul în care sunt îndeplinite următoarele condiții:

1. Valoarea CTOD este egală sau mai mică decât capacitatea de măsurare a probei;
2. Diferența dintre valoarea maximă și minimă a tuturor celor nouă măsurători pentru lungimea fisurii de oboseală propagate nu depășește 10% din original lungimea inițială a fisurii de oboseală;
3. Ambele extremități ale frontului fisurii de oboseală trebuie să fie mai depărtate de creștătura prelucrată, cu cel puțin 1,3 mm sau cu cel puțin 2,5% din lățimea probei (B);
4. Planul suprafeței fisurii de oboseală nu trebuie să fie înclinat cu mai mult de 10 grade în raport cu planul median al creștăturii;
5. Partea frontală a fisurii de oboseală nu trebuie să fie multiplanară sau ramificată.

Pașii necesari în cadrul încercării pentru determinarea COD sunt următorii:

1. Proiectarea și elaborarea desenelor de execuție ale probelor;
2. Fabricarea probelor;

3. Prefisurarea prin oboseală;
4. Confecționarea dispozitivelor de fixare a extensometrului pentru măsurarea deplasării la deschiderea fisurii;
5. Solicitarea probelor (încovoiere – SENB sau tracțiune – CT);
6. Analiza înregistrării forță – deplasare pentru determinările  $\delta_{t\text{crit}}$ .

Procedeul utilizat pentru prefisurarea prin oboseală este similar cu cel utilizat la determinarea  $K_{Ic}$ . Prefisurarea prin oboseală se face pentru un ciclu la oboseală cu un coeficient de asimetrie a ciclului R cuprins între 0 și 0,1. În cazul determinării  $J_{Ic}$  sarcina maximă de încărcare nu trebuie să depășească 40% din sarcina la care apare deformarea plastică pentru probele SENB și respectiv CT. Aceste cerințe sunt necesare pentru a asigura o ascuțime suficientă a prefisurii cu limitarea deformațiilor plastice remanente în regiune din imediata vecinătate a vârfului fisurii.

În timpul determinării COD proba este încărcată controlând deplasarea și înregistrând atât încărcarea cât și deplasarea la deschiderea fisurii. Viteza de încărcare trebuie fixată astfel încât, creșterea factorului de intensitate a tensiunii cu timpul  $\frac{dK_I}{dt}$  să fie cuprinsă între (0,5 și 0,3)  $\frac{\text{MPa}\sqrt{\text{m}}}{\text{s}}$ . Această creștere este definită în mod arbitrar, pe baza încărcării statice, în același fel ca la determinarea  $K_{Ic}$ .

Intrucât viteza de creștere  $\frac{dK_I}{dt}$  este măsurată în regiunea elastică a curbei încărcare – deplasare, această procedură poate conduce la diferențieri mari în ceea ce privește viteza de încărcare pentru probele ductile: dacă viteza de încărcare a mașinii de încercat este menținută constantă, viteza de deplasare va crește mult în zona plastică a curbei de încărcare – deplasare; dacă, pe de altă parte, viteza de deplasare a mașinii de încercat este menținută constantă, viteza de încărcare va scădea în regiunea plastică.

S-a arătat că, solicitarea cu viteze de încărcare mici în regiunea plastică a diagramei încărcare-deplasare poate conduce la valori mici ale COD.

După încercare trebuie examinată suprafața rezultată în urma ruperii. Procedeul de determinare a lungimii prefisurării la oboseală și cerințele care trebuie respectate pentru obținerea unor rezultate valabile ale încercării sunt aceleași ca în cazul încercării pentru determinarea  $J_{Ic}$ . În plus, este necesar a se stabili dacă în timpul încercării se produce o extindere stabilă a fisurii și de a evalua relația între creșterea extinderii fisurii și posibila comportare la fisurare: o propagare inițial instabilă urmată de oprirea fisurii.

#### 6.4. Descrierea metodei prezentată de ASTM E1290-08e1

Obiectivul testului CTOD este de a determina valoarea deplasării flancurilor fisurii spre vârful acesteia, atunci când are loc o solicitare (de tracțiune sau încovoiere) și când se

produce propagarea fisurii. Valoarea CTOD este atribuită din cadrul valorilor pentru una din următoarele situații:

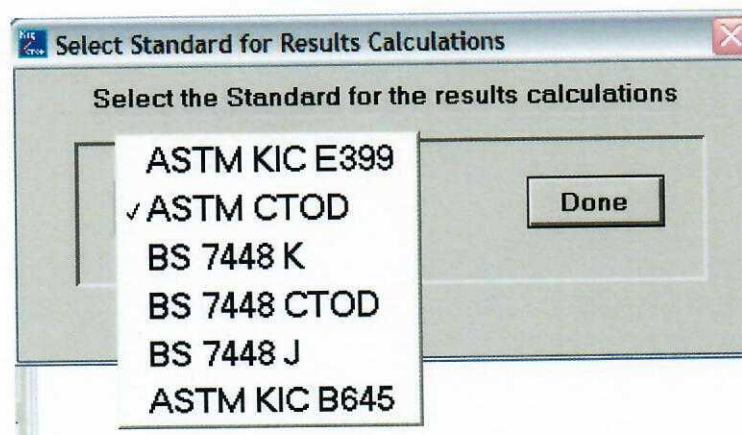
- $\delta_c$ , ce reprezintă debutul propagării instabile a fisurii fragile;
- $\delta_i$  reprezintă o valoare a CTOD în apropiere de debutul propagării stabile a fisurii;
- $\delta_u$  reprezintă debutul propagării instabile a fisurii ce urmează propagării stabile;
- $\delta_m$  reprezintă valoarea CTOD atunci când se atinge pentru prima oară forța maximă pe palierul ce presupune un comportament total plastic.

Valorile forței și ale deplasării corespunzătoare evenimentelor specifice proceselor de inițiere și propagare a fisurii sunt utilizate pentru determinarea valorilor corespunzătoare pentru CTOD. Valorile  $\delta_c$ ,  $\delta_u$  și  $\delta_m$  la valorile corespunzătoare ale încărcării, precum și deplasările COD ale extensometrului se obțin direct pe baza înregistrărilor. Atunci când este necesară determinarea  $\delta_i$ , valorile CTOD sunt determinate și figurate în raport cu propagarea fizică a fisurii,  $\Delta a_p$ . CTOD în raport cu comportarea la propagarea fisurii este aproximată pe baza unei curbe de regresie.

Valoarea lui  $\delta_i$  este definită ca fiind valoarea COD atunci când  $\Delta a_p=0,2$  mm. Graficul de variație al forței în raport cu deplasarea poate avea una din cele 6 forme prezentate în *figura 6.3*.

În continuare se prezintă imagini ale programului care facilitează determinarea CTOD pe mașina Instron 8801.

După efectuarea încercării de tip  $K_{Ic}$ , pentru furnizarea rezultatelor sub forma CTOD se alege din soft opțiunea respectivă, ca în reprezentarea de mai jos:



După ruperea completă a probei, se cere să se furnizeze cele 9 lungimi ale fisurii de oboseală inițiale, conform figurii de mai jos. Atenție la condițiile de validitate ale diferențelor între aceste valori, date mai sus.

În final, programul furnizează valoarea critică pentru CTOD, figura 6.4., indicându-se și valoarea forței care s-a utilizat pentru calcul. Valoarea deplasării măsurate cu extensometru se poate lua din tabelul de valori, relativă la valoarea forței.

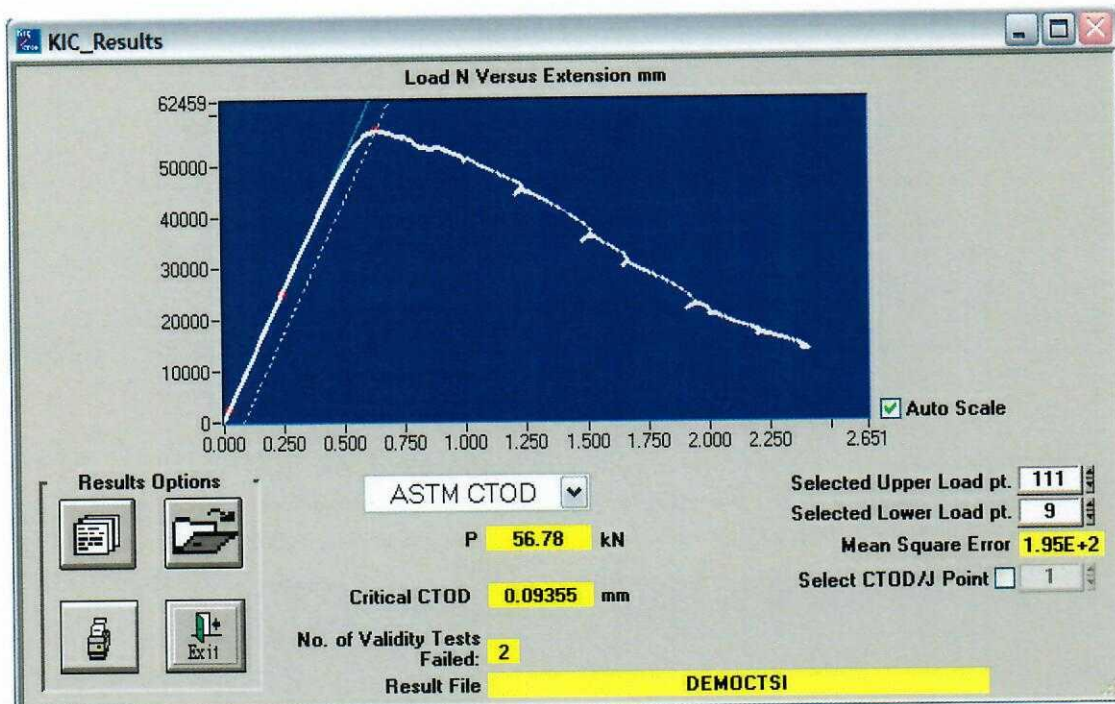
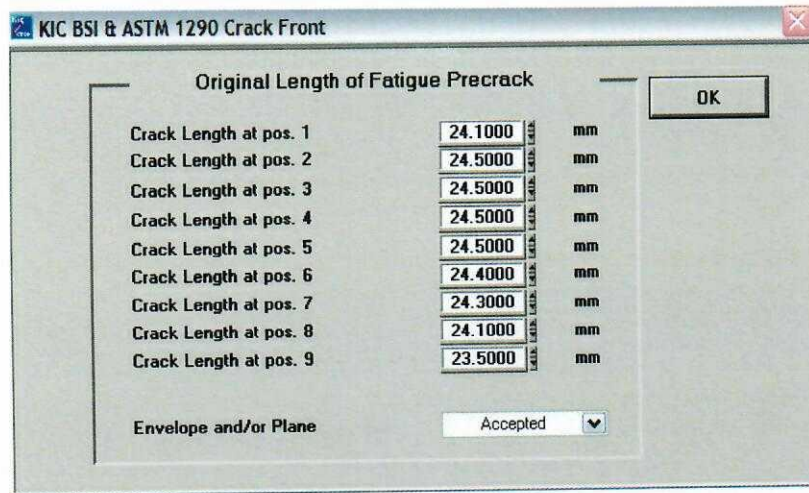


Fig. 6.4. Graficul de variație a forței în raport cu deplasarea la încercarea pentru determinarea CTOD

Din figura 6.4 se observă că valoarea caracteristicii specific mecanicii ruperii, deplasării la deschiderea vârfului fisurii (crack tip opening displacement – CTOD), este furnizată în mod automat de softul specializat.

## BIBIOGRAFIE

- [1] ASTM E1290-08e1, Standard Test Method for Crack-Tip Opening Displacement (CTOD) Fracture Toughness Measurement (Withdrawn 2013), ASTM International, West Conshohocken, PA, 2008
- [2] L.M. Plaza, The Determination of Uncertainties in Critical Crack Tip Opening Displacement (CTOD) Testing, Standards Measurement & Testing Project No. SMT4-CT97-2165, 2000.

- [3] J.C. Newman, Jr., M.A. James, A Review of The CTOA/CTOD Fracture Criterion - Why It Works!, 2001.
- [4] D. Gentile, I. Persechino, N. Bonora, Use of Circumferentially Cracked Bar sample for CTOD fracture toughness determination in the upper shelf regime, *Frattura ed Integrità Strutturale*, 30, pp. 252-262, 2014
- [5] C. Thaulow, Application of CTOD in atomistic modeling of fracture, *Procedia Materials Science* 3, 1542 - 1547, 2014.

MECANICA RUPERII -- LABORATOR 7

DETERMINAREA PUNCTULUI DE INSTABILITATE LA FISURARE A MATERIALELOR METALICE PE BAZA EVALUĂRII CURBEI R

7.1. Introducere

7.2. Condiții de efectuare a încercărilor

7.3. Modul de lucru

7.4. Efectuarea calculelor și interpretarea rezultatelor

7.5. Utilizarea metodei complianței pentru calculul lungimii efective a fisurii

7.6. Întocmirea raportului de încercare

7.1. Introducere

Această metodă se referă la determinarea rezistenței la fisurare a materialelor metalice pe baza curbei R utilizând probe de forme și dimensiuni diverse, supuse la diferite solicitări: proba compactă (CT) supusă la tracțiune, *figura 7.1a*, proba sub formă de disc supusă la tracțiune, *figura 7.1b*, proba supusă la încovoiere cu creștătură laterală, *figura 7.1c*, proba cu creștătură centrală, *figura 7.1d*, proba sub formă de arc de cerc supusă la tracțiune, *figura 7.1e* [1].

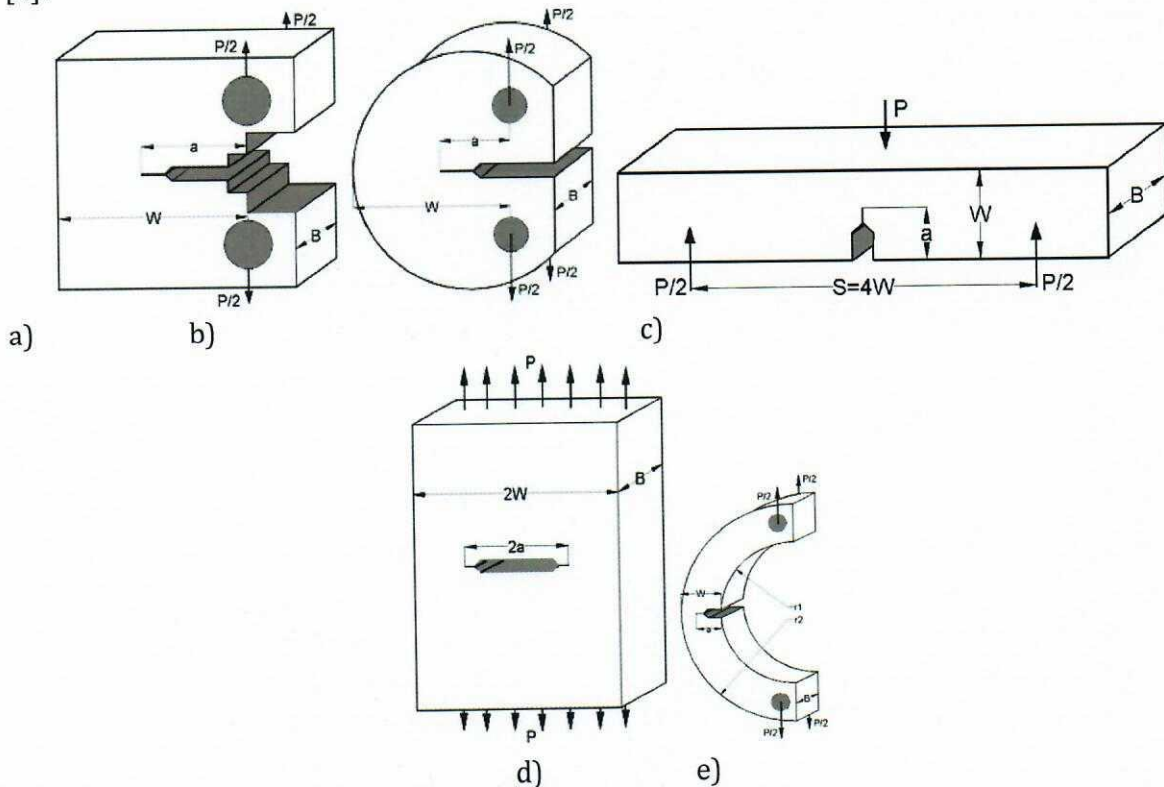


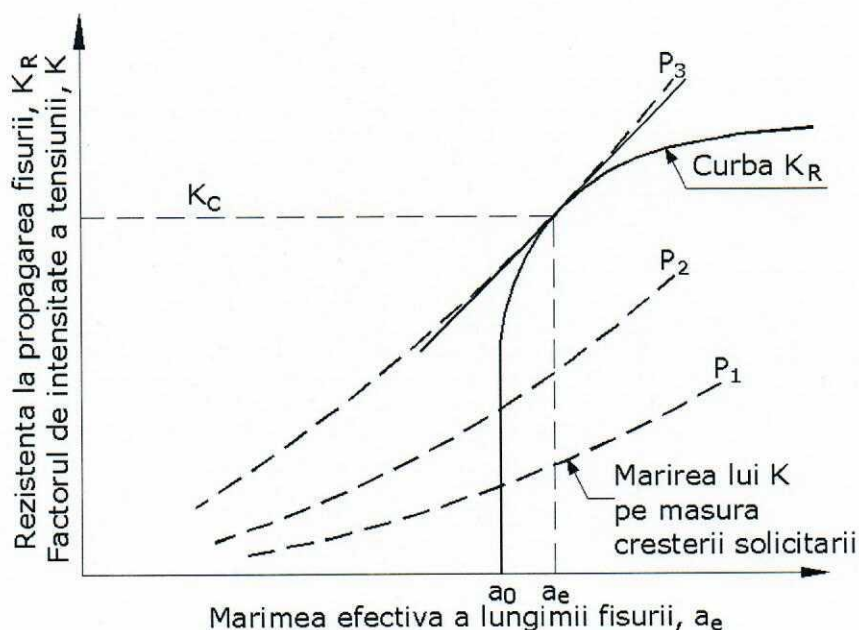
Fig. 7.1. Probe standardizate utilizate în mecanica ruperii

Curba R reprezintă o înregistrare continuă tenacității, reprezentată sub formă de variația, atât a factorului de intensitate a tensiunii  $K$  cât și a rezistenței la fisurare în raport cu lungimea fisurii propagate în material, în condițiile în care factorul de intensitate a tensiunii crește pe măsură ce fisura se propagă.

Materialele care pot fi testate pentru trasarea curbei R nu sunt limitate de rezistență, grosime, sau duritate, atâta timp cât probele au dimensiunile astfel încât, deformarea rămâne în domeniul elastic pe toată durata încercării. În general, se preferă utilizarea probelor standard dar se admit și ajustări ale dimensiunilor pentru adaptarea la forma și dimensiunile pieselor studiate.

Pe lângă trasarea curbei R, una din principalele preocupări ale acestei lucrări este de a determina cu precizie punctul în care începe propagarea instabilă a fisurii.

Rezistența la propagarea fisurii,  $K_R$  ( $FL^{-3/2}$ ), și  $G_R$  sau  $J_R$  ( $FL^{-1}$ ) – reprezintă o măsură a rezistenței materialului la propagarea fisurii exprimate în aceleași unități ca și factorul de intensitate a tensiunii,  $K$ , a energiei disponibile pentru propagarea fisurii,  $G$ , sau valorii lui  $J$  derivată din conceptul integralei  $J$ . Curba R este o reprezentare grafică a rezistenței la propagarea fisurii în raport cu lungimea fisurii, în cazul extensiei lente și stabile a acesteia, respectiv  $\Delta a_p$  sau  $\Delta a_e$ , figura 7.2.



**Fig. 7.2.** Reprezentarea schematică a Curbei R și curbelor aplicate K pentru determinarea punctului de instabilitate ( $a_e$ ,  $K_c$ ), pentru o lungimea  $a_0$  a fisurii inițiale

Curba R nu depinde de geometria probei solicitate dar depinde de grosimea acesteia, de temperatură și viteza de deformare. Tenacitatea la fisurare,  $K_c$ , reprezintă valoarea lui  $K_R$  în punctul de instabilitate determinat de dubla tangentă în acest punct, atât la curba  $K_R$  cât și la curba  $K$  (factorul de intensitate a tensiunilor). Având în vedere că se obține o deplasare a curbei  $K$  pe măsura creșterii solicitării, tenacitatea la fisurare,  $K_c$ , se va măsura în momentul în care curba  $K$  devine tangentă cu variație determinată de curba  $K_R$ .



## 7.2. Condiții de efectuare a încercărilor

În timpul propagării lente și stabile a fisurii, rezistența la fisurare,  $K_R$ , este egală cu factorul de intensitate a tensiunilor,  $K$ . Fisura este condusă spre propagare, în continuare, pe baza creșterilor (incrementale) de forță sau de deplasare, în funcție de posibilitățile mașinii de încercat sau de experiența operatorului. Se efectuează măsurători la fiecare creștere (de forță sau deplasare) și apoi se calculează valorile pentru  $K$ , aceste valori, alături de cele ale lungimii fisurii propagate, constituind punctele individuale de date situate pe curba  $R$ , pentru materialul studiat. Valoarea inițială a lungimii fisurii este astfel încât să existe un nivel scăzut de tensiune la care fisura să se propage prin oboseală. Se au în vedere metodele de determinare a **lungimii fisurii propagate**, a **mărimii zonei plastice** dezvoltate la vârful fisurii precum și expresiile pentru calculul energiei disponibile pentru propagarea fisurii.

Curba  $R$  caracterizează rezistența la fisurare a materialelor în timpul propagării lente, stabile și incrementale a fisurilor, ca rezultat al creșterii zonei deformată plastic în urma extinderii fisurii dintr-o creștătură ascuțită prefabricată. Această curbă oferă o înregistrare a variației tenacității, pe măsură ce fisura este propagată în mod stabil și incremental pe baza creșterii factorului de intensitate a tensiunii  $K$ . Rezultatele obținute depind de grosimea probei, de temperatură și de viteza de deformare. Dacă se încearcă probe cu geometrii noi, curba  $R$  poate fi aproximată pe baza curbelor  $K$  în vederea estimării încărcării necesare pentru a provoca propagarea instabilă a fisurii la valoarea  $K_C$ . La efectuarea acestei estimări, curbele  $R$  sunt considerate ca și cum sunt independente atât de lungimea fisurii de pornire,  $a_0$ , cât și de configurația probei utilizate. Pentru un anumit material, extensia  $\Delta a$  a fisurii pare a fi o funcție de grosimea probei și de temperatura de încercare. Pentru a prezice instabilitatea fisurii într-o componentă, curba  $R$  trebuie poziționată ca în *figura 7.2*, astfel încât originea să coincidă cu lungimea fisurii inițiale asumate,  $a_0$ . Curbele  $K$ , pentru o anumită configurație, pot fi generate prin preluarea forțelor sau tensiunilor aplicate și calculând valorile lui  $K$  funcție de lungimea fisurii, folosind expresia adecvată configurației probei utilizate. În punctul în care tangenta coincide pentru cele două curbe, curba  $R$  și curba curentă  $K$ , se definește debutul propagării instabile a fisurii. De altfel, principala preocupare a acestei lucrări este de a determina cu precizie punctul în care începe propagarea instabilă a fisurii.

În cazul în care panta curbei  $K$  este negativă, se va propaga fisura până la atingerea unui nivel maxim sau palier de tenacitate. Atunci când se folosește o probă ale cărei caracteristici conduc la un gradient pozitiv pentru  $K$ , curba  $R$  este terminată atunci când fisura devine instabilă.

O încercare cu **deplasarea fixată** a punctelor de aplicație a forțelor conduce la o descreștere a lui  $K$  cu propagarea fisurii. O încercare efectuată cu **controlul forței**, conduce, de obicei, la creșterea lui  $K$  odată cu propagarea fisurii, instabilitatea având loc la sarcină maximă.

Pentru efectuarea încercărilor utilizând proba compactă sunt necesare dispozitive de fixare descrise și prezentate în lucrările de laborator anterioare. Pentru calculul factorului de intensitate a tensiunii se vor utiliza datele din *tabelul 7.1*, pentru probele  $C(T)$  și  $C(W)$ . În cadrul laboratorului vom utiliza proba  $C(T)$ .

**Tab 7.1.** Factorul de intensitate a tensiunilor, adimensional, și Complanța în cazul stării plane de tensiuni pentru probele C(T) și C(W) ( $H/W = 0.6$ ;  $V_1$  la  $0.1576W$  față de direcția de sollicitare;  $V_0$  la  $0.25W$  față de direcția de sollicitare).

$a/W^A$	C(T) or C(W)		C(T) $EBv/P^C$		$a/W^A$	C(T) or C(W)		C(T) $EBv/P^C$		$a/W^A$	C(W) $EBv/P^C$	
	$KBW^{1/2}/P^B$		at $V_0$	at $V_1$		at $V_1$	$KBW^{1/2}/P^B$		at $V_0$		at $V_1$	at $V_1$
.350	6.392	29.89	25.82	22.83	.480	9.093	50.15	44.31	41.52			
.355	6.475	30.44	26.33	23.35	.485	9.230	51.24	45.30	42.52			
.360	6.558	31.01	26.85	23.88	.490	9.369	52.36	46.33	43.55			
.365	6.644	31.59	27.38	24.43	.495	9.512	53.51	47.38	44.61			
.370	6.730	32.20	27.94	24.99	.500	9.659	54.71	48.48	45.70			
.375	6.818	32.82	28.50	25.57	.505	9.810	55.93	49.60	46.83			
.380	6.906	33.45	29.08	26.16	.510	9.964	57.20	50.76	47.99			
.385	6.988	34.10	29.68	26.76	.515	10.123	58.51	51.95	49.18			
.390	7.090	34.77	30.29	27.38	.520	10.286	59.86	53.19	50.42			
.395	7.183	35.46	30.91	28.02	.525	10.453	61.25	54.47	51.70			
.400	7.279	36.16	31.55	28.67	.530	10.625	62.70	55.78	53.02			
.405	7.376	36.88	32.21	29.33	.535	10.802	64.18	57.15	54.38			
.410	7.475	37.62	32.88	30.01	.540	10.984	65.72	58.56	55.79			
.415	7.576	38.37	33.57	30.71	.545	11.172	67.32	60.01	57.24			
.420	7.678	39.15	34.27	31.42	.550	11.364	68.96	61.52	58.75			
.425	7.783	39.94	34.99	32.15	.555	11.583	70.67	63.08	60.31			
.430	7.890	40.75	35.73	32.90	.560	11.787	72.43	64.70	61.92			
.435	7.999	41.59	36.49	33.67	.565	11.978	74.25	66.37	63.60			
.440	8.110	42.44	37.27	34.45	.570	12.195	76.14	68.10	65.32			
.445	8.223	43.31	38.07	35.25	.575	12.420	78.10	69.89	67.12			
.450	8.340	44.21	38.89	36.08	.580	12.651	80.12	71.74	68.97			
.455	8.458	45.14	39.73	36.93	.585	12.890	82.22	73.66	70.89			
.460	8.580	46.08	40.60	37.80	.590	13.136	84.40	75.65	72.88			
.465	8.704	47.06	41.49	38.69	.595	13.391	86.64	77.72	74.94			
.470	8.830	48.06	42.40	39.61	.600	13.654	88.98	79.85	77.07			
.475	8.960	49.09	43.34	40.55								

<sup>A</sup>Calculat conform (13), respectiv:

$$\frac{a}{W} = C_0 + C_1(U) + C_2(U)^2 + C_3(U)^3 + C_4(U)^4 + C_5(U)^5$$

în care

$$U = \frac{1}{\left[ \left( \frac{EBv}{P} \right)^{1/2} + 1 \right]}$$

coeficienții complianțelor fiind dați astfel:

	$C_0$	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	$C_5$
C(T) at $V_1$	+1.0008	-4.4473	+15.400	-180.55	+870.92	-1411.3
C(T) at $V_0$	+1.0010	-4.6695	+18.460	-236.82	+1214.9	-2143.6

<sup>B</sup>Din ref. (14,15)

$$KBW^{1/2}/P = \frac{(2 + a/W)[0.886 + 4.64(a/W) - 13.32(a/W)^2 + 14.72(a/W)^3 - 5.6(a/W)^4]}{(1 - a/W)^{3/2}}$$

<sup>C</sup>Din ref. (12)

	$A_0$	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$
C(T) at $V_0$	+120.7	-1065.3	+4098.0	-6688.0	+4450.5
C(T) at $V_1$	+103.8	-930.4	+3610.0	-5930.5	+3979.0
C(W) at $V_1$	+101.9	-948.9	+3691.5	-6064.0	+4054.0

0.35 < a/W < 0.60

Ca urmare, fie cu ajutorul datelor din *tabelul 7.1* fie cu ajutorul relației de mai sus pentru  $KBW^{1/2}/P$  de mai sus, se calculează factorul de intensitate a tensiunilor pentru fiecare increment de fisură propagată (incrementul la mașina de încercat fiind forța, măsurându-se sau obținându-se prin deducere, lungimea fisurii propagate. Se recomandă, ca relația pentru calculul  $KBW^{1/2}/P$ , să se introducă în Xcell, astfel rezultând și valorile din *tabelul 7.1*. De asemenea, se va face un tabel care să includă valoarea forței precum și lungimea fisurii propagate, în același moment de timp.

Pentru probele C(T) și C(W), zonele de compresiune (în special cea dinspre marginea din spate) nu trebuie să ajungă la flambaj. Pentru măsurarea deplasării se va utiliza un extensometru de tip „clip-on-gage” care trebuie să aibă o **deplasare liniară suficientă** astfel

încât să cuprindă propagarea fisurii până la instabilitatea acesteia. Pentru ca determinarea K să fie valabilă, zona propagării fisurii trebuie să fie solicitată predominant **elastic** la toate valorile de forțe aplicate. Configurația probei C(T) recomandată este cea din *figura 7.3*.

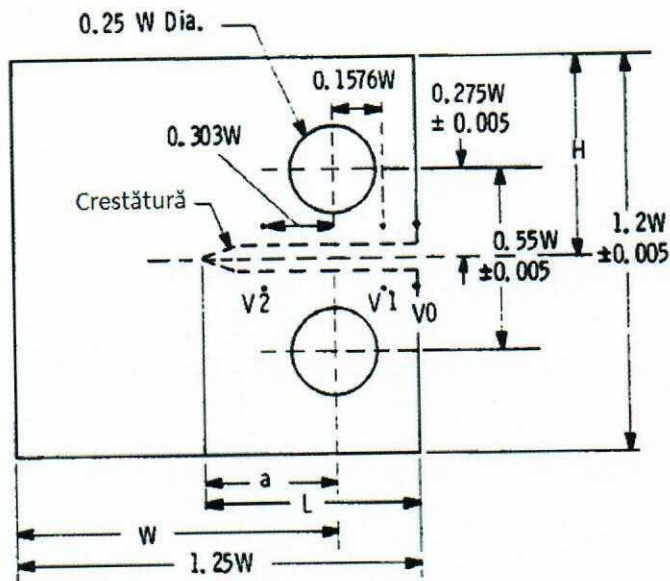


Fig. 7.3. Configurația probei C(T)

Deplasarea flancurilor fisurii se măsoară în punctul  $0.25W$  (fața probei) sau la  $0.1576W$  în raport cu direcția forțelor aplicate. Valorile de deplasare trebuie să fie extrapolate la  $0.1576W$ , pentru a se putea utiliza valorile date în *tabelul 7.1*. Pentru ca un rezultat să fie considerat valabil pentru proba C(T), este necesar ca zona nefisurată rămasă la sfârșitul încercării să fie cel puțin egală cu  $\left(\frac{4}{\pi}\right) \left(\frac{K_{\max}}{\sigma_Y}\right)^2$  unde  $K_{\max}$  este valoarea maximă a lui K iar  $\sigma_Y$  este limita de curgere a materialului.

Dimensiunea inițială a fisurii relativă,  $a_0/W$ , pentru proba C (T) trebuie să fie între **0,35W și 0,55W**. Pentru a maximiza capacitatea unei probe de a genera date valide, se va alege cel mai scurt drum posibil pentru fisura inițială. Toate probele vor fi prefisurate prin oboseală în starea lor finală (eventual tratate termic). Lungimea fisurii de oboseală nu trebuie să fie mai mică de 1,3 mm. Prefisurarea poate include două sau mai multe etape: inițierea fisurilor, propagarea intermediară și finisarea.

### 7.3. Modul de lucru

Se vor face câteva măsurători ale unor dimensiuni ale probei. Se măsoară grosimea B a probei în patru locații diferite în planul în care urmează a se propaga fisura. Se măsoară și mărimea W a probei. Se poate obține curba R și dintr-un singur test dar, pentru o acuratețe cât mai bună în trasarea curbei R, se pot face mai multe teste. Proba se solicită treptat, cu timp de așteptare între pași în vederea stabilizării fisurii înainte de preluarea valorii forței și măsurării lungimii fisurii. Stabilizarea fisurii poate dura câteva secunde de la oprirea solicitării. Totuși, atunci când fisura se află în vecinătatea punctului de critic, ajungerea la

stabilitate poate dura câteva minute, în funcție de rigiditatea cadrului mașinii de încercat și de alți factori. În cazul în care, se utilizează instrumente de trasare automată a curbei, este permisă monitorizarea forței în raport cu lungimea fisurii propagate, în mod continuu, la o încărcare monotonă. Viteza de încărcare trebuie să fie suficient de lentă astfel încât să nu introducă efectele vitezei de deformare în curba R. Static,  $K_R$  nu poate fi determinată atunci când fisura se propagă prea încet sau accelerat sau se află în apropierea punctului de instabilitate.

Numărul de puncte pentru trasarea curbei R pot fi patru sau cinci pentru materialele ductile, și zece-cincisprezece pentru materiale mai fragile. Lungimea fisurii se măsoară cu dispozitive corespunzătoare, mecanice (extensometre) sau optice, cu o precizie de 0,2 mm. Lungimea fizică a fisurii poate fi, de asemenea, măsurată pe baza complianței cu descărcarea parțială a probei după fiecare creștere, metodă ce va fi descrisă mai jos. Se ajustează lungimea fizică a fisurii în raport cu zona deformată plastic,  $v_f$ , pentru a obține lungimea efectivă a fisurii în vederea calculului valorii pentru K. Măsurarea complianței,  $v/P$ , se face în timpul încărcării probei și se poate utiliza pentru determinarea directă a lungimii efective a fisurii propagate,  $a_e$ . În aceste condiții, corectarea datorită zonei deformată plastic este automată iar valorile pentru lungimea fisurii se pot utiliza în mod direct în expresia pentru calculul K. Dacă se utilizează tehnica complianței, este posibil a se constata dacă proba prezintă flambaj sau dacă există frecare între probă și dispozitivele de fixare/solicitare. Acest lucru presupune descărcarea parțială periodică a probei, așa cum este prezentat schematic în figura 7.4.

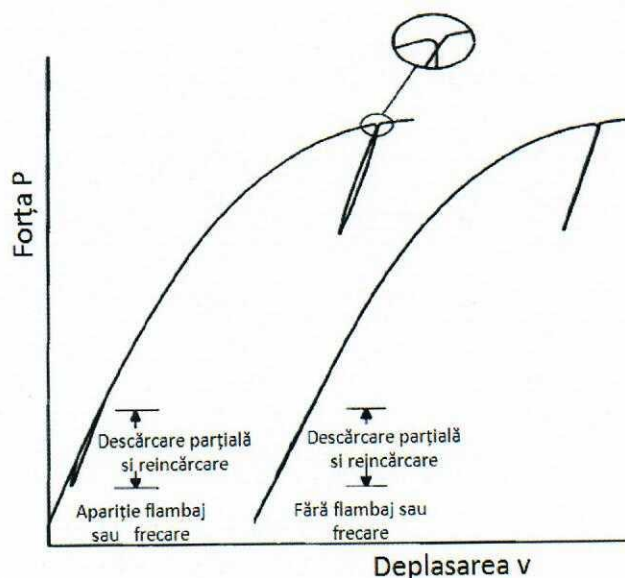


Fig. 7.4. Detectarea flambajului sau frecării prin metoda complianței pentru probele C(T)

Partea inițială a înregistrării trebuie să fie liniară, după descărcarea parțială atât partea descendentă cât și reluarea încărcării fiind curbe. Dificultăți în interpretarea curbei înregistrate la solicitare se pot întâlni atunci când proba prezintă abateri de la planeitate (înainte de încercare) sau când în grosimea probei există zone cu tensiuni remanente deloc neglijabile. Nu sunt admise excentricități ale probei în raport cu direcția forțelor. Nealiniera corectă poate avea ca rezultat distribuția necontrolată a tensiunii în probă, care ar putea fi problematică, în special în cazul în care se utilizează metoda complianței pentru a determina

lungimea fisurii propagate. Dispozitivul pentru măsurarea lungimii fisurii poate fi aplicat pe probă după aplicarea unei uşoare preîncărcări. Lungimea de pornire a fisurii trebuie să fie între 35% și 55% din  $W$ .

#### 7.4. Efectuarea calculelor și interpretarea rezultatelor

Pentru a genera curba R, trebuie determinate și utilizate datele privind lungimea fisurilor și forța aplicată în vederea calculului  $K_R$ . Pentru probele C(T) și C(W),  $K_R$  se determină după cum urmează:

$$K_R = \left( \frac{P}{B\sqrt{W}} \right) \cdot f\left(\frac{a}{W}\right) \quad (7.1)$$

unde:

$$f\left(\frac{a}{W}\right) = \left[ \frac{\left(2 + \frac{a}{W}\right)}{\left(1 - \frac{a}{W}\right)^{3/2}} \right] \left[ 0.886 + 4.64 \frac{a}{W} - 13.32 \left(\frac{a}{W}\right)^2 + 14.72 \left(\frac{a}{W}\right)^3 - 5.6 \left(\frac{a}{W}\right)^4 \right] \quad (7.2)$$

$a$  = lungimea fisurii măsurată de la direcția de încărcare,  $a_e$ , corectată cu zona deformată plastic;

$W$  = lățimea probei măsurată de la direcția de încărcare.

Valorile rezultate sunt valide dacă  $a/W \geq 0.35$ .

Alternativ, pentru calculul  $f(a/W)$ , se pot utiliza valorile care apar în *tabelul 7.1*.

Lungimea fisurii utilizată în expresiile de mai sus reprezintă lungimea efectivă a fisurii, care este lungimea totală a fisurii fizice plus o corecție pentru apariția zonei deformată plastic,  $r_Y$ . Corectarea lungimii fisurii măsurate fizic, are loc după cum urmează:

$$a_e = (a_0 + \Delta a_p + r_Y) \quad (7.3)$$

unde:

$a_0$  = lungimea fisurii;

$\Delta a_p$  = incrementul de creștere a fisurii;

$r_Y$  = mărimea zonei plastice de ajustare dată de relația:

$$r_Y = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{K_R}{\sigma_Y} \right)^2$$

Expresia pentru  $r_Y$  este mai precisă pentru materiale de înaltă rezistență având limita de curgere în jur de 174 [kPa/(kg·m<sup>3</sup>)]. Materialele cu rezistență mai scăzută și tenacitate la fisurare ridicată, necesită utilizarea metodei complianței pentru a corecta efectele zonei deformată plastic. Această metodă este prezentată în cele ce urmează.

## 7.5. Utilizarea metodei complianței pentru calculul lungimii efective a fisurii

Metoda complianței utilizează caracteristicile elastice ale probelor ce au introduse fisuri inițiale cu lungimi diferite dar strict cunoscute (9). Se poate trasa experimental o curbă de calibrare, prin solicitarea în domeniul elastic a probelor ce conțin fisuri de lungimi diferite și determinarea constantelor elastice  $v/P$  ca fiind pantele dreptelor obținute din înregistrările la solicitare. Se normalizează aceste pante ( $C=v/P$ ) în raport cu lățimea probei și modulul de elasticitate, rezultând complianța normalizată  $C_n = \left[ \frac{Ev}{\sigma W} \right]$ , aici având  $\sigma$  în loc de  $P$ . Se trasează apoi o curbă singulară ce reprezintă variația complianței în raport cu lungimea fisurilor raportate la lățime,  $a/W$ .

În testarea pentru trasarea curbei  $R$ , înregistrarea forță în raport cu deplasarea măsurată cu extensometrul de tip clip-on-gage, va avea o porțiune inițială liniară, panta acesteia fiind corespunzătoare cu lungimea fisurii inițiale.

În testele utilizând probele  $M(T)$  și  $C(T)$ , se determină complianța normalizată,  $EBv/P$  sau  $Ev/\sigma W$ , folosind pantele inițiale ale înregistrării de încercare (liniare), grosimea probelor, modulul de elasticitate,  $E$ , (determinat pe baza unei încercări de tracțiune) și lățimea  $W$ .

O procedură alternativă, care va da rezultate similare, este de a utiliza valorile descrise mai sus,  $EBv/P$  sau  $Ev/\sigma W$  și dimensiunea inițială, normalizată, a fisurii în probă,  $a_0/W$ , pentru a stabili punctul de referință pentru determinarea complianței probei:  $(EBv/P, a_0/W)$ . Se trasează punctul și apoi se ajustează astfel încât curba de conformitate teoretică să treacă prin acest punct. Dimensiunea fisurii normalizate este fixată la  $a_0/W$ , iar ajustarea se face numai asupra complianței. Evaluarea lungimii fisurii propagate ( $\Delta a$ ) se bazează pe valori progresive ale  $EBv/P$ , aplicate pentru curba transpusă. Această procedură alternativă nu este matematic echivalentă cu procedura recomandată mai sus, dar este comparabilă cu aceasta fiind acceptabilă până la schimbarea majoră a valorii  $a/W$  din cauza propagării instabile a fisurii.

**Pentru a trasa curba  $R$**  pentru o încercare a probei  $C(T)$ , se vor trasa secante la curba  $P-v$  rezultată în urma încercării, de la origine la puncte selectate, așa cum se arată în *figura 7.5*. Pantele reciproce ale acestor secante corespund unei lungimi efective a fisurilor determinată de punctele lor de intersecție cu înregistrarea  $P-v$ . Se normalizează aceste pante cu modulul de elasticitate și grosimea materialului și se introduce înregistrarea de calibrare pentru a determina  $a_e/W$ .

Dacă se procedează la descărcarea parțială la un moment dat, vor rezulta pante de retur diferite de secantele prezentate în *figura 7.5*. Pantele de descărcare corespund lungimii fisurii fizice. Această inversare a sarcinii trebuie să fie suficientă pentru stabilirea pantei de retur (descărcare) cu destulă precizie pentru care să se poată determina lungimea fisurii fizice. În cazul în care, înregistrarea din cadrul încercării nu se întoarce liniar imediat după descărcare, sunt și alți factori, în afară de comportamentul materialului, care influențează înregistrarea, și, ca urmare, pantele de retur nu se pot lua în considerare.

În final se calculează  $K_R$  cu relațiile (7.1) și (7.2), în care, în loc de relația (7.3) se utilizează complianța pentru calculul lungimii efective a fisurii.

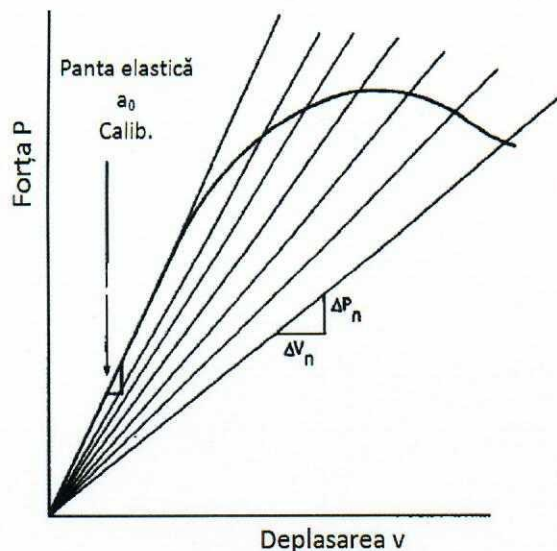


Fig. 7.5 Reprezentarea schematic a înregistrării Forță-Deplasare

### 7.6. Întocmirea raportului de încercare

Raportul de încercare va trebui să conțină următoarele elemente:

- Tipul și mărimea probei utilizate la încercare;
- Direcția de propagare a fisurii ( a se vedea ASTM E 399 pentru sistemul de codare);
- Grosimea materialului;
- Limita de curgere;
- Dacă fisura s-a propagat oblic, se fac specificațiile necesare.

Curba R poate fi reprezentată grafic având în abscisă, fie lungimea fizică fie lungimea efectivă a fisurii. Altfel, legenda trebuie să conțină următoarele informații: (a) metoda de ajustare a lungimii fisurii în raport cu zona deformată plastic, și (b) dacă abscisa este dată în funcție de lungimea fizică sau lungimea efectivă a fisurii.

### BIBLIOGRAFIE

- [1] ASTM E561-98, Standard Practice for R-Curve Determination, ASTM International, West Conshohocken, PA, 1998.
- [2] A. Saxena, S.J. Hudak,, Review and Extension of Compliance Information for Common Crack Growth Specimens, International Journal of Fracture Mechanics, Vol 14, No. 5, October 1978.
- [3] J.E. Srawley, W.F. Brown, Fracture Toughness Testing, Symposium on Fracture Toughness Testing and Its Applications, ASTM STP 381, Am. Soc. Testing Mats., pp. 133–198, 1965.
- [4] J.M. Krafft, A.M. Sullivan, R.W. Boyle, Effect of Dimensions on Fast Fracture Instability of Notched Sheets,” Proceedings of the Crack Propagation Symposium, College of Aeronautics, Cranfield, England, Vol 1, 1961, pp. 8–26.
- [5] P.C. Paris, G.C. Sih, Stress Analysis of Cracks, Symposium on Fracture Toughness Testing and Its Applications, ASTM STP 381, Am. Soc. Testing Mats., pp. 30–83, 1965.

- [6] K.H. Schwalbe, W. Setz, R-Curve and Fracture Toughness of Thin Sheet Materials, Journal of Testing and Evaluation, Vol 9, No. 4, 1981.
- [7] C.E. Feddersen, Evaluation and Prediction of the Residual Strength of Center Cracked Tension Panels, Damage Tolerance in Aircraft Structures, ASTM STP 486, Am. Soc. Testing Mats. pp. 50-78, 1971
- [8] B. Cotterell, "On Fracture Path Stability in the Compact Tension Test, International Journal of Fracture Mechanics, Vol 6, pp. 189-192, 1970.
- [9] R.W. Boyle, Crack Growth in Notched Sheet Specimens, Materials Research and Standards, Am. Soc. Testing Mats., Vol 2, No. 8, 1962.
- [10] J. Eftis, H. Liebowitz, On the Modified Westergaard Equation for Certain Plane Crack Problems, International Journal of Fracture Mechanics, Vol 4, December 1972.
- [12] J.C. Newman, Crack-Opening Displacements in Center-Crack, Compact, and Crack-Line Wedge Loaded Specimens, NASA TN D-8268, July 1976.
- [14] J.E. Srawley, Wide Range Stress Intensity Factor Expressions for ASTM E399 Standard Fracture Toughness Specimens, International Journal of Fracture Mechanics, Vol 12, p. 475, 1976.
- [15] J.C. Newman, Stress Analysis of Compact Specimens Including the Effects of Pin Loading, ASTM STP 560, p. 105, 1974.



## MECANICA RUPERII - LABORATOR 8

### DETERMINAREA PRIN FOTOELASTICIMETRIE A STĂRII DE TENSIUNE ȘI DEFORMAȚIE ÎN VECINĂTATEA UNOR CONCENTRATORI

---

8.1. Fotoelasticimetrie - considerații asupra metodei

8.2. Noțiuni teoretice privind fotoelasticimetria

8.3. Aparatura și materiale utilizate

8.4. Stabilirea direcțiilor principale ale deformațiilor specifice/tensiunilor normale

8.5. Descrierea aparatului și caracterizarea materialului fotoelastic pentru determinarea stării de deformație ( $\varepsilon_1$ - $\varepsilon_2$ ) în vecinătatea creștăturii unei probe compacte din aluminiu

8.6. Date preluate de la mașina de încercat INSTRON 8808

8.7. Operațiuni premergătoare încercărilor realizate prin softul PSCalc 3.1

8.8. Izocromate obținute pe proba compactă

8.9. Determinarea tensiunilor și a deformațiilor la vârful creștăturii probei compacte

---

#### 8.1. Fotoelasticimetrie - considerații asupra metodei

**Fotoelasticimetria** este o metodă optică de analiză experimentală a stării de tensiune din elementele de rezistență sollicitate. Metoda se bazează pe proprietatea de birefrigență accidentală a unor materiale transparente, omogene și izotrope din punct de vedere optic în stare nesolicitată, care devin birefrigente când sunt supuse unei stări de sollicitare.

**Metodele analitice de calcul ale tensiunilor și deformațiilor tratate** până în prezent în cărțile de specialitate au serioase limitări, neputând duce la rezolvarea oricărei probleme puse în practică. Aceste limitări se datoresc: formei complicate a pieselor și sollicitărilor complexe la care acestea sunt supuse; ipotezelor simplificatoare ce stau la baza relațiilor analitice. În acest sens, apare obligativitatea combinării calculului teoretic cu procedeu experimental adecvat, ca apoi, rezultatele experimentale să fie validate/verificate prin analize și simulări ce au la bază metode numerice (metoda elementelor finite).

Metodele de determinare a tensiunilor și deformațiilor cele mai des utilizate sunt: fotoelasticimetria prin transparență și reflexie, corelarea digitală a imaginii, metoda franjelor Moire, tensometria electrică rezistivă, interferometria etc.

**Metoda fotoelasticimetriei prin transparență** este o metodă experimentală optică ce oferă informații imediate și pe întreaga suprafață a piesei sau a unei structuri cu privire la diferența tensiunilor principale ( $\sigma_1 - \sigma_2$ ) și direcția lor. Această metodă experimentală poate fi aplicată pieselor 2D (plane) sau 3D (piese solide), având o geometrie complexă. Piesele, din materiale transparente optic active (de exemplu rășină epoxidică, sticlă organică etc.) sunt geometrice asemenea și sollicitate identic cu piesele reale. Studiul se realizează în lumina polarizată, de obicei obținută cu ajutorul polarizilor (sau filtre polarizate). Prin metoda fotoelasticimetriei

---

se determină două familii de curbe: Izocline – reprezintă locurile geometrice ale punctelor în care direcțiile principale sunt paralele cu direcțiile planelor de polarizare ale polarizorilor; Izocromate – reprezintă locul geometric al punctelor în care diferența tensiunilor principale este constantă.

La modul general, diferența tensiunilor principale se calculează cu relația analitică:

$$k \sigma_0 = \sigma_1 - \sigma_2$$

unde,  $\sigma_1$  și  $\sigma_2$ , reprezintă tensiunile principale ( $\sigma_2 = 0$  în cazul în care piesa simplă este supusă unor solicitări simple, cum ar fi întindere, compresiune axială sau încovoiere pură),  $k$  reprezintă numărul izocromatei ( $k = 1, 2, 3$  etc.), iar  $\sigma_0$  este o caracteristică a materialului transparent (care se determină experimental) și este măsurat în N/mm.

Materialele transparente optic active prezintă proprietatea de birefrință, adică razele de lumină ce trec prin corpul tensionat se vor descompune după două direcții (sau plane) care coincid cu direcția tensiunilor principale. Sunt plăci polarizatoare confecționate din materiale care prezintă dicroism: proprietatea unor cristale birefringente de a absorbi raza ordinară și a lăsa să treacă numai raza extraordinară, polarizată liniar. Aplicabilitatea acestei metode experimentale este vastă; se poate aplica în orice domeniu al ingineriei și nu numai, atunci când se dorește stabilirea distribuției de tensiuni, implicit observarea zonelor cu solicitare maximă, indiferent de geometria piesei model și de regimul de studiu (static și dinamic).

Utilizarea metodei în regim dinamic devine din ce în ce mai utilizată și mai importantă, mai ales în cazul sistemelor ce execută mișcări în timp, ca exemplu roboți industriali, elemente din componența aeronavelor, mașinilor unelte etc.

**Fotoelasticitatea** dă o imagine completă asupra distribuției reale de tensiuni, fiind aplicată, în special, corpurilor supuse la stări plane de tensiuni. Un model, executat dintr-un material optic activ este examinat în lumina polarizată, cu ajutorul unui polariscop. Materialul, inițial izotrop, devine temporar birefringent sub acțiunea sarcinilor aplicate. La încărcarea modelului, raza de lumină din fiecare punct este polarizată în două plane perpendiculare unul pe celalalt, corespunzătoare cu direcțiile tensiunilor principale din punctul considerat. Cele două raze polarizate plan străbat materialul cu viteze diferite și la ieșirea din model prezintă o diferență de fază. Formulele fundamentale din rezistența materialelor sunt bazate pe ipoteza lui Bernoulli. Această ipoteză se verifică experimental pe contur, prin desenarea unor rețele pe suprafața piesei solicitate. Se pune însă problema de a verifica dacă în interiorul materialului ipoteza se menține. În teoria elasticității se stabilesc legi mai complicate de distribuție a tensiunilor, cum este cazul, de exemplu, al secțiunilor cu concentratori de tensiuni. În numeroase probleme, calculul analitic este imposibil de aplicat și rezolvarea necesită metode experimentale. Studiul experimental prin foto-elasticimetrie se face trimițând un fascicul de lumină polarizată asupra unui model al piesei care se studiază, executat din materialul transparent. În lumina obișnuită, vectorul câmpului electromagnetic vibrează în diverse plane, care se întretaie pe linia razei luminoase. Lumina polarizată plan rezultă dintr-o vibrație a acestui vector într-un singur plan, numit plan de polarizare. Ea poate fi produsă din lumina obișnuită, albă sau monocromatică prin reflexie, refracție sau dublă refracție. De obicei, polarizarea se realizează cu ajutorul unor substanțe sintetice, numite

polaroizi. Metoda fotoelastică rezolvă azi cu succes numeroase probleme plane ale teoriei elasticității. Ea este aplicată în ultimul timp și la probleme de stări spațiale de tensiuni. Pentru studiul experimental prin metoda fotoelastică este nevoie de o instalație optică străbătută de lumina polarizată și de modele transparente, făcute din anumite materiale, lipsite de tensiuni interne și supuse stării de tensiuni care se studiază. În general, dacă lumina polarizată străbate un mediu anizotrop, ea se descompune în două componente perpendiculare, polarizate plan, care se propagă cu viteze diferite.

Analiza tensiunilor prin metoda fotoelasticității se bazează pe proprietatea unor materiale transparente de a expune tipare coloristice când sunt traversate de lumină polarizată. Aceste tipare sunt rezultatul alterării luminii polarizate de tensiunile interne în două unde ce au viteze diferite. Acest fenomen al dublei refracții este cunoscut ca birefringența. Tiparele care se dezvoltă sunt în funcție de tensiunea internă și poartă denumirea de efect fotoelastic. În acest scop se realizează un model realizat din material transparent, capabil să expună un răspuns fotoelastic când corpul analizat este supus acțiunii forței și dezvoltă tensiuni interne.

Metoda prezintă următoarele avantaje:

- Tensiunea poate fi determinată în modele cu forme foarte diferite;
- Tensiunea rezultată din complexul încărcărilor poate fi determinată;
- Tensiunea poate fi observată pe modelul întreg, în acest mod putându-se localiza mărimea tensiunii.

Din punct de vedere al conceptului modelării se pot face două considerații principale:

1. este relatarea reproducerii geometrice a situației. Modelul poate reflecta în întregime sau parțial fidelitatea tridimensională. De asemenea, modelul poate fi realizat fie în mărime naturală fie mai mare sau mai mic.
2. a doua considerație a modelării este reprezentată de simularea proprietăților mecanice a sistemului studiat. Nu este posibilă modelarea tuturor proprietăților mecanice a structurilor elementului. Prin urmare, decizia trebuie luată în funcție de proprietatea cea mai pertinentă.

Tipuri de analiză fotoelastică:

- bidimensională;
- tridimensională;
- cvasi-tridimensională.

**Analiza fotoelastică bidimensională** utilizează un model care își păstrează fidelitatea geometrică într-un singur plan. Se poate aplica atunci când nu există variații ale tensiunii în grosimea modelului.

Interpretare :

- numărul crescut de linii simbolizează creșterea tensiunii;
- liniile închise reprezintă concentrarea tensiunii.

Avantajele acestei metode sunt:

- ușurința realizării modelului;
- aplicarea unui număr foarte mare de încărcări pe model.

**Analiza fotoelastică tridimensională.** Dintre avantajele metodei sunt subliniate, atât fidelitatea geometrică cât și imaginea tridimensională a tensiunii, iar dezavantajele:

distrugerea modelului pentru obținerea datelor, necesitatea realizării de modele separate pentru fiecare încărcare, limitează utilizarea frecventă a metodei.

Metoda utilizează o proprietate specifică a modelelor din material plastic: când acestea sunt supuse încărcărilor la temperaturi înalte specifice și încărcările sunt menținute, în timp ce temperatura scade treptat până la 20°C (temperatura camerei), tensiunile rămân și după îndepărtarea încărcărilor. Această procedură de blocare a tensiunilor poartă numele de înghețare a tensiunii, „stress freezing”. Pentru a determina tensiunile tri-dimensionale modelul trebuie secționat în felii subțiri. Fiecare secțiune este analizată separat, analiza tuturor secțiunilor permițând construcția imaginii tridimensionale a tensiunii.

**Analiza fotoelastică quasi- tri-dimensională.** Această metodă a apărut din dorința de a minimaliza dezavantajele tehnicilor de fotoelasticitate prezentate anterior. Este folosit un model cu fidelitate geometrică arbitrară, putându-i-se aplica un complex multiplu de forțe pentru o varietate largă a protezelor amovibile plasate pe model. Pentru observarea și înregistrarea tensiunilor, nu este necesară distrugerea modelului. Multe investigații raportează că tehnica fotoelastică prezice (anticipează) răspunsul biologic.

## 8.2. Noțiuni teoretice privind fotoelasticimetria

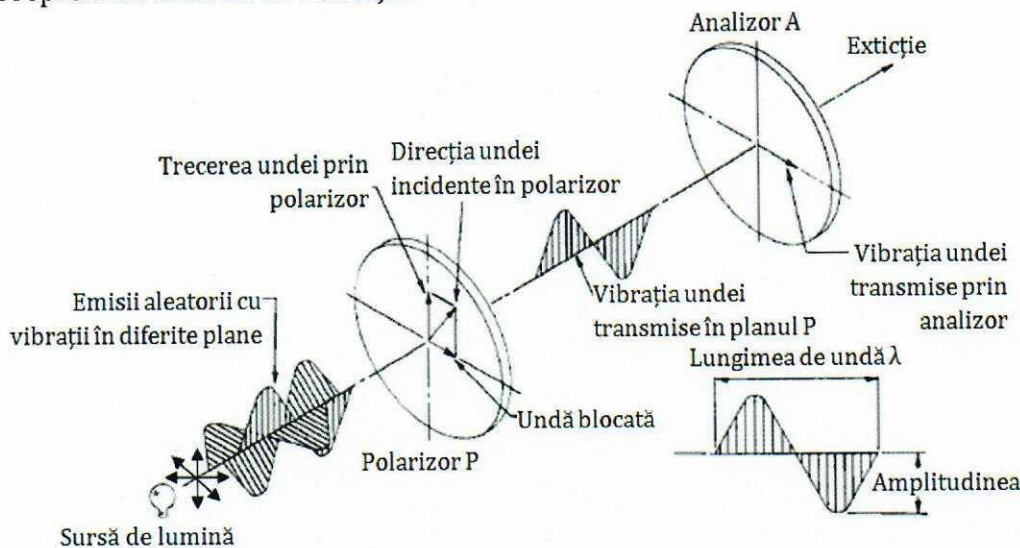
Lumina, sau radiația luminoasă, reprezintă vibrații electromagnetice similare undelor radio. O sursă incandescentă emite energie radiantă care se propagă în toate direcțiile și conține întreg spectru de vibrații pentru diferite frecvențe sau lungimi de undă. O porțiune din acest spectru, lungimile de undă cu valori cuprinse între 400 și 800 nm, este utilizat în limitele percepției umane. Vibrația asociată cu lumina este perpendiculară cu direcția de propagare. Sursa luminoasă emite un tren de unde ce conține vibrații în toate planurile perpendiculare. Totuși, prin introducerea filtrului de polarizare (P) numai o componentă a acestei vibrații va fi transmisă (axa paralelă cu axa de referință a filtrului). Aceasta este **lumina polarizată**, sau plan polarizat deoarece vibrația este conținută într-un singur plan. Dacă un alt filtru de polarizare A este plasat în direcția sa, extincția completă a fascicolului poate fi obținută când axele celor 2 filtre sunt perpendiculare una pe cealaltă, *figura 8.1*. Lumina propagată în vacuum sau în aer are viteza  $C = 3 \times 10^8$  m/s. În corpurile transparente viteza  $V$  este inferioară, raportul  $C/V$  numindu-se indice de refracție. În corpurile omogene acest indice este constant, oricare ar fi direcția de propagare a planului sau a vibrației. În cristale acest indice depinde de orientarea vibrației cu respectarea axei de incidență. Alte materiale, cum ar fi plasticul, se comportă ca un material izotrop nesolicitat dar devine optic anizotrop sub acțiunea tensiunilor. Modificarea indicelui de refracție este în funcție de tensiunea principală.

Când fascicolul polarizat este propagat prin materialul plastic transparent de grosime  $t$ , ( $X$  și  $Y$  sunt direcțiile tensiunii principale în punctual luat în considerare), vectorul luminos se divide în 2 fascicule polarizate propagate în planele  $X$  și  $Y$ , *figura 8.2*. Dacă deformația specifică de-a lungul planurilor  $X$  și  $Y$  este  $\varepsilon_x$  și  $\varepsilon_y$ , viteza vibrației luminoase în aceste direcții

este  $V_x$  și  $V_y$  și timpul necesar traversării fiecărui plan va fi  $t$ , atunci întârzierea dintre cele 2 fascicule va fi:

$$\delta = C(t/V_x - t/V_y) = t(n_x - n_y)$$

unde,  $n$  reprezintă indicele de refracție.



**Fig. 8.1.** Polarizarea luminii

Legea lui Brewster stabilește că modificarea relativă a indicelui de refracție este proporțională cu diferența deformațiilor specifice principale, sau

$$(n_x - n_y) = K(\epsilon_x - \epsilon_y)$$

Constanta  $K$  este denumită coeficient optic al deformației și caracterizează proprietatea fizică a materialului. Aceasta este o constantă adimensională, utilizată în calibrarea polarizorului. Combinând cele 2 formule, se obține:

$$\delta = tK(\epsilon_x - \epsilon_y), \text{ în transmisie}$$

$$\delta = 2tK(\epsilon_x - \epsilon_y), \text{ în reflexie (lumina trece prin materialul plastic de 2 ori).}$$

Relația fundamentală utilizată în tehnica măsurării deformației utilizând fotoelasticimetria (materialul plastic ce acoperă obiectul de studiat) este:

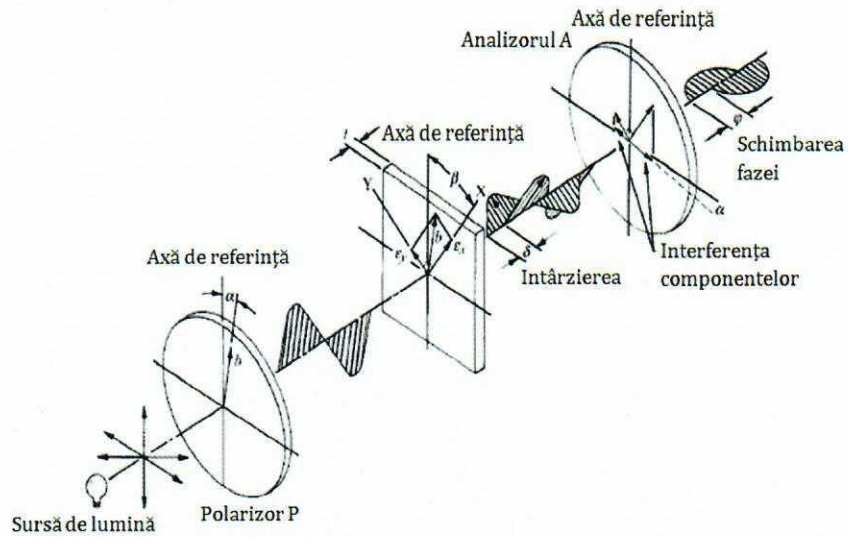
$$(\epsilon_x - \epsilon_y) = \delta / 2Tk$$

Datorită întârzierii relative  $\delta$ , cele 2 unde traversează diferit materialul plastic. Analizorul  $A$  va transmite numai o componentă a fiecărei unde (cea paralelă cu  $A$ ), (figura 8.2). Aceste unde vor interfera și rezultanta intensității luminoase va fi direct proporțională cu:

- întârzierea  $\delta$ ;
- unghiul dintre analizor și direcția deformației principale ( $\beta - \alpha$ ).

În cazul polariscopului plan, intensitatea luminii emergente este:

$$I = b^2 \sin^2 2(\beta - \alpha) \sin^2 \pi \delta / \lambda$$



**Fig. 8.2.** Polariscopul plan

Intensitatea luminoasă devine zero când  $\beta - \alpha = 0$ , sau când traversarea polarizorului sau a analizorului este paralelă cu direcția tensiunii principale. Intensitatea luminii emergente devine:

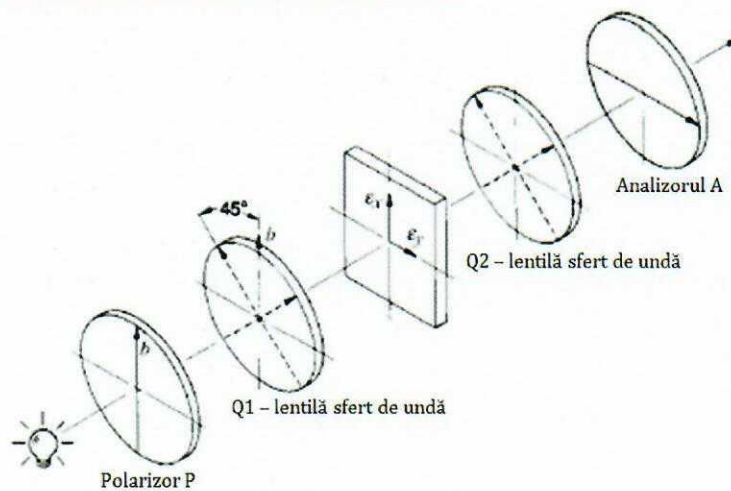
$$I = b^2 \sin^2 \pi \delta / \lambda$$

În cazul polariscopului circular, *figura 8.3*, intensitatea luminoasă devine zero când  $\delta = 0$ ,  $\delta = 1$ ,  $\delta = 2$ , sau, în general,  $\delta = N \lambda$ , unde,  $N = 1, 2, 3, \dots$

Acest număr  $N$  se numește ordin de franjă și exprimă mărimea întârzierii  $\delta$ .

Lungimea de undă selectată este:  $\lambda = 22.7 \times 10^{-6}$  in sau 575 nm.

Întârzierea, sau semnalul fotoelastic, este descris de  $N$ .



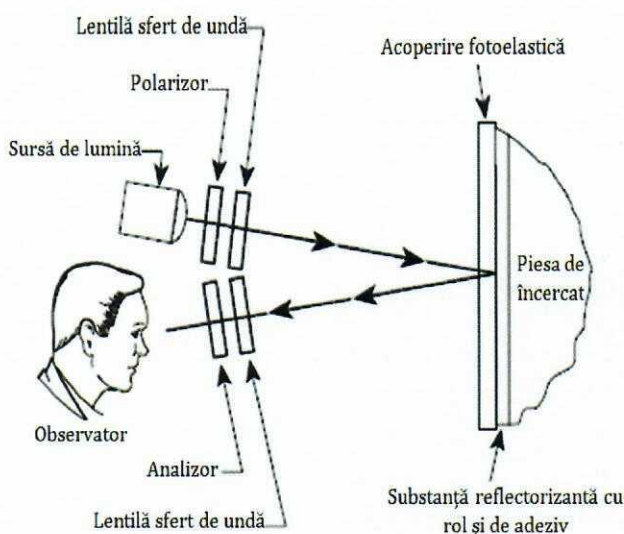
**Fig.8.3.** Polariscopul circular

### 8.3. Aparatura și materialele utilizate

#### 8.3.1 Polariscopul de reflexie

În scopul analizei distribuției tensiunilor prin intermediul luminii polarizate se utilizează un polariscop de reflexie, *figura 8.4* (schema polariscopului) și *figura 8.5*

(polariscopul de reflexie LF/Z-2) cu rol de a observa și măsura deformațiile de suprafață ce apar în materialul fotoelastic ce acoperă obiectul de studiat supus acțiunii forțelor.



**Fig. 8.4.** Reprezentarea schematică a polariscopului **Fig. 8.5.** Polariscopul de reflexie LF/Z-2

### 8.3.2 Materiale de acoperire

Selecția materialelor de acoperire și aplicarea lor corectă sunt esențiale pentru analiza tensiunii prin fotoelasticimetrie. Sunt disponibile o multitudine de materiale în formă de foi subțiri, sau în stare lichidă pentru aplicații pe materiale metalice, plastic, rășini, cauciuc și multe altele. Materialul fotosensibil se realizează în condițiile impuse de producător, urmărind cu exactitate cantitățile de activator și bază pentru a obține o rășină, care, în anumite condiții de temperatură și timp, îi va permite acoperirea obiectului de studiat.



**Fig. 8.6.** Materiale fotoelastice

### 8.3.3 Analiza franjelor fotoelastice

Fotoelasticimetria permite obținerea următoarelor tipuri de analiză și măsurători:

- interpretarea domeniului complet a tiparelor franjelor luminoase, permițând evaluarea generală a mărimilor și variațiilor deformațiilor și tensiunilor;

- determinări cantitative:

- direcțiile principale ale tensiunilor și deformațiilor în toate punctele de interes de pe suprafața materialului fotoelastic ce acoperă obiectul de studiat;
- mărimea și semnul tensiunii tangențiale în repaus (fără a aplica forțe) și în toate regiunile unde starea de tensiuni este unidirecțională;
- în cazul stării de tensiuni biaxiale, mărimea și semnul diferitelor deformări și tensiuni în punctele selectate de pe suprafața materialului fotoelastic ce acoperă obiectul de studiat.

#### *8.3.4. Interpretarea domeniului complet*

În afară de capacitatea de a obține cu acuratețe măsurarea deformațiilor în punctele de testare, fotoelasticimetria prezintă și avantajul recunoașterii imediate a mărimii deformației nominale, gradientii deformației și întreaga distribuție a deformației, incluzând identificarea zonelor supra și sub-tensionate. Acest avantaj extrem de valoros al fotoelasticimetriei descris, ca și interpretarea domeniului complet, este unic între metodele de analiză a tensiunilor. Succesul aplicației depinde numai de recunoașterea ordinului de franje coloristic și înțelegerea relației dintre ordinul franjei și mărimea tensiunii.

Deoarece materialul fotoelastic este intim și uniform adaptat pe suprafața obiectului de studiat, tensiunile aplicate într-o anumită zonă se transmit cu mare fidelitate în materialul transparent. Deformațiile în materialul fotoelastic produc efecte optice care apar ca franje izocromate observate cu reflexia polariscopului.

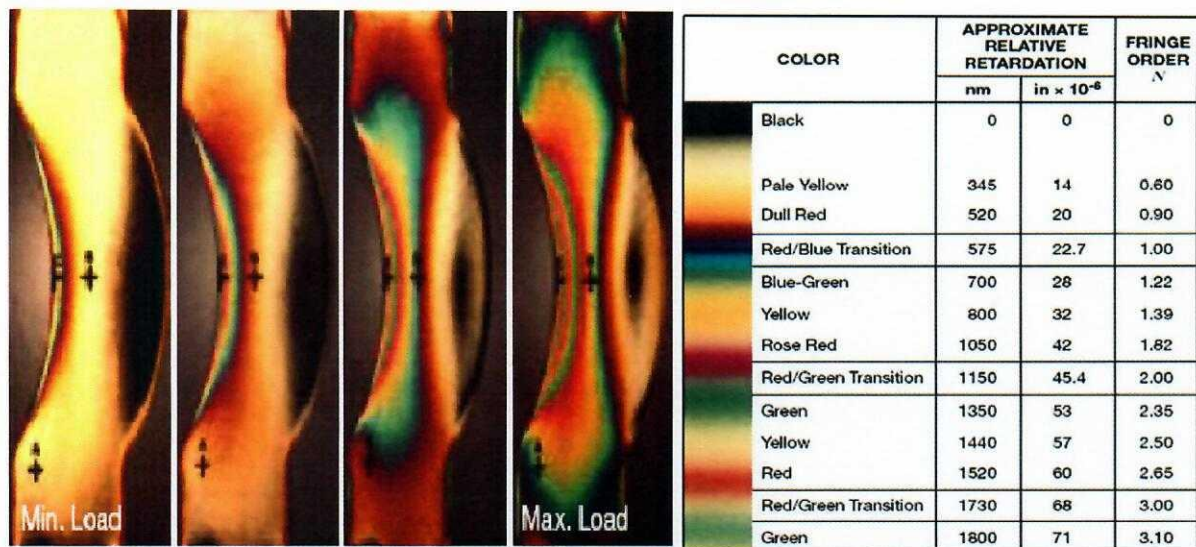
Tiparul franjelor obținute prin polariscop conține multiple informații pentru modificarea formei obiectului supus acțiunii forțelor, în scopul realizării pieselor cu greutate minimă și funcționalitate adecvată.

#### *8.3.5. Generarea franjelor*

Prin intermediul polariscopului, franjele apar ca o serie succesivă și continuă de diferite benzi colorate (izocromate), fiecare bandă reprezentând diferite grade de birefrință corespunzătoare, ce stau la baza deformației în zona testată. Astfel, culoarea fiecăreia identifică birefrința, sau ordinul de franjă (și nivelul deformației), oriunde de-a lungul benzii. Pe baza înțelegerii secvențelor constante de apariție a benzilor coloristice, tiparul de franje fotoelastice poate fi descris ca o vizualizare topografică a hărții distribuției tensiunii de-a lungul suprafeței materialului fotoelastic.

Inițial, fără a aplica forțe obiectului de studiat acoperit cu material fotoelastic, franjele coloristice vor apărea în punctele cu deformații mari. Sub acțiunea forței de acțiune cu amplitudine crescătoare vor apărea franje noi, indicând noi zone de deformații. Franjele pot fi notate în ordinea apariției (prima, a doua, a treia...) și vor menține ordinea în întregime în timpul secvenței de încărcare. Nu sunt numai franje ordonate, dar sunt și comandate (sunt continui nu se intersectează sau fuzionează cu altele, menținându-și întotdeauna pozițiile respective în secvența de ordine).



**Tab. 8.1.** Caracteristicile franjelor izocromate

**Fig. 8.7.** Creșterea succesivă a intensității forței și urmărirea franjelor

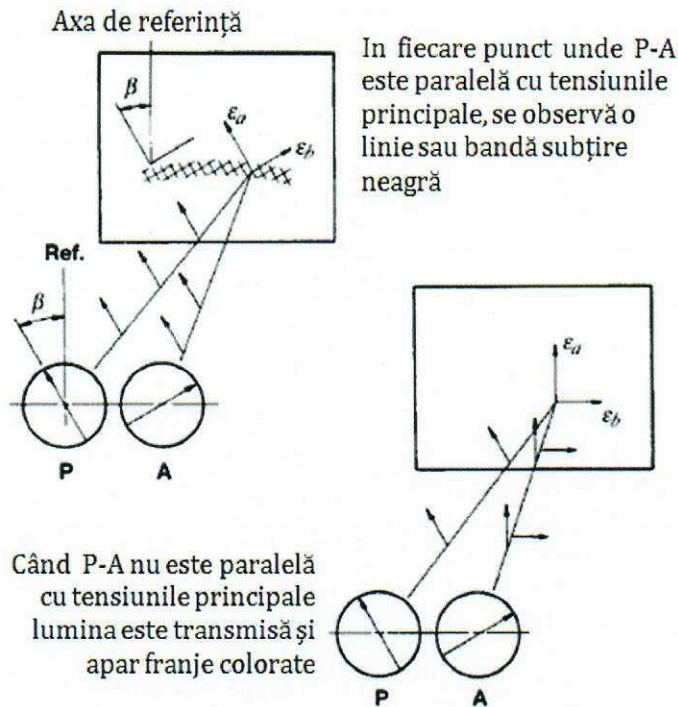
### 8.3.6. Identificarea franjelor

Lumina albă, utilizată pentru interpretarea domeniului complet a tiparelor franjelor în testarea fotoelastică, este alcătuită din toate lungimile de undă ale spectrului vizual. Astfel, întârzierea care determină extincția unei lungimi de undă (color), în general nu le exclude pe celelalte. Cu creșterea birefringenței, fiecare culoare din spectru dispare în acord cu lungimea sa de undă (începe cu violet, unda cu cea mai mică lungime), moment în care observatorul poate decela culoarea complementară. Secvența culorilor complementare este prezentată în tabelul 8.1, incluzând pentru fiecare culoare întârzierea relativă și ordinul numeric de franjă.

### 8.3.7. Măsurarea direcțiilor deformației principale

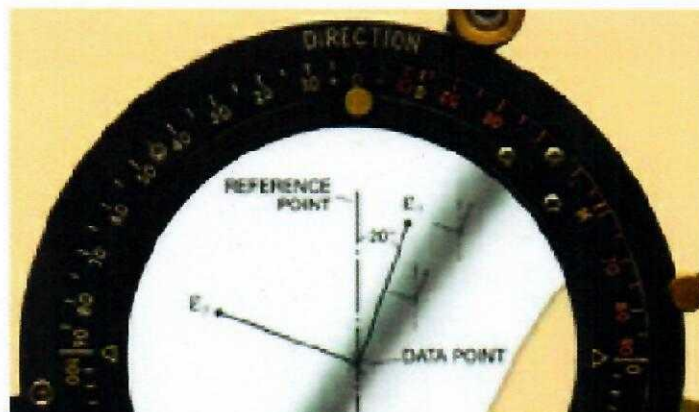
Direcțiile principale ale deformației sunt întotdeauna măsurate după un plan de referință, sau axă. Inițial se va selecta un plan de referință avantajos. De cele mai multe ori direcția de referință este imediat sugerată ca o axă de simetrie a structurii; în alte cazuri, o linie verticală sau orizontală este suficientă.

Când planul fascicolului de lumină polarizată traversează materialul fotoelastic supus parțial tensiunii, acesta este divizat în unde care se propagă cu viteze diferite de-a lungul direcției principale de deformație. După traversarea materialului fotoelastic, aceste 2 unde se vor uni, dar nu se vor recombina într-o singură vibrație paralelă cu cea inițială. Uneori, în punctele unde direcția tensiunii principale este paralelă cu axa filtrului de polarizare, fascicolul nu va fi afectat și vibrația emergentă va fi paralelă cu vibrația de intrare. Filtrul analizorului A, cu axa perpendiculară pe filtrul polarizorului P, va reproduce extincția vibrațiilor în aceste puncte (figura 8.8).



**Fig. 8.8.** Direcția tensiunii principale exprimată prin rotația axelor polarizorului/ analizorului producând extincții complete ale luminii în punctele de test

Se observă, în *figura 8.9*, apariția liniei negre în momentul penetrării reflexiei polariscopului. Aceste linii se numesc linii izoclinice. În fiecare punct de pe linia izoclinică, direcțiile deformațiilor principale sunt paralele cu direcția de polarizare A sau P. Cu respectarea axei de simetrie selectată, măsurarea direcțiilor în diferitele puncte este acompaniată de rotația, atât a analizorului cât și a polarizorului, până când linia izoclinică neagră apare în punctele unde direcțiile au fost măsurate. Dacă liniile izoclinice sunt subțiri, înguste, înseamnă că direcțiile  $\epsilon_x$  și  $\epsilon_y$  variază rapid dintr-o locație în alta. Când liniile izoclinice formează benzi, alcătuite din benzi negre,  $\epsilon_x$  și  $\epsilon_y$  variază încet în această regiune. În scopul identificării direcțiilor principale ale tensiunii, lumina laser este atașată polariscopului de reflexie, proiectându-se pe materialul fotoelastic ce acoperă obiectul de studiat.



**Fig. 8.9.** Direcția tensiunii principale evidențiată prin rotația axelor polarizorului/ analizorului pentru a produce extincția completă a luminii în punctele de test utilizând polariscopul plan

Linia izoclinică este poziționată peste punctele și direcțiile măsurate cu respectarea axei de referință. Utilizând modelul de polariscop LF/Z-2 se alege axa verticală iar direcțiile tensiunii principale sunt citite de pe discul calibrat.

### 8.3.8. Determinarea amplitudinii tensiunilor și deformațiilor

Ordinul de franjă observată la nivelul materialului fotoelastic este proporțional cu diferența dintre deformația principală în interiorul materialului (și la suprafață în porțiunea testată). Această relație liniară este exprimată astfel:

$$\varepsilon_x - \varepsilon_y = Nf \quad (8.1)$$

unde,  $\varepsilon_x - \varepsilon_y$  = diferența între deformațiile principale;

$N$  = ordinul de franjă;

$f$  = valoarea franjei corespunzătoare materialului fotoelastic;

Ecuatia nr. 8.1 poate fi scrisă și sub următoarea formă:

$$\gamma_{xy} = Nf \quad (8.2)$$

unde,  $\gamma_{xy}$  = lunecarea specifică maximă.

Semnificația acestor ecuații constă în faptul că, diferența în deformația principală, sau deformația specifică maximă în suprafață poate fi obținută prin simpla recunoaștere a ordinului de franjă.

Inginerii și proiectanții lucrează adeseori cu noțiunea de tensiuni (tensiune), mai frecvent decât deformații. Astfel ecuațiile (8.1) și (8.2) pot fi transformate introducând legea lui Hooke pentru starea de tensiuni biaxială în materialele izotropice, astfel:

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_x - \nu\varepsilon_y) \quad (8.3)$$

$$\sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_y - \nu\varepsilon_x) \quad (8.4)$$

$$\sigma_x - \sigma_y = \frac{E}{1+\nu} (\varepsilon_x - \varepsilon_y)^* \quad (8.5)$$

$$\sigma_x - \sigma_y = \frac{E}{1+\nu} Nf \quad (8.6)$$

unde:  $\sigma_x - \sigma_y$  = tensiunile principale;

$E$  = modulul de elasticitate al materialului de analizat;

$\nu$  = coeficientul Poisson al materialului de analizat.

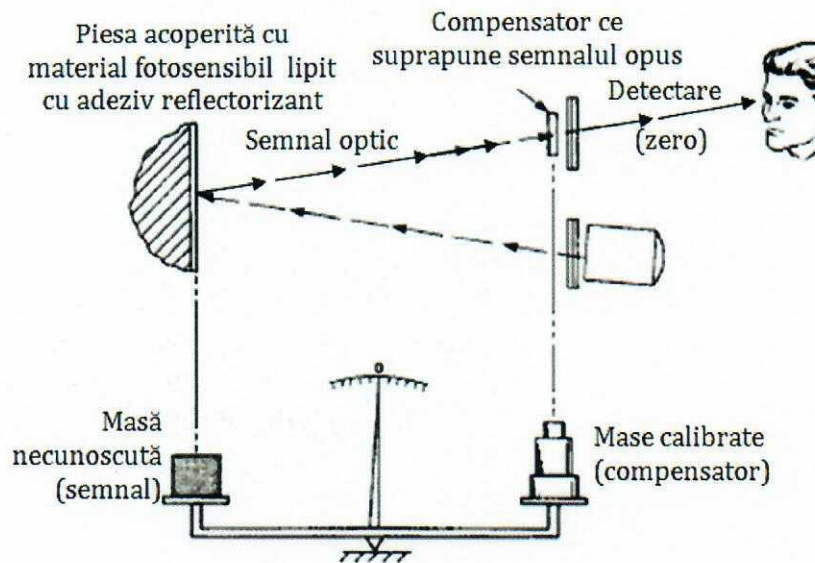
Deformația specifică maximă  $\tau_{MAX}$ , în planul suprafeței fiecărui punct este  $(\sigma_x - \sigma_y)/2$ ,

$$\tau_{max} = \frac{E}{2(1+\nu)} Nf \quad (8.7)$$

## 8.3.9. Măsurarea în puncte

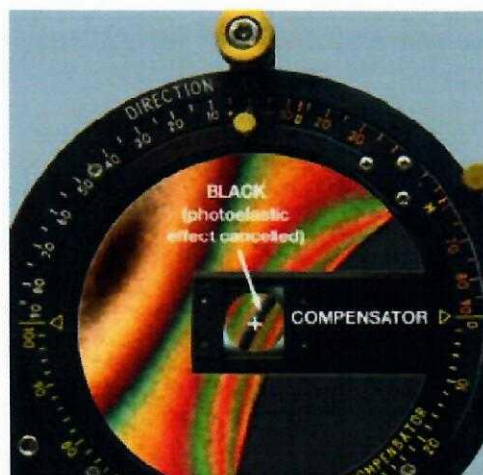
În general, punctul de interes de pe suprafață se găsește între franje, fiind astfel necesară depistarea "ordinului fracțional", sau fracția franjei. Tehnica utilizată se numește compensare și poate fi folosită în cazul Compensatorului PhotoTensiune Plus Model 832 "BALANS ZERO".

Compensarea "balans zero" operează introducând în modelul de lumină a polariscopului birefringente variabile calibrate, de semn opus cu cel indus în materialul fotoelastic supus solicitării, *figura 8.10*.



**Fig. 8.10.** Compensarea balans zero

Când birefringența variabilă calibrată de semn opus este ajustată cu precizie, marcând magnitudinea birefringenței tensiunii induse, birefringența în modelul de lumină va fi nulă. Acest aspect este relevant de franja de culoare neagră (*figura 8.11*).



**Fig.8.11.** Franja colorată inițial este redată în negru prin compensarea zero a variației compensatorului

Birefrința indusă de tensiuni (sau semnal optic) este reprezentată de panoul din partea stângă a compensatorului care se rotește invers acelor de ceasornic, din centru spre stânga. La modelul Compensatorului electronic 832 și PSCalc computerizat (figura 8.12) măsurarea și calcularea valorilor tensiunilor și deformațiilor se realizează mult mai rapid.

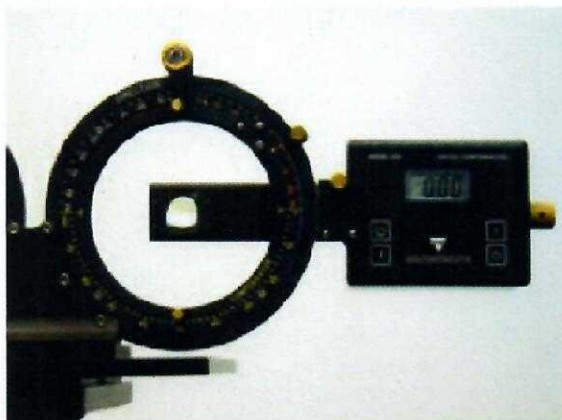


Fig.8.12. Compensator Modelul 832

Din punctul de măsurare, inițial fără încărcare, citirea ( $R_0$ ) este indicată de compensator. Cea de a doua citire ( $R_{LOAD}$ ) se efectuează după aplicarea forței. După citirea cu balans zero (franja de culoare neagră) informațiile numerice sunt transferate electronic computerului prin intermediul programului configurat al modelului PhotoTensiune 832 PSCalc. Computerul va afișa calculul tensiunilor și deformațiilor în punctele stabilite.

Înainte de înregistrare sunt introduse în calculator date referitoare la materialul fotoelastic, constantele fizice ale materialului testat și secvența aplicării forței de solicitare, *a se vedea capitolul următor*.

#### 8.4. Stabilirea direcțiilor principale ale deformațiilor specifice/tensiunilor normale

Procedura pentru determinarea direcțiilor principale este cea indicată de producător:

- Se încarcă structura cu până la 50% din sarcina nominală;
- Se variază poziția lamelei "sfert de undă" a compensatorului (se acționează C); se urmăresc/caută punctele în care apare franja neagră; se marchează punctele de interes din domeniu;
- Se îndepărtează compensatorul (SF) acționând butonul B, se rotește analizorul antiorar, din poziția M în poziția D; se slăbește H, se rotește analizorul până apare franja neagră (extincția) în punctul marcat;
- Se fixează H; se citește în dreptul reperului fix, triunghiular, direcția principală I în raport cu orizontala; se readuce butonul B în poziția M;
- Se repune compensatorul în poziție; se aduce indicația la 000;
- Se acționează reglajul compensatorului până ce se obține franja neagră în punctul marcat. Dacă nu se reușește vizualizarea franjei negre, se rotește analizorul cu  $90^\circ$  și se repetă operația de reglare a compensatorului până se obține extincția (franja neagră);

- Se aprinde dispozitivul emițător de lumina (LASER) și se orientează raza sa roșie prin punctul de analizat; în vecinătatea punctului se trasează direcția acestei raze care corespunde cu direcția principală I (a deformației specifice principale  $\varepsilon_1$ ) pe model;
- Se descarcă modelul, se reglează compensatorul electronic până se obține franja neagră în zona punctului marcat și se citește valoarea  $R_0$  indicată pe ecranul compensatorului; se introduce valoarea  $R_0$  în programul de calcul;
- Se aplică sarcina; se măsoară cu compensatorul ordinul de franjă, în fiecare punct, (la extincție) pentru starea de solicitare, care se introduce în programul de calcul,  $R_{load}$ ;
- Se descarcă structura; se secționează plasticul, cu un disc diamantat, pe direcția principală trasată anterior ( $\varepsilon_1$  sau  $\varepsilon_2$ );
- Se încarcă din nou structura și se caută cu compensatorul valorile ordinului de franjă  $R_0$  (fără sarcină), respectiv  $R_{load}$  (structura solicitată), în momentul apariției franjei negre la nivelul secțiunilor realizate în fiecare punct. Valorile  $R_0$  și  $R_1$  sunt preluate de PSCalc și introduse în procesul de calcul.
- În final, softul (PSCalc) furnizează valorile deformațiilor specifice principale și a tensiunilor normale principale. Orientarea direcțiilor principale se determină în etapa de obținere a franjei negre prin rotirea filtrului analizor. Unghiul citit pe cadranul filtrului analizor corespunde orientării direcției principale în raport cu orizontala convențională.

### 8.5. Descrierea aparaturii și caracterizarea materialului fotoelastic pentru determinarea stării de deformație ( $\varepsilon_1$ - $\varepsilon_2$ ) în vecinătatea creștăturii unei probe compacte din aluminiu

#### 8.5.1. Descrierea aparaturii

Determinările experimentale se vor face pe mașina universală de încercat de tip INSTRON 8808, *figura 8.13a*, la solicitarea de tracțiune excentrică. Pentru a îndeplini condițiile de încărcare statică, viteza de deplasare a bacurilor mașinii se stabilește la valoarea de 0,5 mm/min. Probei i se atașează extensometrul de tip „clip-on-gage” în vederea determinării deschiderii flancurilor fisurii în timpul solicitării, *figura 8.13b*.



a) prinderea probei

b) montarea extensometrului

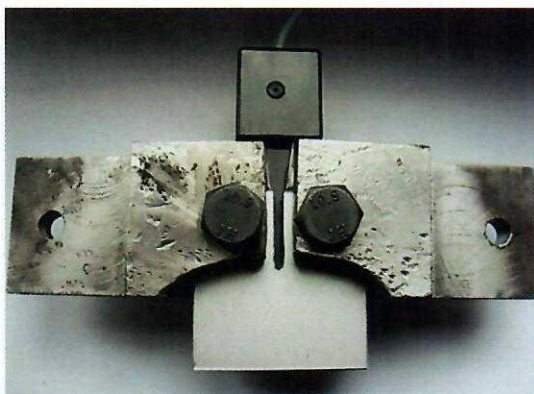
**Fig. 8.13.** Mașina de încercat INSTRON 8808

Se utilizează polariscopul cu reflexie LF/Z-2 cu sursă obișnuită de lumină albă, *figura 8.14*, pentru a observa izoclinele și izocromatele care apar atunci când încercăm proba compactă.



**Fig. 8.14.** Polariscopul cu reflexie LF/Z-2

Se folosește compensatorul 832, *figura 8.12*, pentru a citi ordinul de franjă în puncte preselectate. Compensatorul se bazează pe principiul echivalenței nule. Camera video digitală este folosită pentru a înregistra franjele izocromate în timpul încărcării treptate a probei. Măsurarea deschiderii creștăturii se face cu un extensometru cu lamele, de tip „clip-on-gage”, *figura 8.15*, care evaluează deschiderea creștăturii în mm pe baza calculului variației tensiunii electrice în cele patru mărci montate pe lamelele extensometrului ce sunt montate în punte Wheatstone. Lamelele se montează pe fața frontală a probei prin intermediul unor piese intermediare, așa cum a fost descris în lucrarea 4, *figura 4.4*.



**Fig. 8.15.** Extensometru „clip on gage”

### 8.5.2. Caracterizarea materialului fotoelastic

Placa din material fotoelastic PS-1B este de grosime 2,125 mm. Această placă a fost lipită pe suprafața probei creștate cu ajutorul a două componente adezive rezistente PC-1. Placa din material fotoelastic PS-1B este foarte sensibilă și prin urmare ne permite să o folosim pe suprafețe deformate elastic precum și pe suprafețe deformate în domeniul elasto-plastic. Adezivul are rol și de strat reflectorizant. Caracteristicile materialului utilizat pentru placa din material fotoelastic PS-1A sunt prezentate în *tabelul 8.2*.

**Tab.8.2.** Caracteristicile materialului fotoelastic

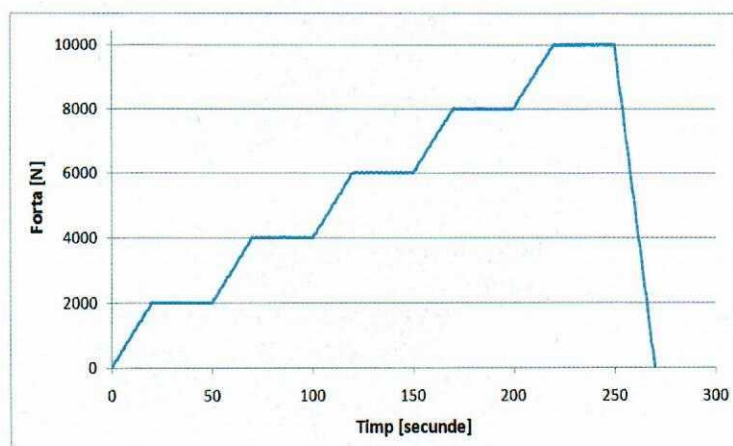
Placa PS-1B	
Coeficientul optic de deformație $K[-]$	0.150
Modulul de elasticitate $E [MPa]$	206,9
Coeficientul lui Poisson $\mu [-]$	0.42
Alungire $A [%]$	5
Constanta $f$	890

Placa din material fotoelastic aplicată probei cu creștătură, *figura 8.16*, transformă o parte a solicitării și, simultan, rigidizează proba. Ca rezultat, deformările probei sunt mai mici decât dacă nu ar fi fost aplicată placa.

**Fig. 8.16.** Proba cu înveliș fotoelastic PS-1B

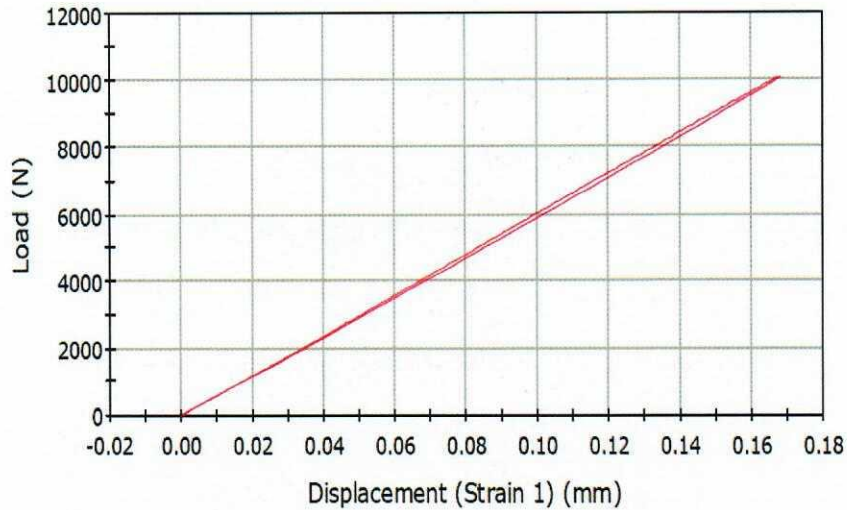
### 8.6. Date preluate de la mașina de încercat INSTRON 8808

Pe mașina de încercat se înregistrează datele referitoare la valoarea încărcării, deplasarea flancurilor creștăturii, timp, etc. Câteva dintre variațiile obținute pe această cale sunt prezentate în *figurile 8.17, 8.18 și 8.19*. Astfel, în *figura 8.17* se prezintă variația forței în timpul încercării. Se face precizarea că, inițial se realizează un program de încercare în trepte, astfel încât, la nivelele de 2 kN, 4 kN, 6 kN, 8 kN și 10 kN, forța a fost constantă pentru 30 de secunde, pentru a se putea fixa compensatorul astfel încât, în punctul considerat să avem, în momentul citirii, zona neagră ce corespunde ordinului zero, inițial al franjei.

**Fig. 8.17.** Variația forței în raport cu timpul

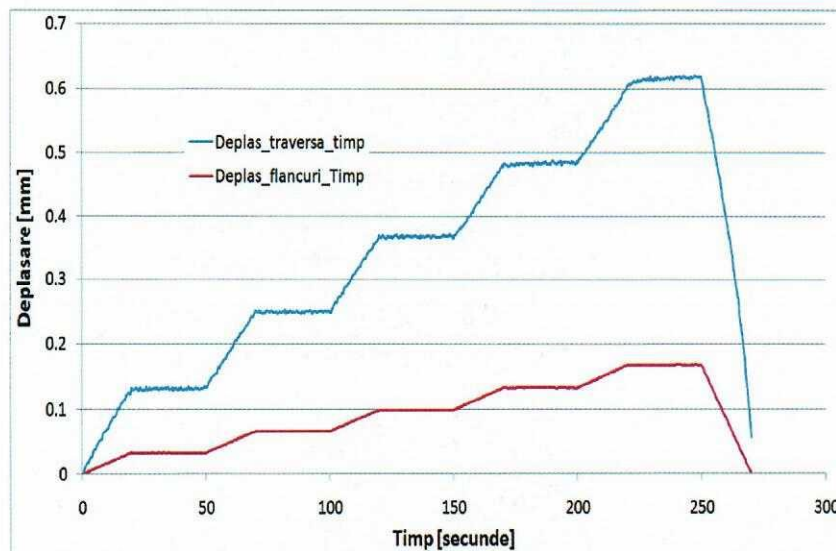


În *figura 8.18* se prezintă variația forței în raport cu deschiderea flancurilor creștăturii, măsurată cu ajutorul extensometrului de tip „clip-on-gage” instalat pe probă, așa cum se poate vedea în *figura 8.15*. Se constată faptul că avem o variație liniară atât la încărcare cât și la descărcarea probei, ceea ce denotă faptul că solicitarea s-a făcut în domeniu elastic și că nu s-a propagat fisura la vârful creștăturii. Valoarea maximă a deplasării flancurilor creștăturii este de 0,17 mm.



**Fig. 8.18.** Variația forței în raport cu deschiderea flancurilor creștăturii

Pentru a se evidenția diferența dintre deplasarea flancurilor fisurii și deplasarea traversei mașinii de încercat, s-au trasat dependențele din *figura 5.7*. Aici se prezintă variația deschiderii flancurilor creștăturii și a deplasării traversei mașinii, în funcție de timp. Se constată faptul că, deplasarea traversei mașinii de încercat este mult mai mare decât cea a flancurilor creștăturii, 0,61 mm în raport cu 0,17 mm.



**Fig. 8.19.** Variația deplasării traversei mașinii și a deschiderii flancurilor creștăturii în funcție de timp

## 8.7. Operațiuni premergătoare încercărilor realizate prin softul PSCalc 3.1

În continuare sunt descrise operațiunile necesare efectuării încercărilor. Pentru determinări s-a utilizat softul PSCalc 3.1, ce gestionează testele privitoare la încercările fotoelastice. Mai întâi, a fost necesară calibrarea compensatorului. Astfel, din cadrul softului PSCalc 3.1, din menu-ul "Option" s-a ales submenu-ul "Use Compensator" care s-a calibrat prin aducerea acestuia la zero și citirea prin soft, și aducerea la valoarea extremă de 4 și, din nou, citirea acestei valori de către soft.



Fig. 8.20. Poziționarea aparaturii pentru vizualizarea corectă

Așa cum se poate constata și din *figura 8.20*, este necesară, mai întâi, vizualizarea imaginii, centrarea acesteia și modificarea unghiului lentilei de polarizare până când raza laser devine (aproximativ) paralelă cu axa uneia din tensiunii principale. Dacă nu se obține imaginea în cadrul ecranului softului PSCalc, trebuie făcute ajustări la "Option"-"Devices"-"Video Devices". Se trece, apoi, prin toate opțiunile din a doua linie a softului PSCalc.

Se trece apoi la menu-ul "Project" unde se stabilește numele testului – "test1". Aici se poate face un test nou sau se poate prelua unul mai vechi. Tot aici se stabilesc numărul de puncte în care se dorește a se efectua măsurarea precum și numărul de trepte de încărcare, *figura 8.21*. În acest caz s-a considerat un singur punct de măsurare cu șase trepte de încărcare a forței: 0 kN, 2 kN, 4 kN, 6 kN, 8 kN și 10 kN.

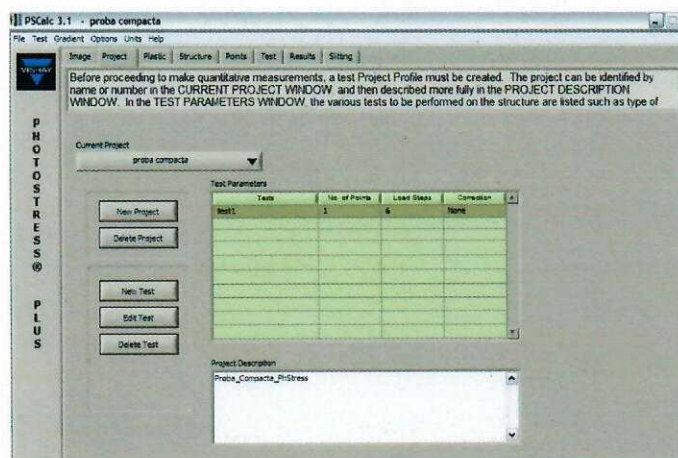


Fig. 8.21. Stabilirea denumirii proiectului, a numărului de puncte de măsurare și a numărului de trepte de încărcare

În continuare se trece la menu-ul "Plastic", figura 8.22, în care sunt precizate caracteristicile materialului fotoelastic: tipul, coeficientul optic, modulul de elasticitate longitudinală, coeficientul lui Poisson și constanta de calibrare. Aceste valori se regăesc pe specificațiile materialului date de către firma furnizoare.

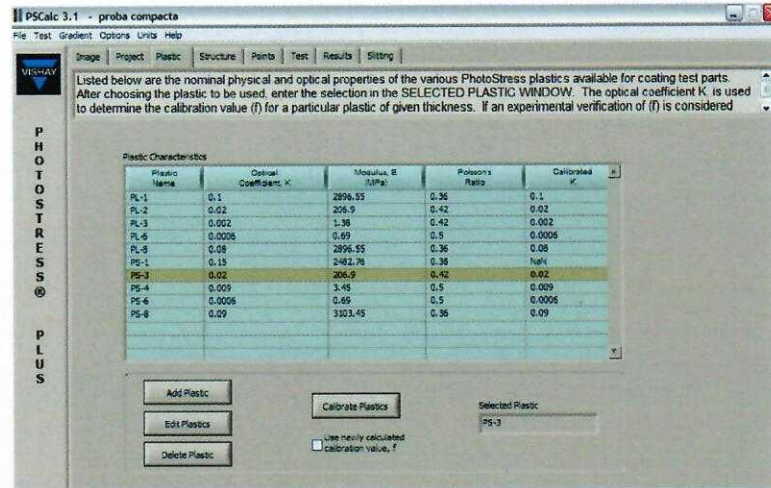


Fig. 8.22. Caracteristicile materialului fotoelastic

Menu-ul "Structure" necesită informații despre materialul de bază, figura 8.23. În acest caz a fost utilizat aluminiu, cu modulul de elasticitate longitudinală  $E=73,1 \cdot 10^3$  MPa și coeficientul lui Poisson  $\nu=0,32$ .

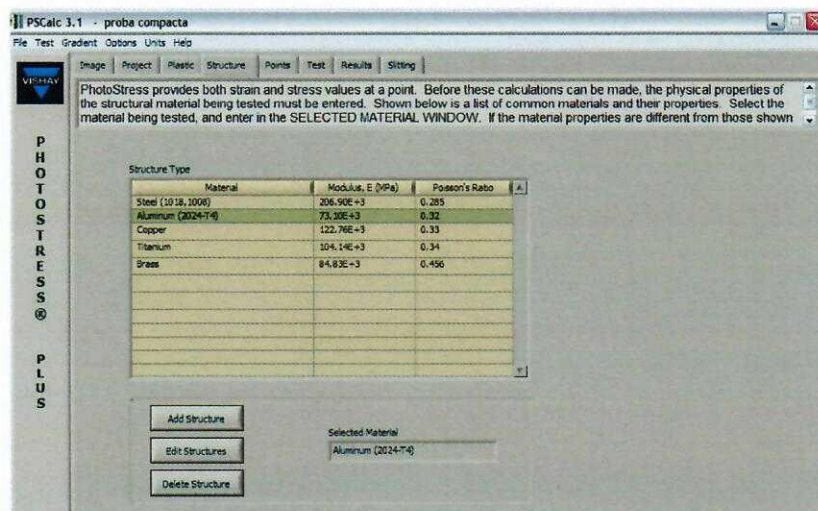
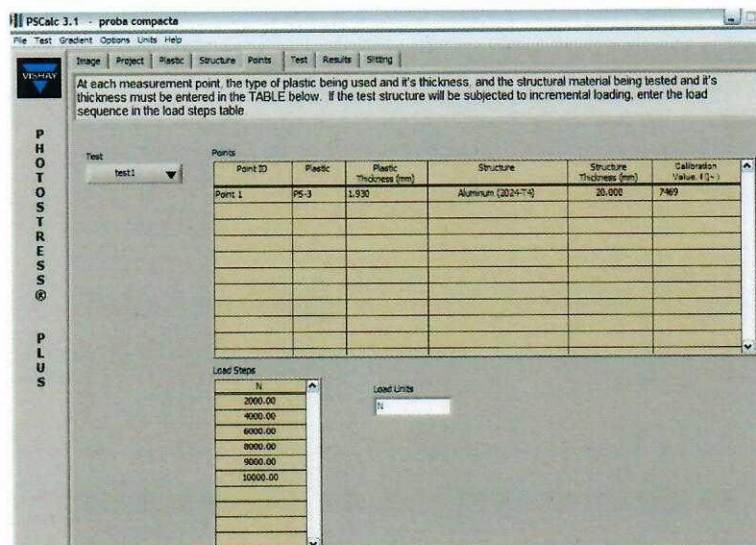


Fig. 8.23. Caracteristicile materialului de încercat

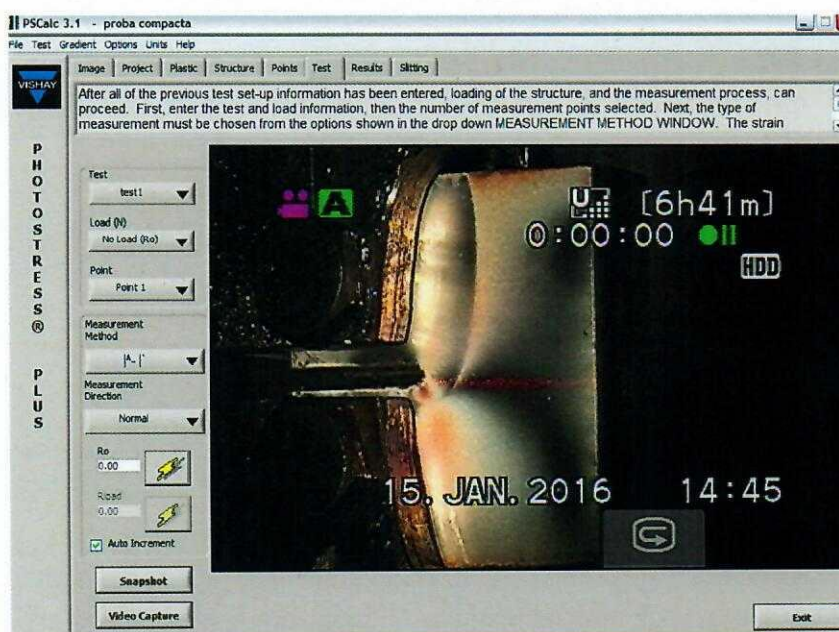
În cadrul menu-ului "Points", figura 8.24, se solicită, pentru fiecare punct în parte (aici avem un singur punct), următoarele caracteristici: grosimea materialului fotosensibil și grosimea materialului de încercat. Valoarea coeficientului de calibrare este afișată automat, dacă în menu-ul "Plastic" s-au dat caracteristicile cerute. Altfel, dacă se utilizează un material fotosensibil confecționat din componente, valoarea coeficientului de calibrare se stabilește pe baza calibrării acestui material printr-o procedură utilizând o grindă încastrată la un capăt cu

posibilitatea de mișcare a capătului liber cu ajutorul unui micrometru. Această grindă va avea lipită pe ea materialul fotoelastic confecționat. Se utilizează, pentru calibrarea plasticului, butonul "Calibrate Plastic" din *figura 8.22*. Tot aici, *figura 8.24*, se stabilesc și valorile forțelor la care se vor face încercările în trepte.



**Fig. 8.24.** Grosimile stratului fotosensibil, a materialului de încercat precum și valorile forțelor

În continuare se trece în menu-ul "Test", *figura 8.25*, în care se poate vizualiza imaginea inițială, pentru proba neîncărcată, cu o zonă neagră în vecinătatea vârfului creștăturii iar valoarea arătată de compensator trebuie să fie zero. Se solicitată proba, pentru fiecare palier de forță modificându-se valoarea citită de către compensator până când, în punctul de citire luat în considerare (vârful creștăturii), apare din nou zona neagră. În acest fel se obțin franjele izocline vizibile pentru diferite valori ale forței de solicitare.



**Fig. 8.25.** Meniu-ul „Test”, cu proba nesolicitată.

### 8.8. Izocromate obținute pe proba compactă

Dacă modelul este examinat în lumina albă, la solicitarea probei apar benzi sau zone colorate cu aceeași culoare, motiv pentru care aceste benzi poartă numele de **izocromate**. Izocromatele corespund punctelor din probă în care diferența tensiunilor principale (sau a deformațiilor principale)  $\sigma_1 - \sigma_2 = ct$ . Prin urmare, **izocromatele mai pot fi definite ca locul geometric al punctelor în care diferența tensiunilor principale este constantă**. Deoarece tensiunea tangențială maximă dintr-un punct, în cazul stării plane de solicitare, este egală cu jumătate din diferența tensiunilor principale normale din acel punct, **izocromatele mai pot fi interpretate ca locul geometric al punctelor în care tensiunea tangențială maximă este constantă**. Într-un polariscop cu lumina polarizată circular se pot obține izocromatele atât în câmp întunecat cât și în câmp luminat. Izocromatele obținute în câmp întunecat corespund unui număr par al multiplului  $k$  (ordin de bandă), pe când cele obținute în câmp luminat corespund la jumătăți ale ordinului de bandă. Pentru determinarea stării de tensiune din probă este suficientă vizualizarea uneia dintre aceste familii de izocromate. De multe ori se folosesc ambele familii de izocromate pentru a spori precizia determinărilor fotoelastice.

*Figura 8.26* prezintă liniile izocromate obținute în timpul încărcării treptate ale probei compacte examinate, cu forța de la 0 la 10 kN.

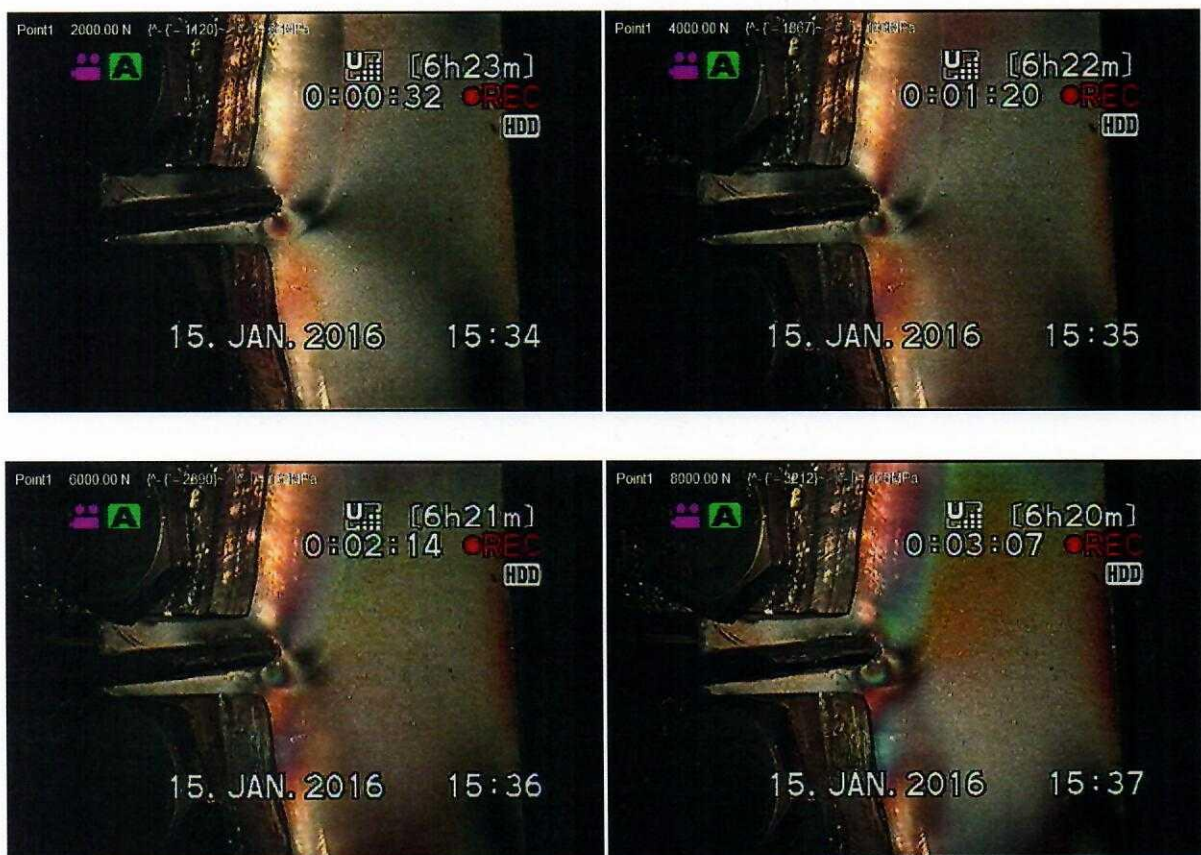





Fig. 8.26. Izocromatele obținute la diferite valori ale forței.

### 8.9. Determinarea tensiunilor și a deformațiilor la vârful creștăturii probei compacte

Pentru fiecare valoare a solicitării, se apasă butonul  din meniul „Test” prin care programul preia în mod automat citirea de la compensator. Așa cum s-a menționat, pentru determinarea diferenței dintre tensiunile principale se utilizează relația:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{E}{1 + \nu} f N$$

unde E este modulul lui Young al materialului din care este confecționată proba;

- $\nu$  este coeficientul lui Poisson al probei;
- f este constanta plăcii din material fotoelastic.

În aceste condiții, în meniul „Results” se prezintă variația deformațiilor ( $\epsilon_1 - \epsilon_2$ ) și a tensiunilor ( $\sigma_1 - \sigma_2$ ) în raport cu valoarea forțelor de solicitare, figura 8.27. Se constată faptul că valoarea maximă a diferenței tensiunilor principale este:  $(\sigma_1 - \sigma_2)_{\text{Max}} = 194$  MPa obținută pe proba din aluminiu la o forță de încărcare de 10 kN.

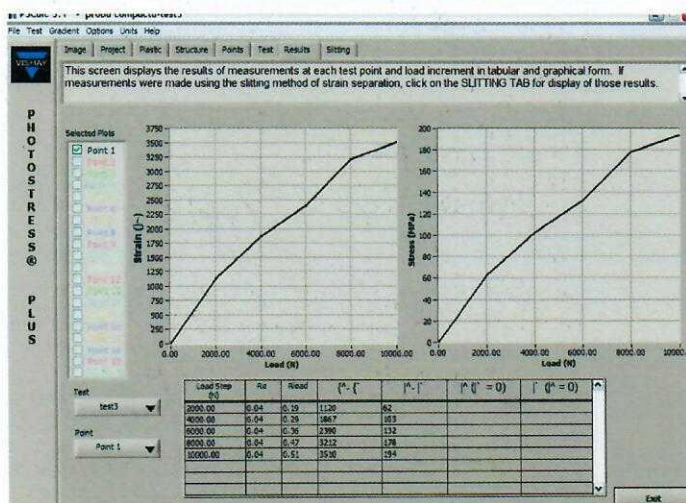


Fig. 8.27. Variația deformațiilor ( $\epsilon_1 - \epsilon_2$ ) și a tensiunilor ( $\sigma_1 - \sigma_2$ ) în raport cu valoarea forțelor de solicitare

Se precizează faptul că, dimensiunile secțiunii din dreptul creștăturii sunt:  $(20 \cdot 35) \text{ mm}^2$ . În consecință, dacă s-ar lua în considerare sollicitarea de tracțiune + încovoiere, fără a se ține seama de prezența creștăturii, tensiunea ar fi:

$$\sigma_{Max} = \frac{F}{A} + \frac{Mi}{W_z} = \frac{10000}{20 \cdot 35} + \frac{10000 \cdot 32,5}{\frac{20 \cdot 35^2}{6}} = 93,87 \text{ MPa}$$

Se constată că valoarea tensiunii este dublă în față cu cea calculată (194 MPa în raport cu 94 MPa). Acest lucru se întâmplă datorită existenței creștăturii și a concentratorului la vârful acesteia ce face ca valoarea tensiunii să fie mai mare.

## BIBLIOGRAFIE

- [1] V. Goanță, "Mecanica Ruperii", Ed. Tehnopress, Iași, ISBN 973-702-299-8, 2006.
- [2] P. Frankovský, K. Masláková, Principle and applications of PhotoStress method. In: Mechanics. Scientific researches and methodical development, roč. 6, s. 162-168, 2012.
- [3] G.R. Irwin, Discussion of "The Dynamic Stress Distribution Surrounding a Running Crack - A Photoelastic Analysis", Proceedings of the Society for Experimental Stress Analysis, Vol. 16, No. 1, pp. 93-96, 1958.
- [4] A.S. Kobayashi, Handbook on Experimental Mechanics. Seattle: Society for Experimental Mechanics, 1020 s, 1993.
- [5] A.D. Nurse, E.A. Patterson, A Photoelastic Technique to Predict the Direction of Edge Crack extension using Blunt Cracks, International Journal of Mechanical Science, 32, 253-264, 1990.
- [6] \*\*\*, Tech Note-702 Introduction to Stress Analysis by the PhotoStress Method, Raleigh, Measurements Group, 1996.
- [7] P.R. Lewis, Environmental stress cracking of polycarbonate catheter connectors. Engineering Failure Analysis, 16:1816e24, 2009.
- [8] H.A. Hristov, A.F. Yee, D.W. Gidley, Fatigue craze initiation in polycarbonate: study by transmission electron microscopy. Polymer, 35(17):3604e11, 1994.
- [9] B. Wang, H. Lu, G. Tan, W. Chen, Strength of damaged polycarbonate after fatigue. Theoretical and Applied Fracture Mechanics, 39(2):163e9, 2003.
- [10] N. Haddaoui, A. Chudnovsky, A. Moet, Ductile fatigue crack propagation in polycarbonate. Polymer, 27:1377e84, 1986.
- [11] L. Pruitt, D. Rondinone, The effect of specimen thickness and stress ratio on the fatigue behavior of polycarbonate. Polymer Engineering and Science, 36(9):1300e5, 1996.
- [12] C.J. Christopher, M.N. James, E.A. Patterson, K.F. Tee, Towards a new model of crack tip stress fields. International Journal of Fracture, 148:361e71, 2007.
- [13] M.N. Pacey, E.A. Patterson, M.N. James, A new photoelastic model for studying fatigue crack closure. Experimental Mechanics, 45(1):42e52, 2005.
- [14] M.N. James, C.J. Christopher, Y. Lu, E.A. Patterson, The plastic 'inclusion' as a mesoscale bridge between local crack tip mechanisms and the global elastic field. submitted to International Journal of Fatigue, 2011.

- [15] H.R. Tada, P.C. Paris, G.R. Irwin, The stress analysis of cracks handbook. New York:ASM International, p. 62, 2000.
- [16] J.E. Srawley, B. Gross, Stress intensity factors for bend and compact specimens. *Engineering Fracture Mechanics*, 4:587e9, 1972.
- [17] L. Pruitt, S. Suresh, Cyclic stress fields ahead of tension fatigue cracks in amorphous polymers. *Polymer*, 35(15):3221e9, 1994.
- [18] Q.Z. Fang, T.J. Wang, H.M. Li, Overload-induced retardation of fatigue crack growth in polycarbonate. *International Journal of Fatigue*, 30:1419e29, 2008.



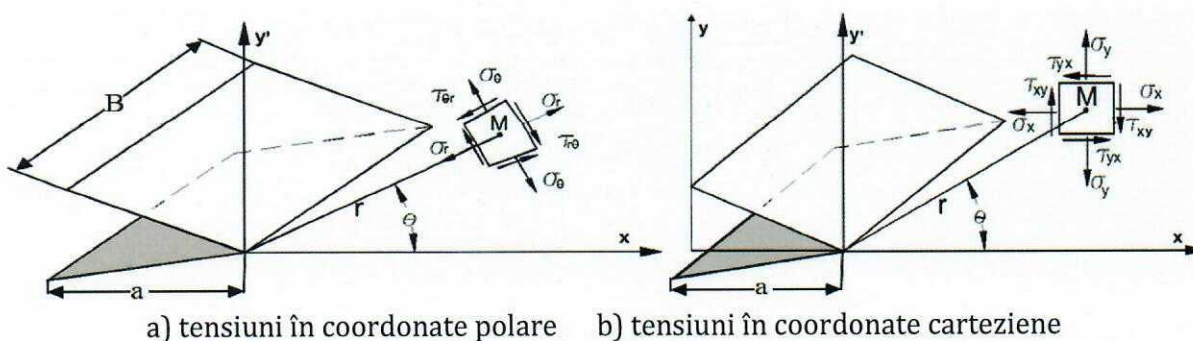
## MECANICA RUPERII - LABORATOR 9

### DETERMINAREA PARAMETRILOR DE MECANICA RUPERII PRIN SIMULARE PE BAZA METODEI DE ANALIZĂ CU ELEMENTE FINITE

- 9.1. Definiția factorului de intensitate a tensiunii
- 9.2. Expresii pentru factorul de intensitate a tensiunii
- 9.3. Moduri fundamentale de rupere
- 9.4. Introducere în analiza cu elemente finite pentru Mecanica ruperii
- 9.5. Modul de lucru
- 9.6. Butonul „Front”
- 9.7. Câmpul „Region”
- 9.8. Butonul „Specified”
- 9.9. Butonul „Output”
- 9.10. Efectuarea analizei fisurării și vizualizarea rezultatelor
- 9.11. Rezultate obținute

#### 9.1. Definiția factorului de intensitate a tensiunii

Pentru a defini factorul de intensitate a tensiunii este necesar să considerăm o placă de grosime unitară, confecționată dintr-un material ideal-elastic în care există o fisură străpunsă de semi-lungime  $a$ , *figura 9.1a*. Dimensiunile plăcii sunt cu mult mai mari decât dimensiunile fisurii. Placa este supusă unei stări de tensiuni monoaxiale, distribuția tensiunilor în placă fiind astfel încât la o anumită depărtare de fisură tensiunile principale sunt perpendiculare și respectiv paralele cu axa mare a elipsei.



**Fig. 9.1.** Câmpul de tensiuni din imediata vecinătate a unei fisuri

Starea de tensiuni din imediata vecinătate a unei fisuri este dată de relațiile:

Intr-o placă de grosime infinit mică avem o stare plană de tensiuni – tensiunea normală pe placă fiind egală cu zero. Pentru o placă groasă se obține o stare plană de deformății – deformarea pe grosimea plăcii fiind egală cu zero.

Fisura se consideră a fi plană cu extremitățile ascuțite. Fie un element de arie în jurul punctului M aflat la distanța  $r$  de vârful fisurii și sub unghiul  $\theta$  în raport cu planul acesteia, figura 9.1b.

$$\begin{cases} \sigma_x = \frac{\sigma\sqrt{\pi a}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[ 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right] \\ \sigma_y = \frac{\sigma\sqrt{\pi a}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[ 1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right] \\ \tau_{xy} = \frac{\sigma\sqrt{\pi a}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \end{cases} \quad (9.1)$$

cu  $\sigma_z=0$  pentru starea plană de tensiuni sau  $\sigma_z=v(\sigma_x+\sigma_y)$  pentru starea plană de deformații.

Tensiunile  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  și  $\sigma_z$  sunt proporționale cu tensiunea aplicată  $\sigma$ , variază cu rădăcina pătrată a mărimii fisurii și tind spre  $\infty$  când  $r$  tinde spre zero.

Din relațiile de mai sus se observă că tensiunile la vârful unei fisuri se calculează ca produsul dintre factorul geometric  $\frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cdot f(\theta)$ , care depinde de poziția elementului în care se

calculează tensiunile și factorul  $\sigma \cdot \sqrt{\pi a}$ . Acest ultim factor, ce reprezintă o măsură a creșterii tensiunii datorită prezenței unei fisuri în raport cu tensiunea existentă în placă în absența fisurii, a fost denumit *factor de intensitate a tensiunii* și s-a notat cu  $K$  ( $K_1 = \sigma\sqrt{\pi a}$ ). Indicele  $I$  este utilizat pentru a preciza că suntem în *modul I* de solicitare. Factorul de intensitate a tensiunii se măsoară în  $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ .

Factorul de intensitate a tensiunii depinde de modul de solicitare, de geometria piesei și a defectului, de orientarea sa în raport cu tensiunile aplicate, elemente care sunt înglobate în coeficientul  $Y$  din expresia generală:

$$K = Y \cdot \sigma\sqrt{\pi a} \quad (9.2)$$

Factorul de intensitate al tensiunii se determină, teoretic, pe baza teoriei elasticității, cele mai întâlnite metode fiind:

- metoda transformărilor conforme;
- metoda transformărilor integrale;
- metoda alternantă;
- metoda aproximațiilor asimptotice;
- metoda elementelor finite.

## 9.2. Expresii pentru factorul de intensitate al tensiunii

### a) Placa infinită

Factorul de intensitate al tensiunii într-o placă infinită de grosime constantă solicitată monoaxial se calculează cu relația:

$$K = \sigma\sqrt{\pi a} \quad (9.3)$$

Pentru o lățime  $W$  a plăcii, factorul de intensitate a tensiunii se calculează cu expresia:

$$K_I = \sigma \sqrt{W \operatorname{tg} \left( \frac{\pi a}{W} \right)} \quad (9.4)$$

relație valabilă și pentru o fisură marginală de lungime  $a$ , activă pe toata grosimea plăcii. Când solicitarea este biaxială, după două direcții perpendiculare, iar fisura are o orientare oarecare:

$$K_I = \sqrt{\frac{\pi a}{2} [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - (\sigma_1^2 - \sigma_2^2) \cos 2\beta]} \quad (9.5)$$

unde  $\beta$  este unghiul dintre direcția tensiunii principale  $\sigma_1$  și direcția de propagare a fisurii.

Pentru o placă infinită solicitată monoaxial, în care fisura de lungime  $2b$  pătrunde pe o grosime  $a$  în placă, figura 9.2, iar  $\varphi$  este unghiul dintre raza vectoroare  $r$  și semiaxa mare  $b$ , în planul fisurii eliptice, factorul de intensitate a tensiunii se va determina cu expresia:

$$K_I = \frac{\sigma}{\Phi} \sqrt{\frac{\pi a}{2b} [a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi]^{\frac{1}{2}}} \quad (9.6)$$

în care:

$$\Phi = \int_0^{\pi/2} \left[ 1 - \frac{b^2 - a^2}{a^2} \sin^2 \theta \right]^{1/2} d\theta \quad (9.7)$$

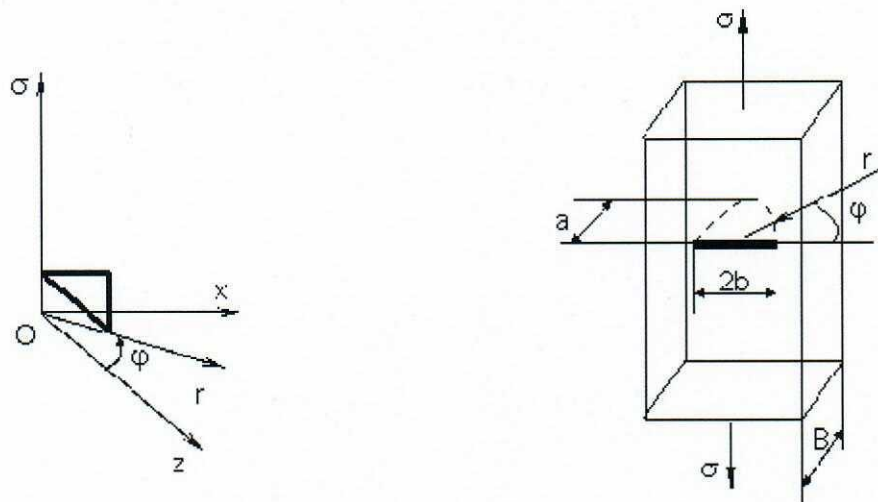


Fig. 9.2. Placă cu fisură centrală

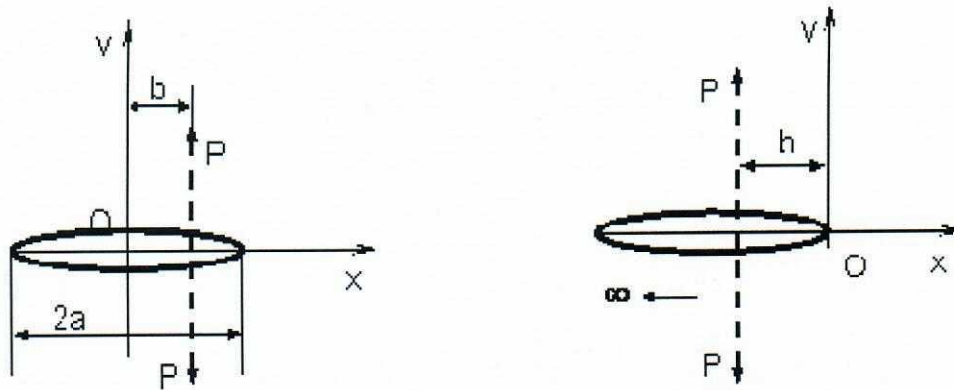
Pentru  $a \ll b$ , rezultă  $\Phi=1$ , iar pentru  $a=b$  se obține  $\Phi=\pi/2$ . Atunci când unghiul  $\varphi = \pi/2$  și  $a \ll b$ , se obține  $K_I = \sigma \sqrt{\pi a}$ , respectiv pentru  $a = b$ ,  $K_I = 2\sigma \frac{a}{\pi}$ .

La placa infinită de grosime  $B$  cu o fisură centrală de lungime  $2a$ , solicitată de două sarcini concentrate opuse,  $P$ , figura 9.3a, factorul  $K_I$  va fi:

$$K_I = \frac{P}{B\sqrt{\pi a}} \sqrt{\frac{a+b}{a-b}} \quad (9.8)$$

Pentru o fisura semi-infinită, figura 9.3b, factorul de intensitate a tensiunii  $K_I$  este calculabil cu relația (9.9):

$$K_I = \frac{P}{B} \sqrt{\frac{2}{\pi b}} \quad (9.9)$$



a) Placă cu fisură de lungime 2a                      b) Placă cu fisură de lungime semi-infinită

**Fig. 9.3.** Placă solicitată de două sarcini concentrate opuse

b) Placa de lățime finită solicitata la întindere mono-axială

Pentru o placă cu fisura centrala cu lățimea  $W \gg 4a$ , factorul de intensitate a tensiunii  $K_I$  se calculează cu relația (9.4) iar dacă raportul  $2a/W \ll 0.6$ , factorul  $K_I$  se determina cu expresia:

$$K_I = Y\sigma\sqrt{a} \tag{9.10}$$

unde:  $Y = 1.77 \left[ 1 - 0.1 \frac{2a}{W} + \left( \frac{2a}{W} \right)^2 \right]$ .

Pentru placa cu două fisuri laterale străpunse pe toată grosimea piesei, de lungimi egale cu  $a$ , factorul  $K_I$  va fi:

$$K_I = \sigma \sqrt{W \left( \operatorname{tg} \left( \frac{\pi a}{W} \right) + 0.1 \sin \frac{2\pi a}{W} \right)} \tag{9.11}$$

Dacă  $2a/W < 0.7$  factorul Y se va calcula cu relația:

$$Y = 1.98 + 0.36 \frac{2a}{W} - 2.12 \left( \frac{2a}{W} \right)^2 + 3.42 \left( \frac{2a}{W} \right)^3 \tag{9.12a}$$

Pentru placa cu o singura fisura laterala valoarea lui Y este:

$$Y = 1.99 - 0.41 \frac{a}{W} + 18.7 \left( \frac{a}{W} \right)^2 - 38.48 \left( \frac{a}{W} \right)^3 + 53.85 \left( \frac{a}{W} \right)^4 \tag{9.12b}$$

c) Factorul K pentru corpuri masive

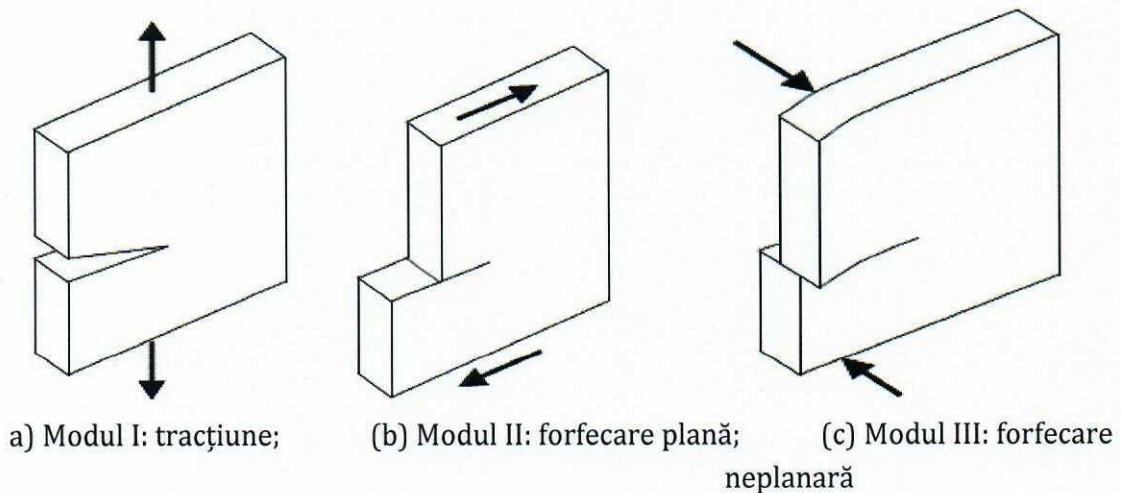
In corpurile masive există fisuri sub forma unui disc de rază r, iar tensiunea  $\sigma$ , normală pe planul defectului, determină factorul de intensitate a tensiunii:

$$K_I = 2\sigma \sqrt{\frac{r}{\pi}} \tag{9.13}$$

relație asemănătoare cu cea din starea plană de tensiune deoarece, în vecinătatea defectului, starea de deformație este plană.

### 9.3. Moduri fundamentale de rupere

În funcție de deplasarea relativă a suprafețelor de rupere situate de o parte și de alta a planului în care se extinde fisura, propagarea acesteia se poate face în modurile indicate în *figura 9.4*. În mod obișnuit se consideră trei moduri fundamentale de propagare a fisurii care, în final, vor conduce la rupere, modul I, modul II și modul III. Celelalte moduri de solicitare se deduc prin combinații liniare ale acestora. *Figura 9.4* prezintă trei moduri diferite de încărcare a unei fisuri. În modul I, *figura 9.4a*, fisura se extinde prin deschidere, ca urmare a deplasării punctelor de pe suprafața fisurii după o direcție perpendiculară pe planul acesteia. Forțele care duc la deschiderea fisurii sunt perpendiculare pe planul format de frontul fisurii și direcția de fisurare. În modul II, *figura 9.4b*, fisura se extinde prin alunecare plană. Deplasările punctelor de pe suprafața fisurii au loc în planul acesteia, perpendicular pe frontul fisurii și în sensul de înaintare al fisurii. Forțele care produc alunecarea sunt paralele cu direcția de fisurare. În modul III, *figura 9.4c*, fisura se extinde prin alunecare laterală. Deplasările punctelor de pe suprafața fisurată au loc în planul fisurii, paralel cu frontul acesteia. Forțele care produc alunecarea sunt perpendiculare pe direcția de înaintare.



**Fig. 9.4.** Moduri fundamentale de rupere


### 9.4. Introducere în analiza cu elemente finite pentru Mecanica ruperii


Defectele din structuri și componente conduc, uneori, la ruperi ce pot avea urmări dezastruoase, chiar dacă nivelul de tensiune într-o structură considerată "perfectă" poate indica o proiectare satisfăcătoare. Studiul inițierii și propagării fisurii este un subiect complicat, care implică diferite noțiuni din fizică, chimie, mecanică etc. Cu înțelegerea acestor probleme de bază privind propagarea fisurilor se ocupă ingineria mecanicii ruperii. De exemplu, inginerii, de obicei, doresc să cunoască condițiile în care o fisură existentă va continua să se propage. În cele ce urmează vom utiliza analiza cu elemente finite pentru determinarea tensiunilor de la vârful unei creștături preexistente în material și pentru a determina și alte caracteristici specifice mecanicii ruperii. În acest sens, vom utiliza modulul de Mecanica ruperii existent în programul Algor de analiză cu elemente finite, versiunea 22.1.

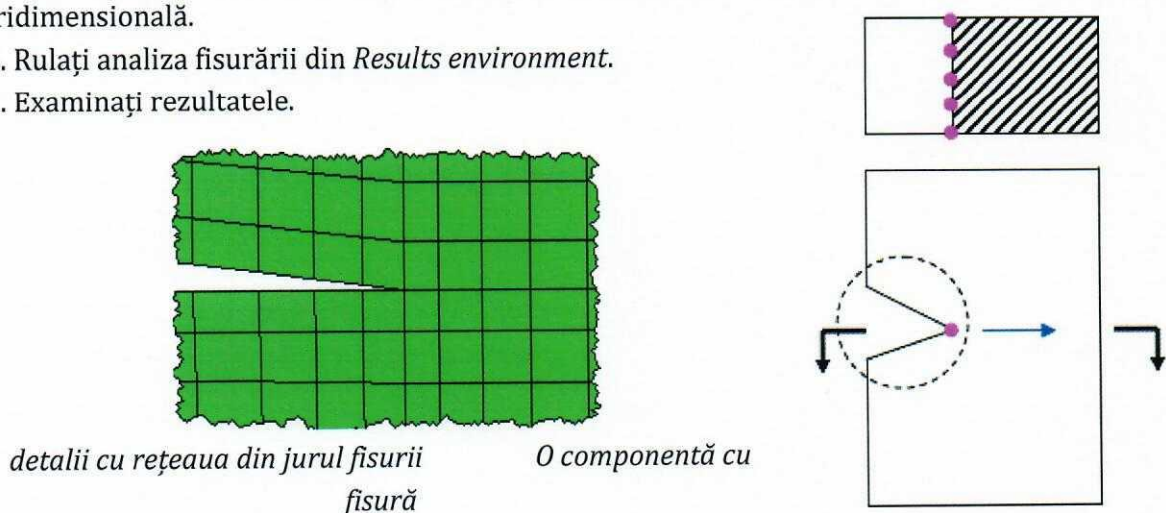
Analiza propagării fisurii în Algor acceptă următoarele caracteristici:

1. modele 2-D și 3-D cu materiale având deformare elastică și elasto-plastică (neliniară). Elementele pot include noduri **midside**.
  2. Tipuri de analize acceptate sunt următoarele:
    - "Analiză statică cu modele liniare de material";
    - "Simularea evenimentului mecanic" (MES);
    - "Analiză statică cu materiale neliniare";
    - "Analiză de risc suprapusă cu MES".
  3. Sarcini termice.
  4. Sarcini dinamice și efecte (deși unele dintre procedurile de calcul se bazează pe teoria cvasi-statică).
  5. Direcția de propagare a fisurii și determinarea factorilor de intensitate a tensiunilor bazată pe modul I de fisurare.
- În plus, implementarea teoriei mecanicii ruperii se bazează pe următoarele:
1. Fisurile nu se propagă în timpul analizei.
  2. Suprafețele fisurii nu au nici un fel de sarcini aplicate pe ele.

### 9.5. Modul de lucru




Analiza fisurării este o funcție de post-procesare, ceea ce înseamnă că se efectuează, mai întâi, analiza tensiunilor iar analiza fisurării se realizează pe rezultatele existente în tabloul de rezultate (Results environment) (post-procesare  Results ). Pașii de bază pentru efectuarea unei analize de fisurare sunt, după cum urmează:

1. Creați o rețea a modelului care include fisura sau defectul. O fisură este o separare între elemente. Vârful fisurii ar trebui să fie un punct ascuțit. A se vedea *figura 9.1* și *figura 9.5*.
2. Efectuați o analiză a tensiunilor în domeniul **elasto-plastic**.
3. Definiți parametrii fisurii sau fisurilor în *Results environment*  folosind vederea tridimensională.
4. Rulați analiza fisurării din *Results environment*.
5. Examinați rezultatele.





**Fig. 9.5.** Modelarea utilizată pentru definirea fisurii

Legendă:

-  fisura modelată în componentă/piesă/probă;
-  Nodurile din frontul fisurii (sau vârful fisurii);
-  Direcția aproximativă de propagare a fisurii.


### Definiția fisurii

Parametrii asociați cu fiecare fisură sunt introduși în mediul de rezultate  Results (*Results environment*) cu ajutorul "Fracture Analysis". Se face click dreapta pe  Fracture Analysis și se alege "New ..." pentru a defini o fisură (sau "Modify ..." pentru a edita o fisură existentă). Aceste acțiuni deschid dialogul "Fracture Crack Definition". Datele de intrare se introduc corespunzător următoarelor indicații:

### 9.6. Butonul „Front”

„Front” este folosit pentru a specifica nodurile care aparțin unei fisuri (frontul fisurii) și direcția aproximativă în care fisura crește, *figura 9.6*.

Fig. 9.6. Menu-ul „Front”

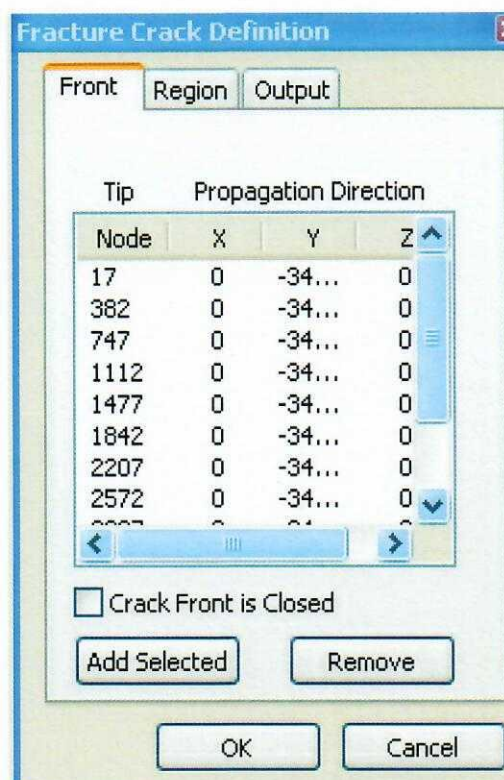
1. Se va utiliza "Selection" din meniul central, respectiv unul din butoanele  pentru a selecta nodurile de la vârful fisurii. Dacă nodurile **midside** sunt incluse în componentă, aceste noduri trebuie fie, de asemenea, selectate. Rețineți că un nod nu poate fi atribuit decât unei fisuri.

2. Se face click pe butonul "Add Selected" pentru a adăuga noduri la listă.

Utilizând coloanele direcției de propagare "X", "Y", și "Z", se va introduce direcția virtuală a propagării fisurilor (care este direcția normală la fisurii). Această direcție afectează rezultatele, în special calculele pentru  $K_I$  și  $K_{II}$ . În general, direcția normală la planul fisurii, direcția tangențială la frontul fisurii și direcția de propagare virtuală a fisurii generează un sistem tri-ortogonal. A se vedea *figura 9.7*.

Dacă direcția de propagare a fisurii este aceeași pentru toate nodurile, se pot introduce coordonatele "X", "Y" și "Z" pentru direcțiile primului rând după care se pot copia acestea și pentru celelalte rânduri astfel: se evidențiază primul rând, se face **click dreapta** și se alege

Copy Direction To Others , *figura 9.8*.



va

să  
dat

Secțiune prin piesă în zona frontului fisurii. Axa  $N$  este perpendiculară pe planul fisurii. Axa  $T$  este tangentă la frontal fisurii, în oricare punct. (Frontul fisurii este desenat în roșu). Axa  $V$  reprezintă direcția de propagare virtuală a fisurii și este perpendiculară atât pe  $N$  cât și pe  $T$ .

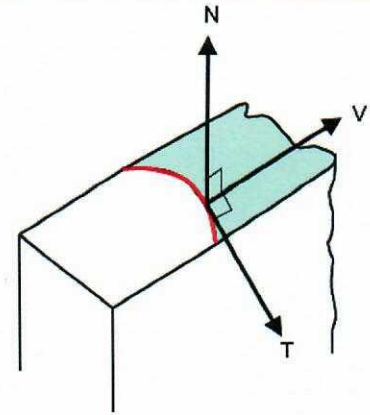


Fig. 9.7. Direcția de propagare virtuală

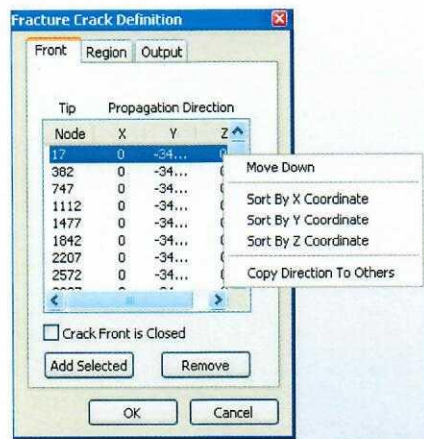


Fig. 9.8. Submenu-ul de introducere a direcției de fisurare

Dacă direcția este aceeași pentru o serie de noduri succesive, dar se schimbă în interiorul grupului, se adaugă primul nod la listă, se introduce direcția acestuia, apoi se adaugă nodurile rămase de la grup la listă. Sensul propagării pentru noile noduri adăugate este setat la fel ca pentru ultimul nod din listă. Se repetă aceeași operațiune pentru următorul grup de noduri. Dacă fisura față nu are început și sfârșit, activați opțiunea "**Crack Front is Closed**". De exemplu, dacă avem o fisură în jurul și în afara unui cilindru care este continuă, această opțiune trebuie să fie activată. O fisură pe întreaga grosime a unei bare, începe pe o față și se termină la cealaltă față, ca urmare această opțiune nu are nevoie să fie activată. Pentru îndepărtarea unui nod din listă în meniul „Front” se evidențiază rândul corespunzător celui nod și se apasă pe butonul "**Remove**".

*Observație:* Nodurile din listă trebuie să fie în aceeași ordine ca cea de la vârful fisurii, de la un capăt al fisurii la celălalt. Dacă un nod nu este dat în ordine, se evidențiază acel rând din listă, se face clic dreapta, și se selectează "**Move Up**" sau "**Move Down**" pentru a muta rândul selectat.

Lista de noduri poate fi, de asemenea, sortată pe baza coordonatelor nodurilor X, Y, sau Z (a nu se confunda cu direcțiile X, Y, Z de propagare a fisurilor prezentate în listă). Dacă numai un singur rând se evidențiază, atunci când faceți clic dreapta, opțiunea "**Sort By - Coordinate**" va sorta întreaga listă pe baza direcției aleasă. Dacă sunt selectate mai multe rânduri, atunci când faceți clic dreapta, opțiunea "**Sort By - Coordinate**" va sorta doar rândurile selectate.



## 9.7. Câmpul "Region"

Analiza fisurării se efectuează doar asupra elementelor din jurul vârful fisurii. Această analiză nu este necesar a fi efectuată pe întregul modelul. De aceea, se utilizează câmpul "Region" pentru a indica ce elemente sunt utilizate în analiză, figura 9.9.

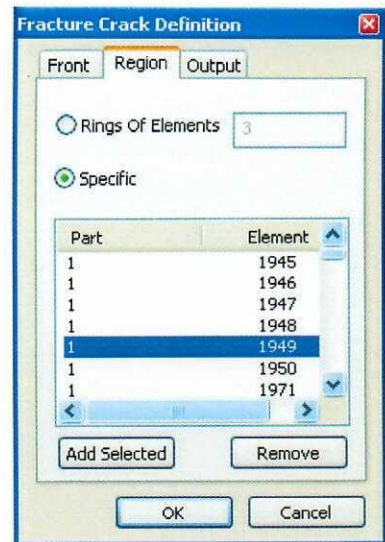
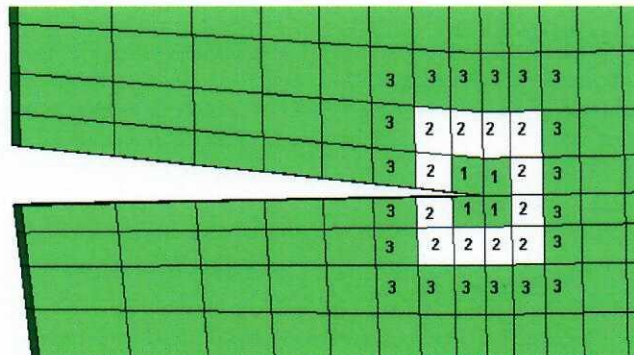


Fig. 9.9. Meniu-ul "Region"

Există două moduri de a indica elementele ce vor fi utilizate:

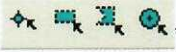
- **"Rings of Elements"**: Când este ales, se utilizează acest câmp pentru a introduce numărul de "inele de elemente" ce vor fi selectate în jurul vârfului fisurii. Când se tastează un număr și se apasă „Enter” (sau se face clic în lista de mai jos cu elemente), elementele care alcătuiesc inelul va înlocui intrările curente în listă. A se vedea figura 9.10. În general, 3 sau 4 inele de elemente sunt suficiente, în funcție de dimensiunea rețelei. (*Scopul este de a alege elementele din jurul vârfului fisurii, cu o tensiune mai mare decât valoarea tensiunii nominale*).



Numerele corespund elementelor ce vor fi selectate atunci când în "Rings of Elements" se alege 1, 2 sau 3. (Trei inele ar include toate elementele marcate cu 1, 2 și 3, ș.a.m.d.)

Fig. 9.10. Exemple pentru "Rings of Elements"

## 9.8. Butonul "Specified"

Când se alege acest buton, elementele selectate sunt adăugate la listă. Se utilizează "Selectare" din meniu (respectiv unul din butoanele ) pentru a selecta elementele din jurul fisurii. Apoi se face clic pe "Add Selected" pentru a adăuga elementele selectate la listă. Evidențierea unui rând din lista meniului "Region", figura 9.9, va pune în evidență elementul corespunzător de pe model, figura 9.11. Se folosește butonul "Remove" pentru a elimina, dacă este cazul, rândurile selectate din listă.

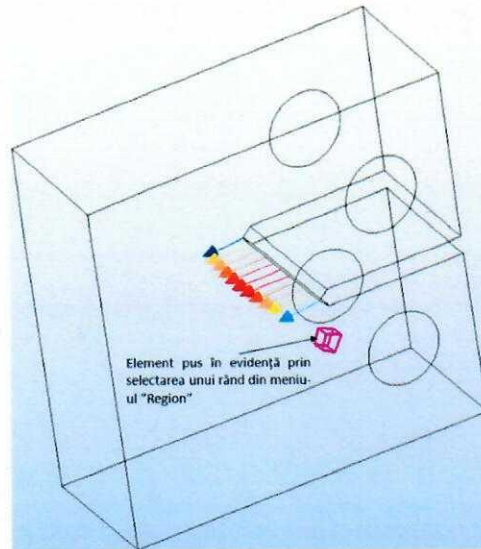


Fig. 9.11. Evidențierea elementului din jurul fisurii

### 9.9. Butonul "Output"

Butonul "Output" controlează ce calcule urmează a se efectua. Alegerile din "Propagation Direction Criterion" controlează care teorie este folosită pentru a calcula direcția propagării fisurii. Aceste criterii prezic unghiuri ușor diferite pentru propagarea fisurii inițiale, dar toate implică faptul că factorul de intensitate a tensiunii în modul II,  $K_{II} = 0$  la vârful fisurii atunci când fisura se extinde. Opțiunile sunt, după cum urmează:

- **"Maximum Tangential Stress"**: acest criteriu mai este denumit criteriul tensiunii tangențiale maxime. Direcția de propagare a fisurii se obține în ipoteza că fisura se va propaga în direcția în care, la vârful fisurii este îndeplinită condiția:  $\frac{\partial \sigma}{\partial \theta} = 0$ . În analiza simulării fisurării, mai ales în calculul numeric, direcția de fisurare se calculează prin:

$$\theta = \frac{1}{\cos\left(\frac{3K_{II}^2 + \sqrt{3K_I^4 + 8K_I^2 K_{II}^2}}{3K_I^2 + 9K_{II}^2}\right)}$$

unde  $\theta < 0$  dacă factorul  $K_{II} > 0$  sau  $\theta > 0$  dacă factorul  $K_{II} < 0$ , iar  $K_I$  și  $K_{II}$  sunt factorii de intensitate ai tensiunii pentru modul I respectiv modul II de fisurare. Unghiul de propagare  $\theta$  respectă planul de fisurare.

- **"Maximum Energy Release"**: Hayashi și Nemat-Nasser (1981) furnizează o serie de direcții ce depind de coeficienții  $c_{ij}$ . La vârful fisurii, factorii de intensitate a tensiunii pentru diferite direcții au expresiile:

$$K_I^k = C_{11}K_I + C_{12}K_{II}$$

$$K_{II}^k = C_{21}K_I + C_{22}K_{II}$$

De asemeni, avem relația valabilă  $G = \frac{[(K_I^k)^2 + (K_{II}^k)^2]}{E}$ . Criteriul energiei relaxate maxime postulează că fisura se propagă în direcția maximizării lui G.

- **"KII = 0"**: Acest criteriu postulează că fisura se va propaga în direcția în care este îndeplinită condiția:  $K_{II}^k=0$ , în ecuațiile:

$$K_I^k = C_{11}K_I + C_{12}K_{II}$$

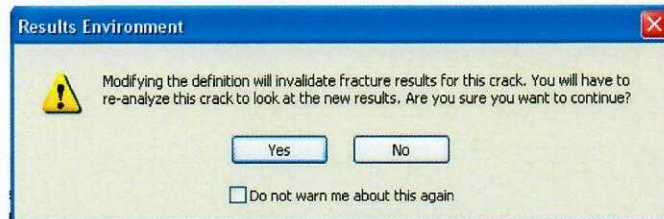
$$K_{II}^k = C_{21}K_I + C_{22}K_{II}$$

*Observație:*

Calcululele privind propagarea fisurilor sunt aplicabile numai pentru modelele elastice într-o încărcare cvasi-statică. Dacă modelul este creat pentru alte situații (plasticitate și analize dinamice), rezultatele se vor abate de la realitate, în funcție de cantitatea de efecte neliniare și dinamice.

Analiza propagării fisurii poate fi efectuată pe anumite cazuri de încărcare sau în anumite etape de timp, în loc de analiza întregului. Pentru acest lucru se introduce primul și ultimul caz de încărcare (load case) sau pas de timp, pentru a fi analizate cu câmpurile **"Start"** și **"End"**. În general, trebuie analizate numai cazurile de încărcare / pașii de timp din jurul tensiunilor cele mai mari.

În cazul în care este deja definită o fisură și se face o rulare obținându-se rezultate, la modificarea oricărui parametru a acesteia apare un dialog atunci când trebuie apăsat pe „OK” pentru confirmarea modificării și pentru a închide "Fracture Crack Definition". Dialogul de confirmare avertizează că rezultatele anterioare vor fi șterse și oferă opțiunea de a continua sau nu. Dialogul de confirmare include, de asemenea, caseta „Do not warn me about this again”. În cazul în care această casetă este activată, rezultatele vor fi șterse automat.



Pentru a activa din nou dialogul de confirmare, se utilizează câmpurile **"Tools: Options: Results"** și se activează opțiunea **"Display warning message when fracture analysis results become invalid due to changes to crack definitions"**.

Datele de intrare sunt salvate între sesiuni. În cazul în care modelul este modificat, atunci numerele introduse anterior pentru noduri și elemente nu mai sunt aplicabile noului model.

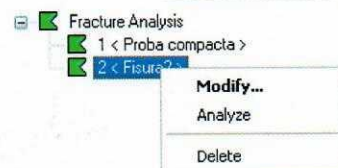
### 9.10. Efectuarea analizei fisurării și vizualizarea rezultatelor

Pentru a analiza toate fisurile definite, faceți clic dreapta "Fracture Analysis" și alegeți **"Analyze All"**.




Pentru a analiza fisuri individuale, selectați fisura respectivă, faceți clic dreapta, și alegeți **"Analyze"**.

Analizând fisurile selectate, nu se vor șterge rezultatele



pentru celelalte fisuri. Rețineți că analiza fisurării pe un model de tip MES poate fi considerabil mai lent decât pe un model static, deoarece analiza fisurării calculează viteza și accelerațiile pentru fiecare pas.

Rezultatele pentru fiecare fisură (analiză) sunt scrise într-un fișier separat, iar apoi toate rezultatele fisurilor sunt combinate împreună. Meniu-ul Results (  Results ) citește rezultatele din fișierul combinat. În cazul în care o fisură este ștersă sau modificată (faceți click-dreapta pe intrarea în afișarea ierarhică, apoi "Delete" or "Modify..."), rezultatele pentru celelalte fisuri trebuie să fie re-combinate. Aceste acțiuni ar putea produce o întârziere vizibilă.

### Vizualizarea rezultatelor

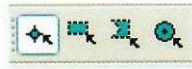
După ce analiza fisurării este finalizată, meniu-ul "Results" va conține următoarele elemente:

- **"Fracture: J Integral"**: Afișarea rezultatelor J Integral (viteza de relaxare a energiei de deformație pentru materialele cu comportament neliniar elastic.) Teoria J-Integral implică faptul că, calculul este adecvat numai pentru încărcarea monotonă a materialelor cu comportament elasto-plastic:
- **"Fracture: Stress Intensity Factor:  $K_I$ ", " $K_{II}$ ", and " $K_{III}$ "**: Afișează factorii de intensitate a tensiunii pentru cele trei moduri de solicitare a fisurii (a se vedea figura 9.4). Compararea factorului de intensitate a tensiunii cu factorul critic de intensitate a tensiunii, respectiv tenacitatea la fisurare (sau rezistența la rupere)  $K_{Ic}$ , va determina dacă fisura se va propaga sau nu.
- **"Fracture: Crack Growth Direction"**: Afișează direcția calculată de propagare a fisurii ca un vector cu lungimea egală cu unitatea.

Toate rezultatele sunt afișate ca vectori la nodurile definite de-a lungul frontului fisurii. Amploarea și culoarea săgeților reprezintă mărimea rezultatului pentru mărimea selectată în "Results", figura 9.12. Direcția săgeții reprezintă direcția propagării fisurii.



Fig. 9.12. Meniu-ul "Results" pentru afișarea rezultatelor

Se selectează un nod din meniul ("Selection: Select: Nodes" - ) și prin click dreapta se solicită rezultatele („Inquire: Results...”), pentru a obține direcția propagarea fisurilor și mărimea propagării. „Componentele” rezultatelor sunt direcția de propagare a

fisurilor, înmulțită cu rezultatul. Astfel, direcția săgeților se va schimba cu 180 de grade, atunci când rezultatul afișat este negativ. Rezultatul în sine nu este un vector și nu are componente, *figura 9.13*.

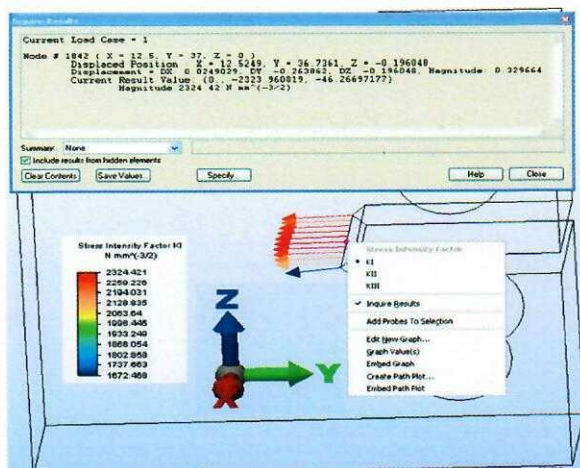


Fig. 9.13. Meniu-ul „Inquire”

Observație:

*Mesaje de eroare în analiza fisurării*

1. *The crack tip node must be listed in order from one end to another. The mid-side node must be included for second-order elements. No nodes along the crack front can be skipped!* (Nodurile de la vârful fisurii trebuie să fie listate în ordine de la un capăt la altul. Nodul de la jumătatea laterală trebuie inclus pentru elementele de ordinul doi. Nici un nou de pe frontul fisurii nu trebuie omis!).

În acest caz nodurile pentru fisura specificată nu au fost introduse în ordine secvențială de-a lungul lungimii fisurii. Dacă apare acest mesaj se vor include nodurile midside (de la jumătatea laterală) în listă. Se va modifica fisura și se va revizui lista de noduri de pe meniul "Front". Se va evidenția fiecare nod din listă pentru a vedea care este nodul selectat în cadrul modelului. (Nodurile sunt mai ușor de văzut pe model dacă se afișează modelul fără umbrire: "**View: Display: Features**" sau "**View: Display: Mesh**"). Primul rând ar trebui să evidențieze un nod la un capăt al fisurii, al doilea rând ar trebui să evidențieze nodul următor, și așa mai departe. Atunci când un nod este considerat a fi în afara ordinii, faceți click dreapta pe rândul evidențiat și selectați "**Move Up**" sau "**Move Down**" pentru a muta poziția nodului în listă.

2. *The Element Type n is not supported for Fracture Analysis!* (Tipul de element n nu este suportat de analiza fisurării!)

Elementele selectate în jurul vârfului fisurii includ tipuri care nu sunt acceptate (cum ar fi plăci). Sunt acceptate numai elemente 2-D și elemente 3-D (brick).

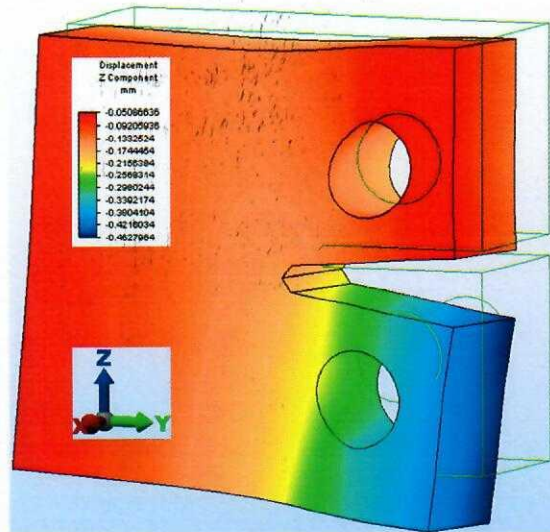
## 9.11. Rezultate obținute

Ca urmare a analizei fisurării unei probe compacte cu grosimea  $B=25$  mm se pot obține următoarele rezultate: Integrala J, factorii de intensitate ai tensiunii pentru cele trei moduri

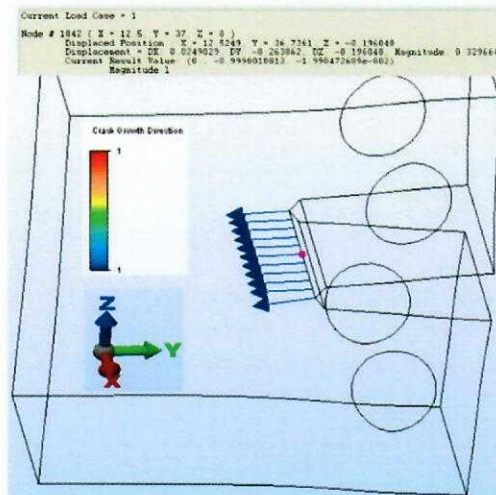
de deformare,  $K_I$ ,  $K_{II}$  și  $K_{III}$ , precum și direcția de propagare a fisurii. Pentru solicitarea în modul I de deformare (rupere), aceste rezultate se prezintă în figurile de mai jos.

### 9.11.1. Modul I de deformare

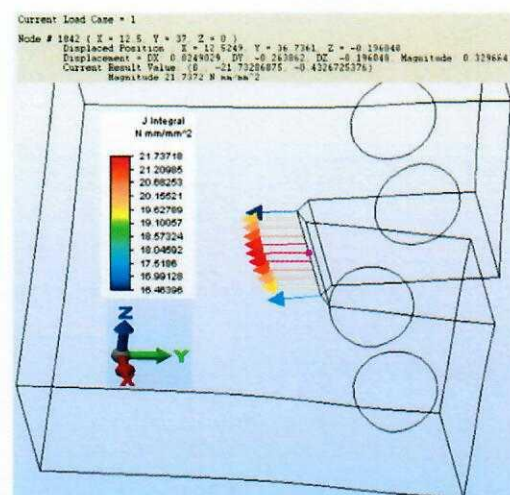
Modul de deformare sub acțiunea sarcinilor de tracțiune



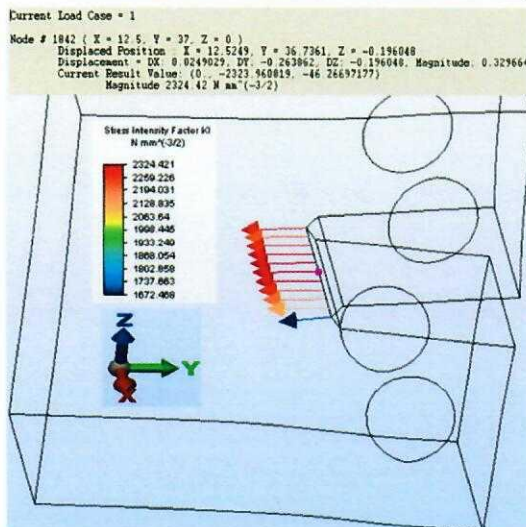
Direcția de propagare a fisurii



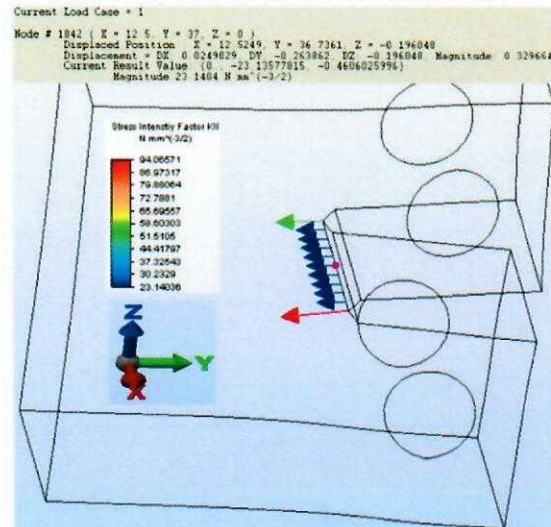
Integrala J



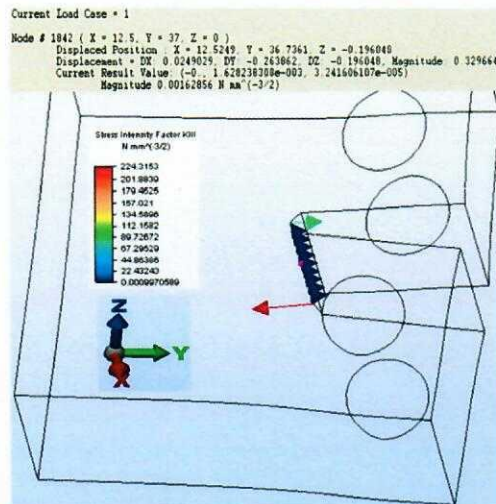
Factorul de intensitate a tensiunii  $K_I$



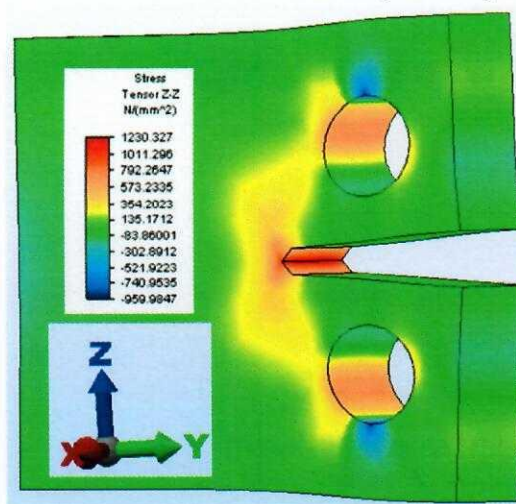
Factorul de intensitate a tensiunii  $K_{II}$



### Factorul de intensitate a tensiunii $K_{III}$

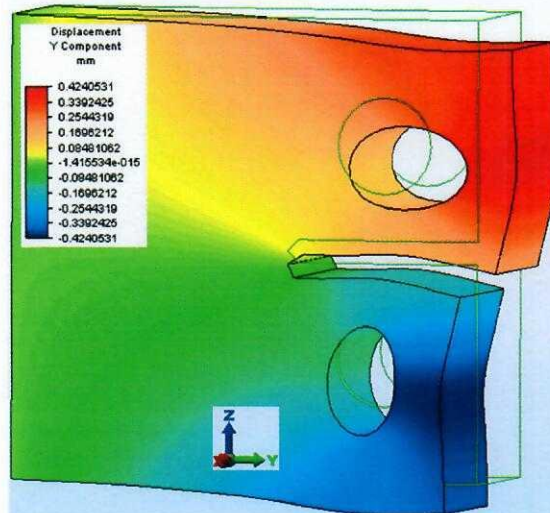


### Tensiunea normală după direcția ZZ

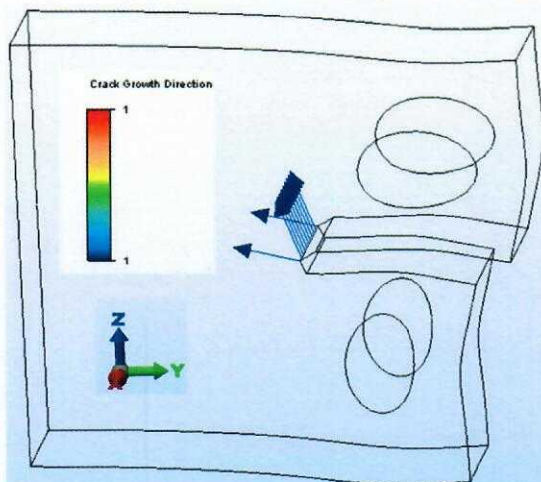


### 9.11.2. Modul II de deformare

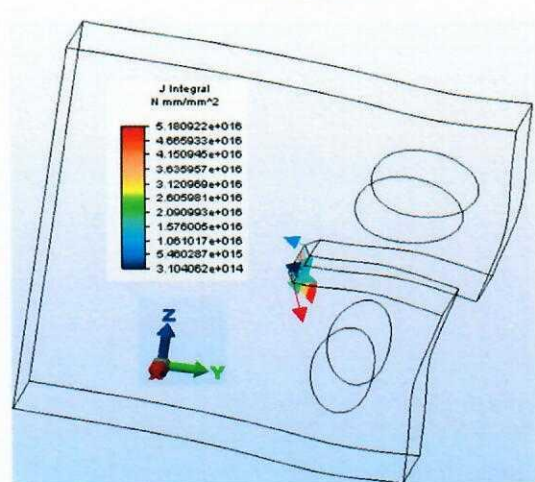
#### Modul de deformare sub acțiunea sarcinilor de forfecare plană



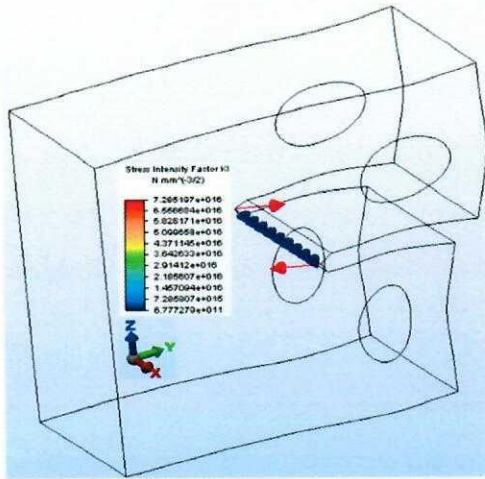
#### Direcția de propagare a fisurii



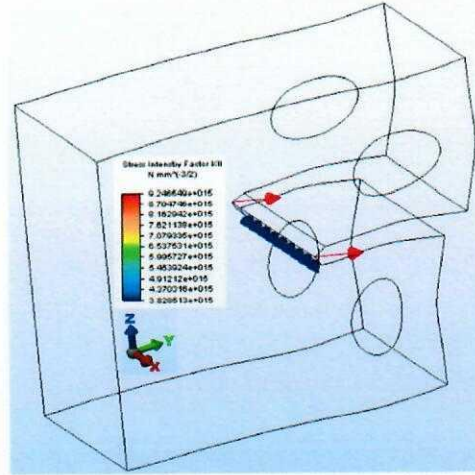
#### Integrala J



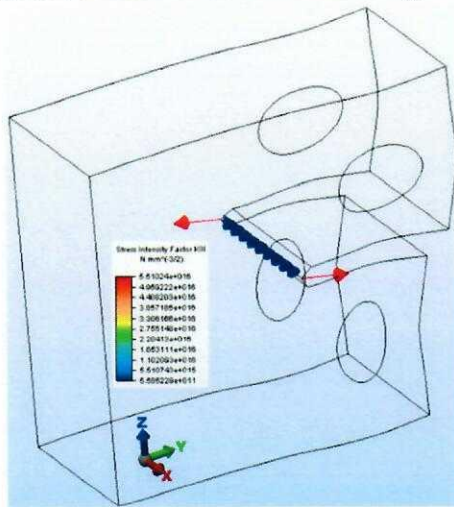
Factorul de intensitate a tensiunii  $K_{II}$



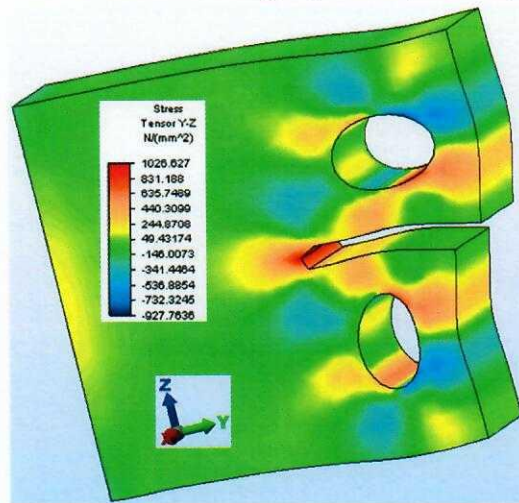
Factorul de intensitate a tensiunii  $K_{III}$



Factorul de intensitate a tensiunii  $K_{III}$

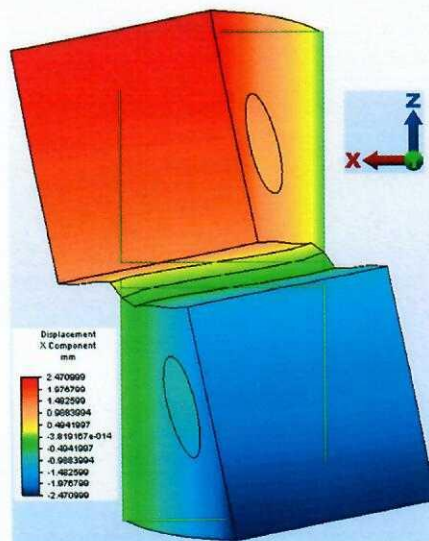


Tensiunea tangențială după direcția YZ



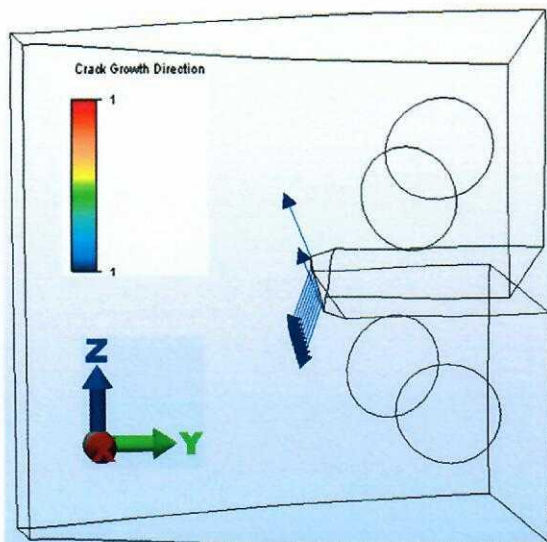
### 9.11.3. Modul III de deformare

Modul de deformare sub acțiunea sarcinilor de forfecare laterale

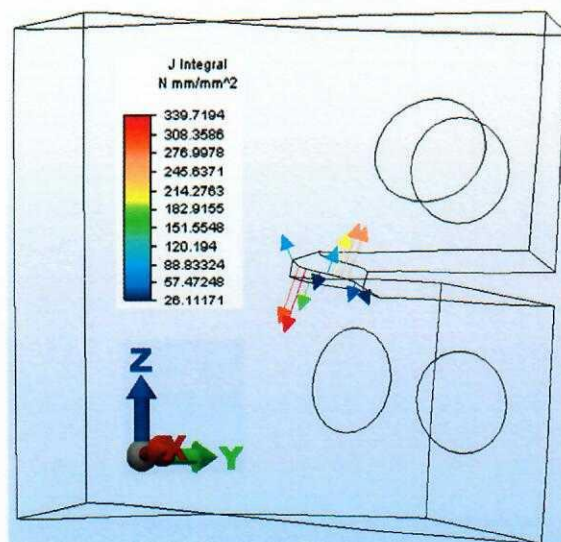




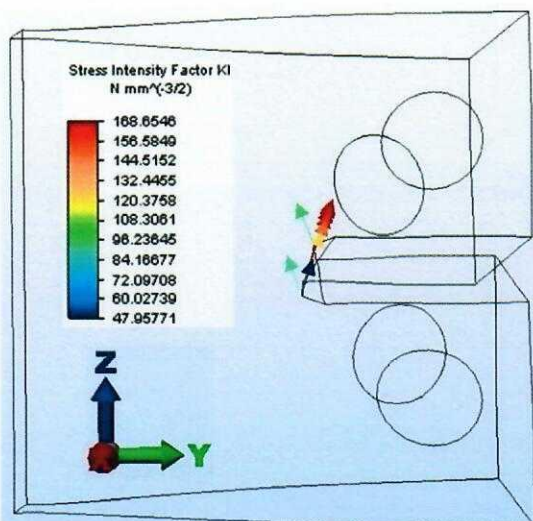
Direcția de propagare a fisurii



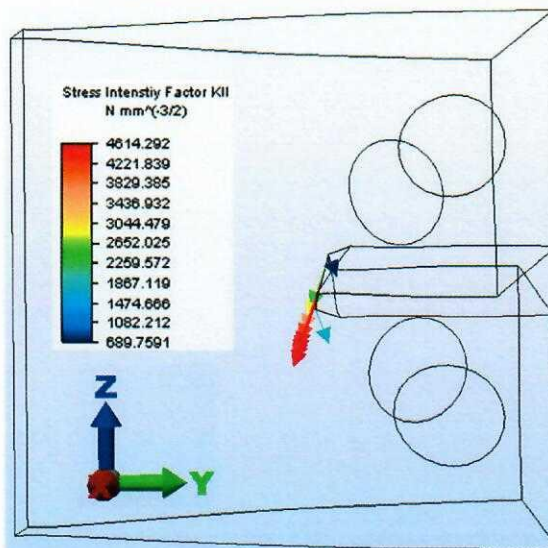
Integrala J



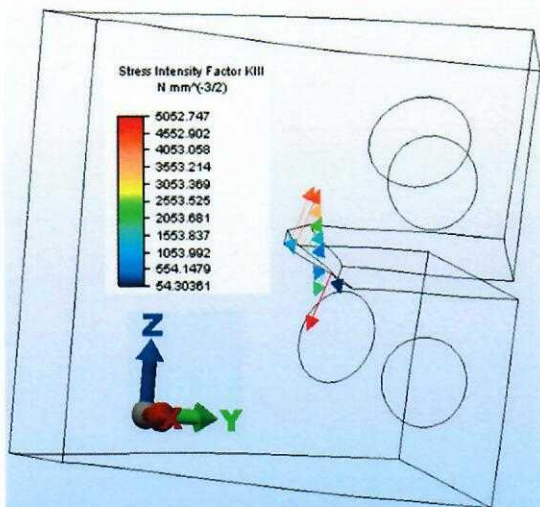
Factorul de intensitate a tensiunii  $K_I$



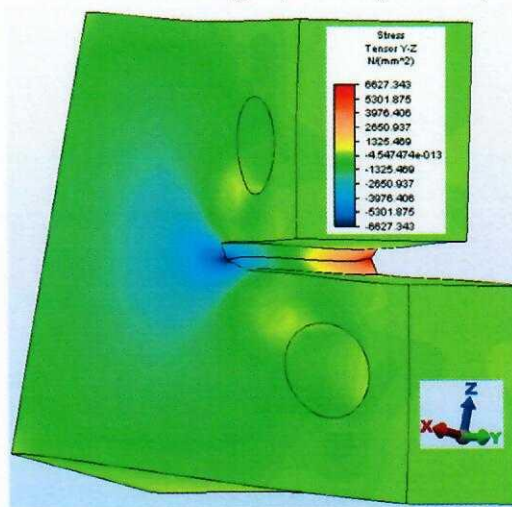
Factorul de intensitate a tensiunii  $K_{II}$



Factorul de intensitate a tensiunii  $K_{III}$



Tensiunea tangențială după direcția YZ



## BIBLIOGRAFIE

- [1] J. Bluhm, Slice Synthesis of a Three Dimensional Work of Fracture Specimen for Brittle Materials Testing, In: Engineering Fracture Mechanics, vol. 7, pg. 593, 1985.
- [2] D. Broek, Elementary Engineering Fracture Mechanics, Columbus, Ohio, USA, 1978.
- [3] F.E. Buresch, W. Meyer, Relation between microstructure and Weibull distribution function of coarse grained Ceramics, In: High Tech Ceramics, part B, pg. 1197-1208, Amsterdam, 1987.
- [4] D. Cioclov, Mecanica ruperii materialelor", Editura Academiei, București, 1977.
- [5] R.H. Dodds, Finite Element and Experimental Evaluation of the J-Integral for Short Crack, In: Fracture Mechanics, 4-th Symposium, vol. I, Theory and Analysis, 1983.
- [6] M.C. Dubourg, B. Villechaise, Analysis of Multiple Fatigue Cracks - part I". Theory Journal of Tribology, pg. 455-461, July 1992.
- [7] I. Dumitru, L. Marșavina, Elemente de mecanica ruperii - curs- Univ. "Politehnica" Timișoara, 2000.
- [8] G. Fantozzi, Rupture de Materiaux, INSA, Lyon, 1992.
- [9] S. Gölner, Textbook of Fracture and Assessment Criteria in The Science of the Strength of Materials, Fachbuchverlag, Leipzig-Köln, 1992.
- [10] ALGOR Users's Guide 2008

## MECANICA RUPERII - LABORATOR 10

DETERMINAREA VARIAȚIEI FACTORULUI DE INTENSITATE A TENSIUNII PE BAZA  
SIMULĂRII CU ELEMENTE FINITE

---

10.1. Preluare rezultate din ALGOR

10.2. Variația factorilor de intensitate a tensiunii și a integralei J în raport cu propagarea fisurii în modul I de deformare

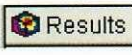
10.3. Variația factorilor de intensitate a tensiunii și a integralei J în raport cu propagarea fisurii în modul II de deformare

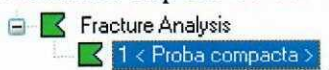
10.4. Variația factorilor de intensitate a tensiunii și a integralei J în raport cu propagarea fisurii în modul III de deformare

---

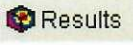
### 10.1. Preluare rezultate din ALGOR

Definiția factorului de intensitate a tensiunii precum și relațiile de calcul se regăsesc în laboratorul 9.

În cadrul programului Algor, din programul de desenare se face analiza obișnuită de tip „Static Stress with Linear Material Model” sau alt tip de analiză dorită. Datele pentru partea de Mecanica ruperii se vor introduce în meniul „Results”, respectiv , submenu-ul



Pașii de bază pentru efectuarea unei analize de fisurare sunt după cum urmează:

1. Creați o rețea a modelului care include fisura sau defectul. O fisură este o separare între elemente. Vârful fisurii ar trebui să fie un punct ascuțit.
2. Efectuați o analiză a tensiunilor.
3. Definiți parametrii fisurii sau fisurilor în *Results environment*  folosind arborescența de submenu.
4. Rulați analiza fisurării din *Results environment*.
5. Examinați rezultatele.

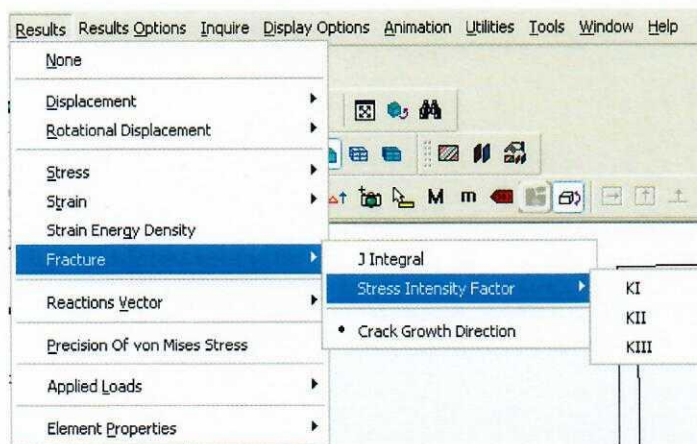
**Mersul analizei este identic cu cel prezentat în lucrarea 9.**

#### *Vizualizarea rezultatelor*


După ce analiza fisurării este finalizată, meniul "**Results**" va conține următoarele elemente:

- "**Fracture: J Integral**": Afișarea rezultatelor J Integral (viteza de relaxare a energiei de deformare pentru materialele cu comportament neliniar elastic.) Teoria J-Integral implică faptul că, calculul este adecvat numai pentru încărcarea monotonă a materialelor cu comportament elasto-plastic.
-

- **"Fracture: Stress Intensity Factor:  $K_I$ ", " $K_{II}$ ", and " $K_{III}$ ":** Afișează factorii de intensitate a tensiunii pentru cele trei moduri de deformare (a se vedea *laboratorul 9*). Compararea factorului de intensitate a tensiunii cu factorul critic de intensitate a tensiunii, respectiv tenacitatea la fisurare (sau rezistența la rupere)  $K_{Ic}$ , va determina dacă fisura se va propaga sau nu.
- **"Fracture: Crack Growth Direction":** Afișează direcția calculată de propagare a fisurii ca un vector cu lungimea egală cu unitatea.  
Toate rezultatele sunt afișate ca vectori la nodurile definite de-a lungul frontului fisurii. Amploarea și culoarea săgeților reprezintă mărimea rezultatului pentru mărimea selectată în "Results", *figura 10.1*. Direcția săgeții reprezintă direcția propagării fisurii.



**Fig. 10.1.** Meniu-ul "Results" pentru afișarea rezultatelor

Se selectează un nod din meniul ("Selection: Select: Nodes" - ) și prin clic dreapta se solicită rezultatele („Inquire: Results...”), pentru a obține direcția propagarea fisurilor și mărimea propagării. „Componentele” rezultatelor sunt direcția de propagare a fisurilor, înmulțită cu rezultatul.

Este bine să se preia rezultatele de la toate nodurile aparținând frontului fisurii. S-a observat, totuși, că valoarea apropiată de realitate, așa cum se spune și în documentația tehnică a programului, este pentru nodul aflat la mijlocul frontului fisurii (nodul de la poziția 6 din tabelele de mai jos). În tabelele de mai jos sunt date valorile pentru  $K_I$ ,  $K_{II}$ ,  $K_{III}$  și integrala  $J$ , pentru modul I de solicitare și pentru 6 cazuri de lungimi ale fisurii.

## 10.2. Variația factorilor de intensitate a tensiunii și a integralei $J$ în raport cu propagarea fisurii în modul I de deformare

Toate rezultatele sunt afișate ca vectori, la nodurile definite de-a lungul frontului fisurii. Mărimea și culoarea săgeților reprezintă valoarea rezultatului pentru mărimea selectată în "Results". Direcția săgeții reprezintă direcția propagării fisurii.

În vederea stabilirii stării de tensiune din imediata vecinătate a fisurii pentru modul mixt de solicitare, se recurge la analiza cu elemente finite pe baza programului ALGOR, partea de analiză elastică.

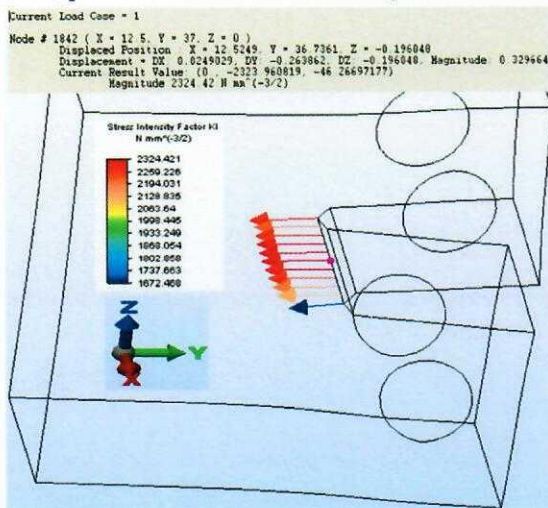
Așa cum se poate vedea în figura de mai jos, valoarea maximă a factorului de intensitate a tensiunii se regăsește la nodul aflat la mijlocul frontului fisurii și are valoarea  $K_I = 2324,43 \text{ N}\cdot\text{mm}^{-3/2}$ . În continuare se vor face determinări pentru factorul de intensitate a tensiunii, în cazul când fisura avansează. În figurile următoare se prezintă harta deplasărilor și cea a tensiunilor în cazul avansării fisurii. Se pornește de la o creștătură inițială de 13 mm după care se continuă în pași succesivi cu avansul fisurii.

**Observație:**

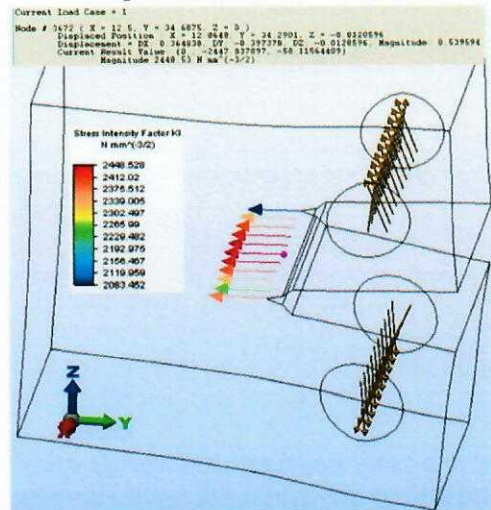
*Fisura trebuie făcută în editorul de desenare al Algor, pentru fiecare pas luat în considerare.*

După creștătura de 13 mm, s-au considerat fisuri propagate în lungime totală de: 15,25 mm, 17,55 mm, 19,86 mm, 22,17 mm și 22,5 mm.

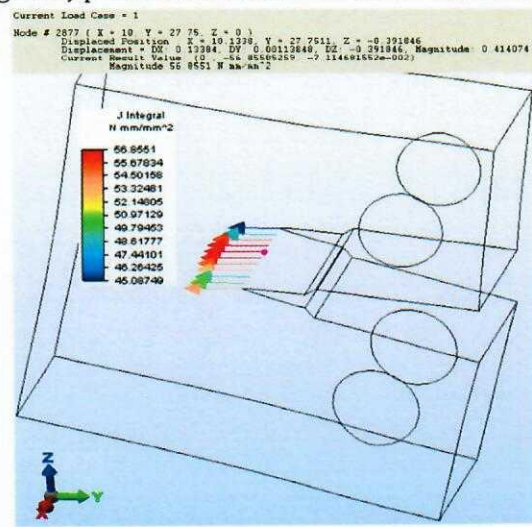
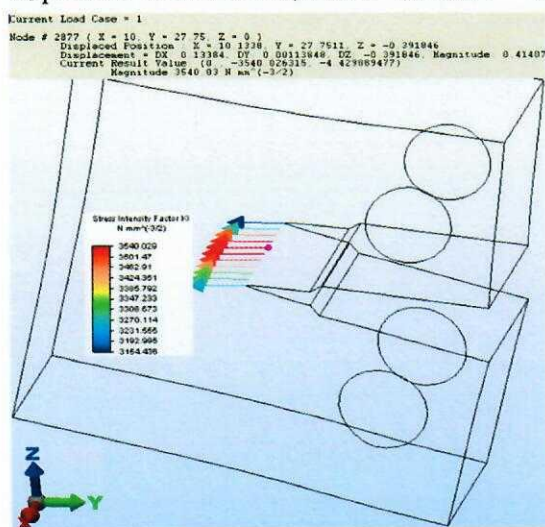
$K_I$  pentru fisura de 13 mm (doar creștătura)



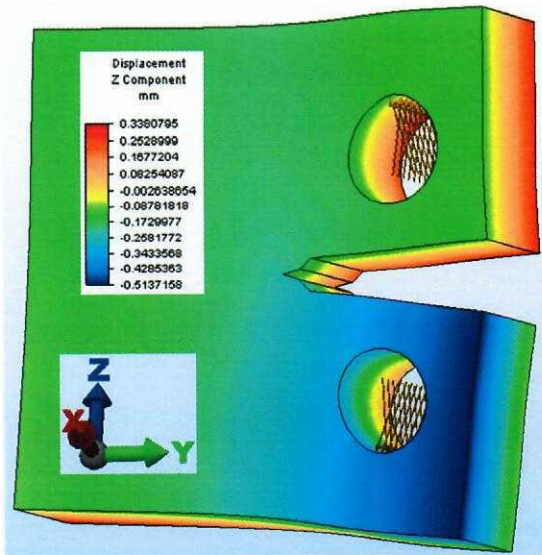
$K_I$  pentru fisura de 15,5 mm



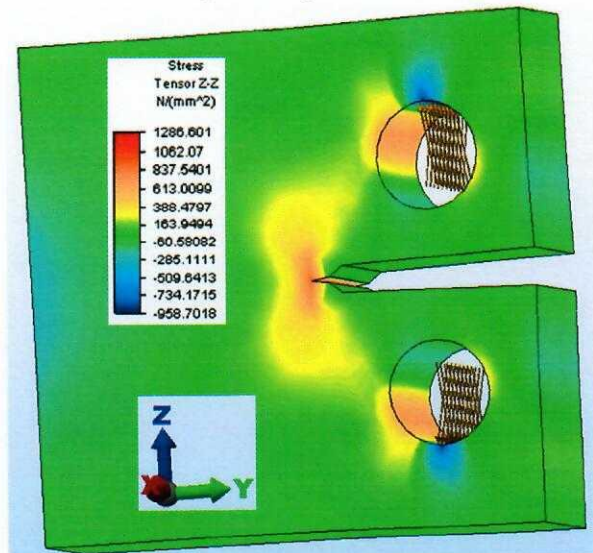
$K_I$  pentru fisura de 22,5 mm - modul I      Integrala J pentru fisura de 22,5 mm - modul I



Deplasarea pe direcția z- modul I



Tensiunea pe direcția zz – modul I



In tabelele de mai jos „dist” reprezintă distanța între nodurile aflate pe frontul fisurii.

Modul I

inc14 - rezultate pe noduri  
crestătura

Nr. crt.	Dist	Nr. nod	KI	KII	KIII	J
1	0	17	1879	71.25	670	17.65
2	2.5	382	2218	29.32	0.00077	24.97
3	5	747	2263	29.32	0.0011	25.6
4	7.5	1112	2298	29.32	0.0012	25.95
5	10	1477	2318	29.32	0.0013	26.16
<b>6</b>	<b>12.5</b>	<b>1842</b>	<b>2319</b>	<b>29.32</b>	<b>0.073</b>	<b>26.01</b>
7	15	2207	2301	29.32	0.0014	25.48
8	17.5	2572	2262	29.32	0.0015	24.57
9	20	2937	2193	29.32	0.0016	23.32
10	22.5	3302	2119	29.32	0.002	23.04
11	25	3667	2065	32.47	530.5	20.41

inc20 - rezultate pe noduri -  
a=13+2.25 mm

Nr. crt.	Dist	Nr. nod	KI	KII	KIII	J
1	0	102	2423	9.22	388.05	20.01
2	2.5	816	2327	19.26	0.0036	21.56
3	5	1530	2393	19.26	0.0029	22.58

4	7.5	2244	2420	19.26	0.0025	23
5	10	2958	2438	19.26	0.0023	23.61
<b>6</b>	<b>12.5</b>	<b>3672</b>	<b>2442</b>	<b>19.26</b>	<b>0.0022</b>	<b>23.95</b>
7	15	4386	2427	19.26	0.0021	23.95
8	17.5	5100	2391	19.26	0.0019	23.52
9	20	5814	2320	19.26	0.0015	22.34
10	22.5	6528	2256	19.26	0.0007	21.93
11	25	7242	2021	21.92	252.36	19.39

inc21- rezultate pe noduri

a=13+4.55 mm

Nr. crt.	Dist	Nr. nod	KI	KII	KIII	J
1	0	1	3035	4.91	154.04	17.74
2	2.5	716	2612	6.02	0.00035	18.97
3	5	1431	2742	6.02	0.00098	22.37
4	7.5	2146	2777	6.02	0.0011	23.51
5	10	2861	2789	6.02	0.0012	24.46
<b>6</b>	<b>12.5</b>	<b>3576</b>	<b>2784</b>	<b>6.02</b>	<b>0.0011</b>	<b>25.15</b>
7	15	4291	2761	6.02	0.0011	25.51
8	17.5	5006	2715	6.02	0.0011	25.41
9	20	5721	2641	6.02	0.0013	24.55
10	22.5	6436	2620	6.02	0.0019	25.39
11	25	7151	1955	21.93	42.17	23.29

inc220 - rezultate pe noduri

a=13+6.86 mm

Nr. crt.	Dist	Nr. nod	KI	KII	KIII	J
1	0	1	3324	5.45	857.31	22.68
2	2.5	717	2898	0.81	0.00016	25.55
3	5	1433	3068	0.81	0.00056	31.07
4	7.5	2149	3109	0.81	0.00057	32.73
5	10	2865	3121	0.81	0.0005	33.84
<b>6</b>	<b>12.5</b>	<b>3581</b>	<b>3113</b>	<b>0.81</b>	<b>0.00042</b>	<b>34.48</b>
7	15	4297	3084	0.81	0.00034	34.66
8	17.5	5013	3029	0.81	0.00028	34.28
9	20	5729	2941	0.81	0.0003	32.88
10	22.5	6445	2920	0.81	0.00064	34.07
11	25	7161	2293	6.09	1015.03	34.01

inc230 - rezultate pe noduri

a=13+9.17 mm

Nr. crt.	Dist	Nr. nod	KI	KII	KIII	J
1	0	1	5358	42.28	7403	8.03
2	2.5	718	3268	8.14	0.0021	1.91
3	5	1435	3460	8.14	0.0011	3.81
4	7.5	2152	3507	8.14	0.0012	8.13
5	10	2869	3524	8.14	0.0012	12.83
<b>6</b>	<b>12.5</b>	<b>3586</b>	<b>3518</b>	<b>8.14</b>	<b>0.0012</b>	<b>17.29</b>
7	15	4303	3490	8.14	0.0013	21.72
8	17.5	5020	3433	8.14	0.0013	25.99
9	20	5737	3330	8.14	0.0014	28.02
10	22.5	6454	3283	8.14	0.0004	27.07
11	25	7171	1022	34.31	7364	19.63

inc24 - rezultate pe noduri

a=13+9,5 mm

Nr. crt.	Dist	Nr. nod	KI	KII	KIII	J
1	0	1	4655	9.83	666.63	23.79
2	2.5	720	3270	0.66	0.0016	13.63
3	5	1439	3461	0.66	0.00073	19.59
4	7.5	2158	3507	0.66	0.00079	23.02
5	10	2877	3222	0.66	0.00082	26.45
<b>6</b>	<b>12.5</b>	<b>3596</b>	<b>3517</b>	<b>0.66</b>	<b>0.00085</b>	<b>29.51</b>
7	15	4316	3488	0.66	0.00088	32.33
8	17.5	5034	3430	0.66	0.00091	34.76
9	20	5753	3328	0.66	0.00097	35.34
10	22.5	6472	3283	0.66	0.00012	35.35
11	25	7191	1720	17.71	712.3	28.86

Cu ajutorul acestor date s-a trasat graficele de variație a factorilor de intensitate a tensiunii  $K_I$ ,  $K_{II}$ ,  $K_{III}$ , precum și integrala  $J$ , pentru toate cele 11 noduri aflate de-a lungul frontului fisurii și pentru toate cele 6 lungimi ale fisurii. Se constată faptul că factorul de intensitate a tensiunii crește pe măsură ce fisura se propagă. Din figura de mai jos se mai observă faptul că, pentru aceeași lungime a fisurii, valoarea factorului de intensitate a tensiunii rămâne aproximativ constantă în nodurile aflate la mijlocul frontului fisurii (cinci dintre aceste noduri).



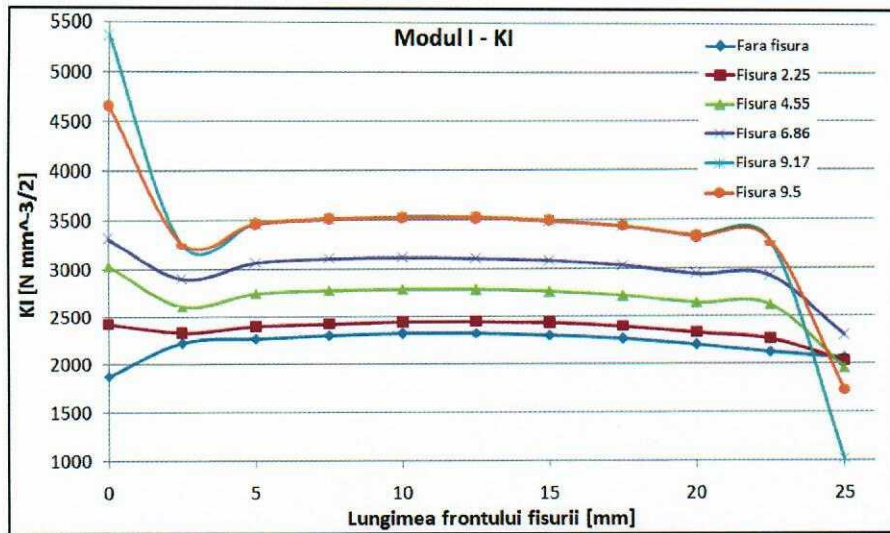


Fig. 10.2. Modul I – Variația factorului  $K_I$  pe frontul fisurii și în raport cu lungimea fisurii

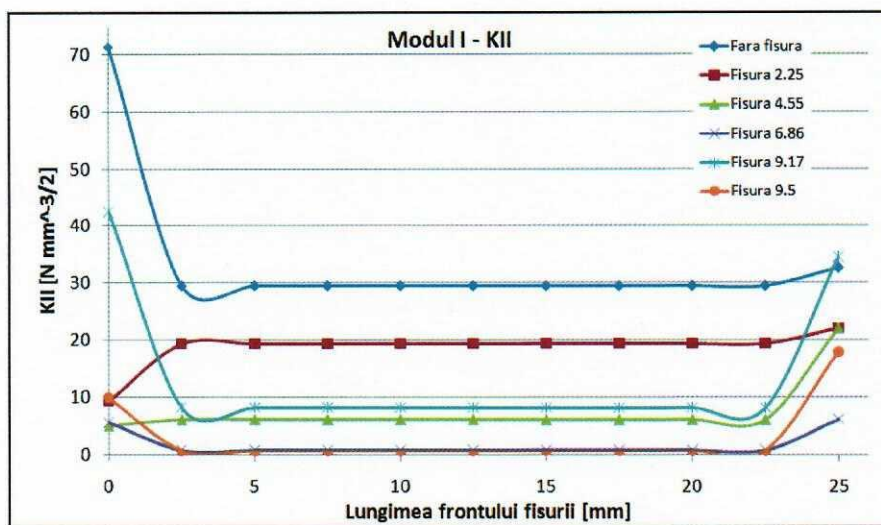


Fig. 10.3. Modul I – Variația factorului  $K_{II}$  pe frontul fisurii și în raport cu lungimea fisurii

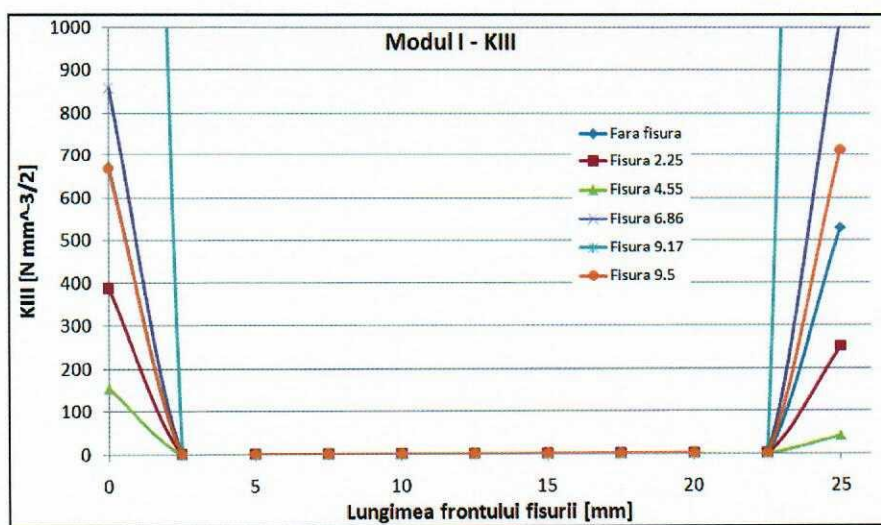


Fig. 10.4. Modul I – Variația factorului  $K_{III}$  pe frontul fisurii și în raport cu lungimea fisurii

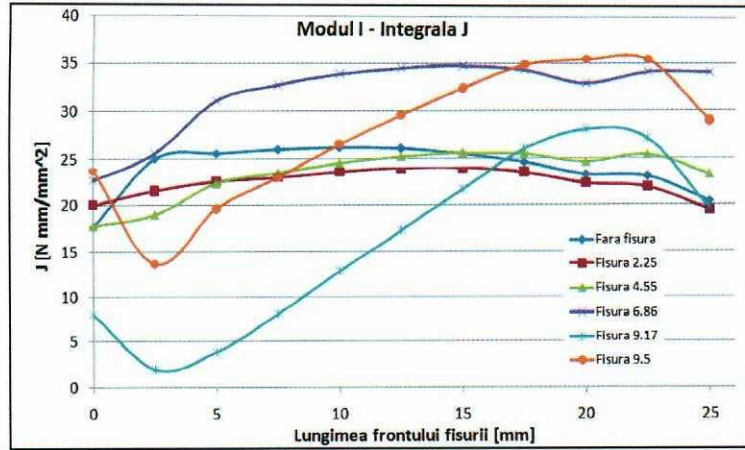


Fig. 10.5. Modul I – Variația integralei J pe frontul fisurii și în raport cu lungimea fisurii

In tabelul de mai jos s-au trecut rezultatele pentru  $K_I$ ,  $K_{II}$ ,  $K_{III}$  și integrala J pentru nodul aflat la mijlocul frontului fisurii precum și tensiunea  $\sigma_{zz}$  (valoarea maximă) și deplasarea maximă a flancurilor creștăturii – modul I de solicitare.

MODUL I - REZULTATE DE LA NODUL DIN MIJLOC

Nume fisier	Lungimea fisurii	$K_{I,MAX}$	$K_{II, MAX}$	$K_{III, MAX}$	J <sub>MAX</sub>	$\sigma_{zz, MAX}$	Deplasa rea max
	[mm]	[N·mm <sup>-3/2</sup> ]	[N·mm <sup>-3/2</sup> ]	[N·mm <sup>-3/2</sup> ]	[N·mm/ mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[mm]
inc14	13	2319	29.32	0.073	26.16	1227	3.33
inc20	15.25	2442	19.26	0.0022	23.95	1283	3.38
inc21	17.55	2784	6.02	0.0011	25.15	1339	3.45
inc220	19.86	3113	0.81	0.00042	34.48	1523	3.53
inc230	22.17	3518	8.14	0.0012	17.29	1812	3.65
inc24	22.5	3517	0.66	0.00085	29.51	1893	3.65

Cu ajutorul acestor date s-au trasat graficele de variație de mai jos.

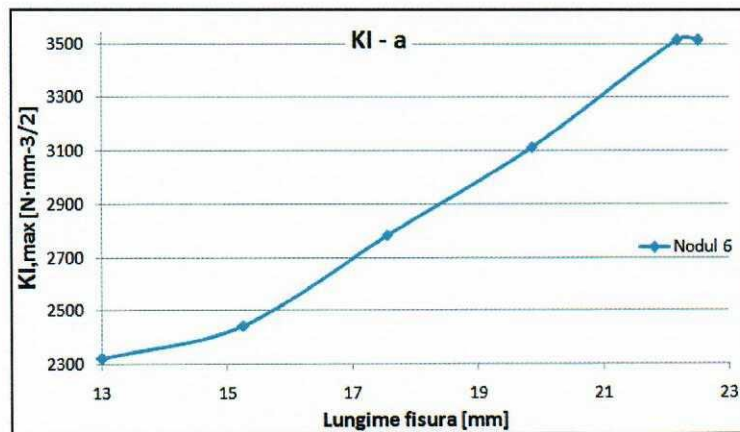


Fig. 10.6. Variația  $K_I$  în raport cu lungimea fisurii – modul I

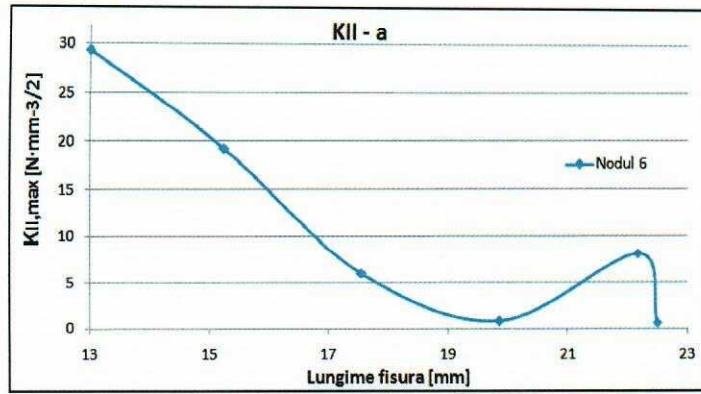


Fig. 10.7. Variația  $K_{II}$  în raport cu lungimea fisurii - modul I

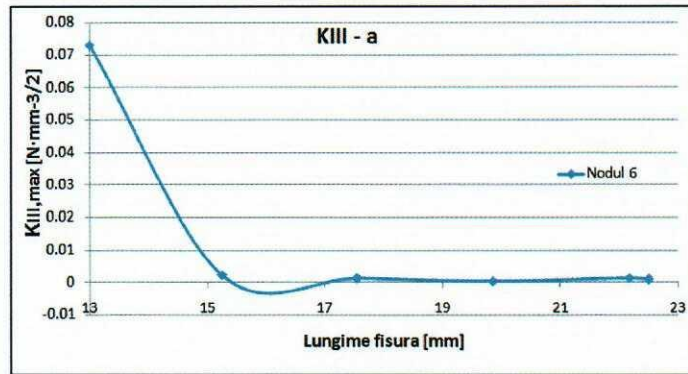


Fig. 10.8. Variația  $K_{III}$  în raport cu lungimea fisurii - modul I

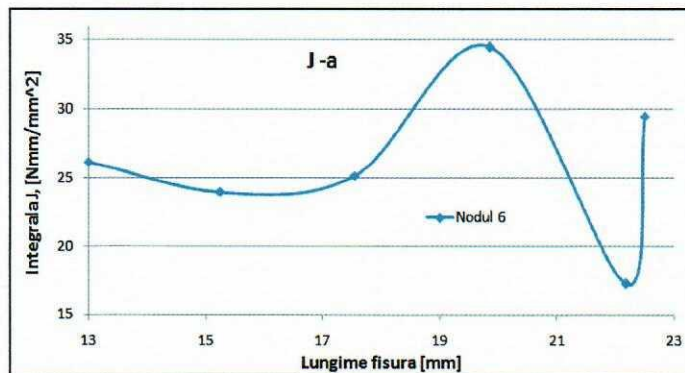


Fig. 10.9. Variația Integralei J (valoare maximă) în raport cu lungimea fisurii - modul I

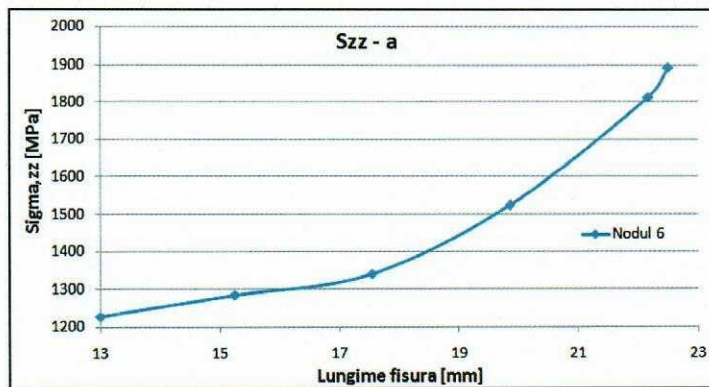


Fig. 10.10. Variația tensiunii maxime după direcția Z în raport cu lungimea fisurii - modul I

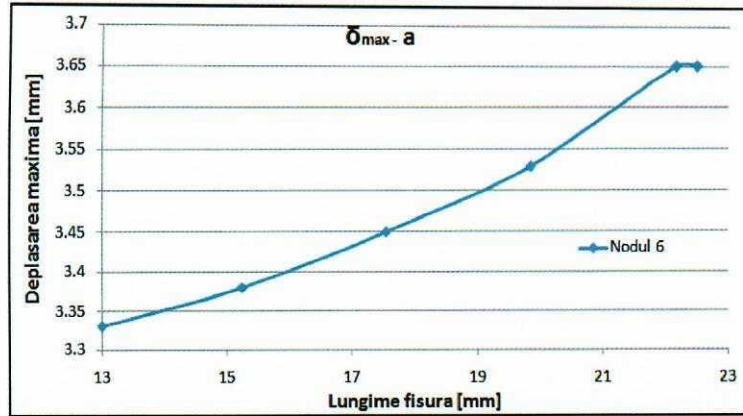
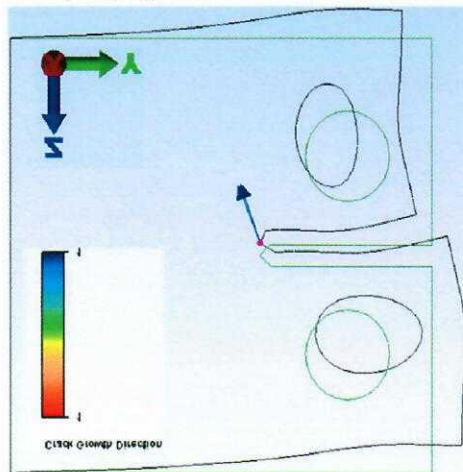


Fig. 10.11. Variația deplasării maxime în raport cu lungimea fisurii – modul I

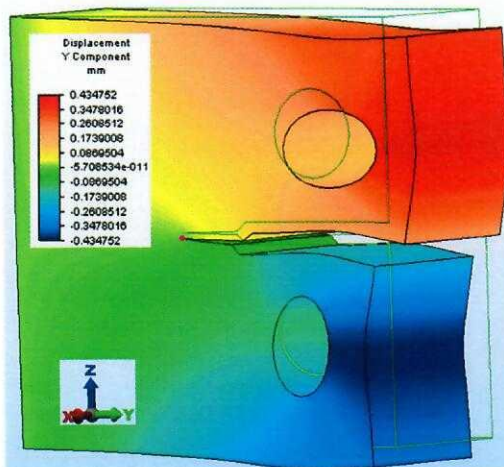
### 10.3. Variația factorilor de intensitate a tensiunii și a integralei J în raport cu propagarea fisurii în modul II de deformare

#### Modul II

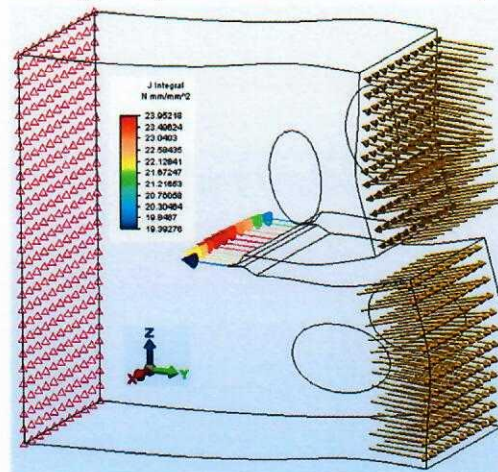
Modul II de propagare a fisurii din creștătură



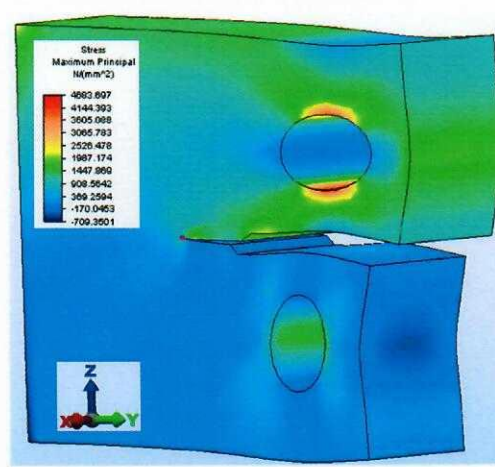
Deplasarea pe direcția Y



Integrala J – modul II – fisura de 15,25 mm



Tensiunea maximă principală



## Modul II\_1 - rezultate pe noduri

Nr. crt.	Dist	Nr. nod	KI	KII	KIII	J
1	0	17	8	2217	1104	61
2	2.5	382	199	835	1536	27
3	5	747	270	136	1371	18
4	7.5	1112	290	188	1079	10
5	10	1477	281	350	871	8
<b>6</b>	<b>12.5</b>	1842	269	433	711	6
7	15	2207	258	315	666	4
8	17.5	2572	248	517	475	3
9	20	2937	238	533	373	2
10	22.5	3302	221	427	359	0.18
11	25	3667	226	592	2866	30

## Modul II\_2 - rezultate pe noduri

Nr. crt.	Dist	Nr. nod	KI	KII	KIII	J
1	0	102	18	1968	1168	57
2	2.5	816	132	1146	1781	23
3	5	1530	196	427	1627	16
4	7.5	2244	219	32	1347	9
5	10	2958	221	44	1176	8
<b>6</b>	<b>12.5</b>	<b>3672</b>	<b>219</b>	261	<b>969</b>	<b>4.5</b>
7	15	4386	217	156	876	4.4
8	17.5	5100	214	316	715	2
9	20	5814	213	307	602	1.6
10	22.5	6528	213	732	124	1.1
11	25	7242	310	64	92	4.6

## Modul II\_3- rezultate pe noduri

Nr. crt.	Dist	Nr. nod	KI	KII	KIII	J
1	0	1	232	2023	1274	44
2	2.5	716	127	1694	1800	25
3	5	1431	177	805	1747	18
4	7.5	2146	193	380	1544	13
5	10	2861	192	167	1351	10
<b>6</b>	<b>12.5</b>	<b>3576</b>	<b>188</b>	<b>105</b>	<b>1263</b>	<b>8</b>
7	15	4291	185	47	1049	5
8	17.5	5006	182	72	938	4
9	20	5721	180	73	845	3

10	22.5	6436	142	213	598	2
11	25	7151	304	262	702	7

## Modul II\_4- rezultate pe noduri

Nr. crt.	Dist	Nr. nod	KI	KII	KIII	J
1	0	1	96	1952	1158	37
2	2.5	717	122	1442	1651	24
3	5	1433	174	653	1586	16
4	7.5	2149	192	253	1390	11
5	10	2865	192	64	1206	8
<b>6</b>	<b>12.5</b>	<b>3581</b>	<b>190</b>	<b>3</b>	<b>1080</b>	<b>7</b>
7	15	4297	187	95	928	5
8	17.5	5013	134	109	732	4
9	20	5729	184	134	729	3
10	22.5	6445	182	68	673	2
11	25	7161	249	308	437	0.6

## Modul II\_5- rezultate pe noduri

Nr. crt.	Dist	Nr. nod	KI	KII	KIII	J
1	0	1	17	1828	1190	30
2	2.5	718	111	1330	1603	22
3	5	1435	156	582	1518	15
4	7.5	2152	171	265	1338	11
5	10	2869	169	44	1148	7
<b>6</b>	<b>12.5</b>	<b>3586</b>	<b>165</b>	<b>64</b>	<b>991</b>	<b>6</b>
7	15	4303	162	173	924	1
8	17.5	5020	160	143	767	4
9	20	5734	116	217	621	5
10	22.5	6454	156	7	684	1
11	25	7171	218	299	299	0.4

## Modul II\_6- rezultate pe noduri

Nr. crt.	Dist	Nr. nod	KI	KII	KIII	J
1	0	1	17	1949	1224	33
2	2.5	720	112	1410	1603	22
3	5	1439	156	661	1514	15
4	7.5	2158	169	334	1335	11
5	10	2877	166	115	1148	7

6	12.5	3596	162	2.5	994	6
7	15	4315	159	111	931	1
8	17.5	5038	156	80	779	4
9	20	5753	115	163	603	5
10	22.5	6472	153	68	701	2
11	25	7191	225	297	262	0.4

Cu ajutorul acestor date s-a trasat graficele de variație a factorilor de intensitate a tensiunii  $K_I$ ,  $K_{II}$ ,  $K_{III}$ , precum și integrala  $J$ , pentru toate cele 11 noduri aflate de-a lungul frontului fisurii și pentru toate cele 6 lungimi ale fisurii.

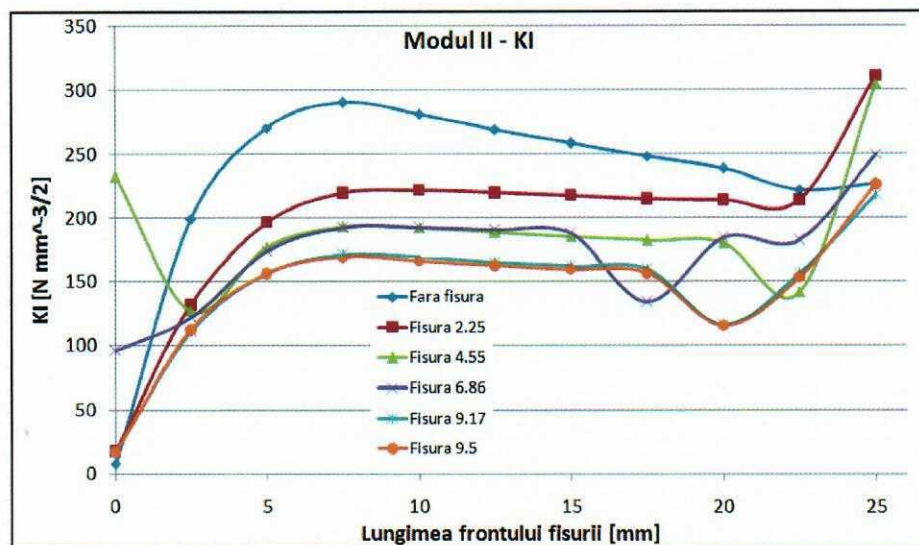


Fig. 10.12. Modul II - Variația factorului  $K_I$  pe frontul fisurii și în raport cu lungimea fisurii

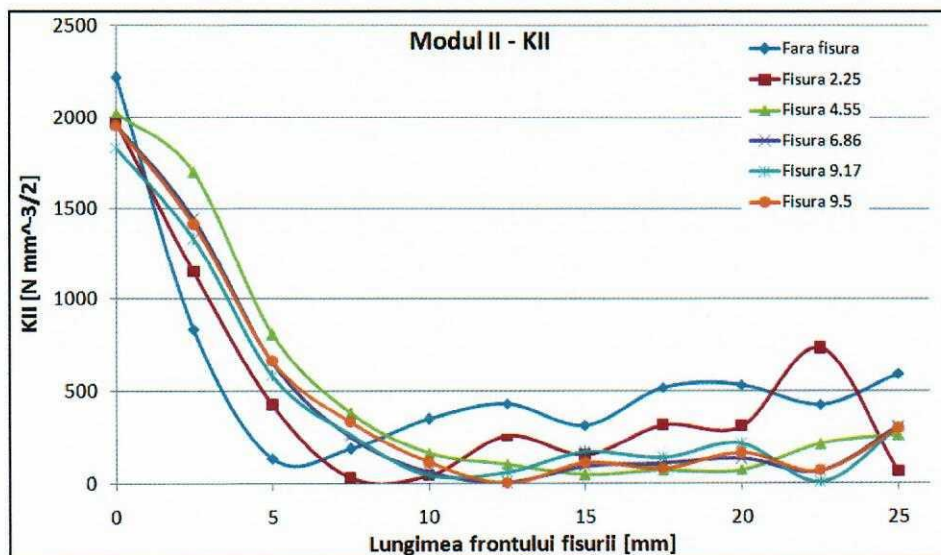


Fig. 10.13. Modul II - Variația factorului  $K_{II}$  pe frontul fisurii și în raport cu lungimea fisurii

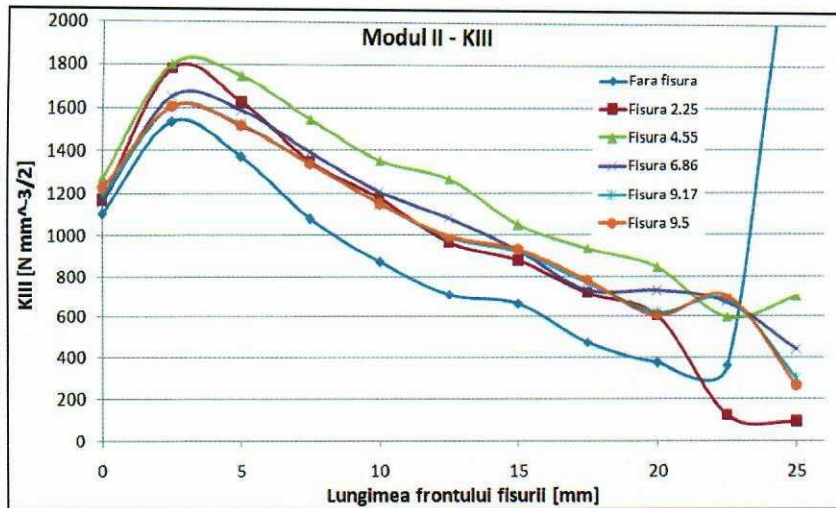


Fig. 10.14. Modul II – Variația factorului  $K_{III}$  pe frontul fisurii și în raport cu lungimea fisurii

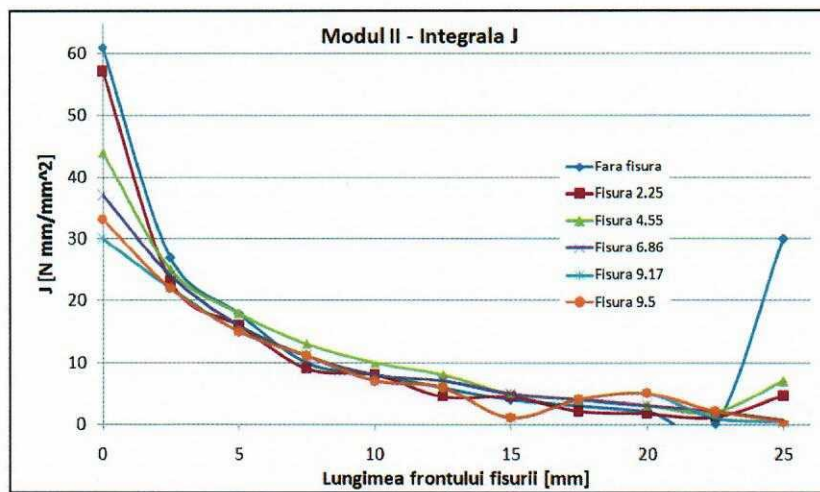


Fig. 10.15. Modul II – Variația integralei J pe frontul fisurii și în raport cu lungimea fisurii

În tabelul de mai jos s-au trecut rezultatele pentru  $K_I$ ,  $K_{II}$ ,  $K_{III}$  și integrala J pentru nodul aflat la mijlocul frontului fisurii precum și tensiunea  $\sigma_{zz}$  (valoarea maximă) și deplasarea maximă a flancurilor creștăturii – modul II de solicitare.

**Modul II**

Nume fisier	Lungime a fisurii	$K_{I,MAX}$	$K_{II,MAX}$	$K_{III,MAX}$	$J_{MAX}$	$\sigma_{zz,MAX}$	Deplasarea max
	[mm]	$[N \cdot mm^{-3/2}]$	$[N \cdot mm^{-3/2}]$	$[N \cdot mm^{-3/2}]$	$[N \cdot mm / mm^2]$	$[N/mm^2]$	[mm]
Modul II-1	13	269	433	711	6	4634	0.424
Modul II-2	15.25	219	261	969	4.5	4647	0.4259
Modul II-3	17.55	188	105	1263	8	4661	0.4286
Modul II-4	19.86	190	3	1080	7	4675	0.4318
Modul II-5	22.17	165	64	991	6	4684	0.4347
Modul II-6	22.5	162	2.5	994	6	4683	0.4347



Cu ajutorul acestor date s-au trasat graficele de variație de mai jos.

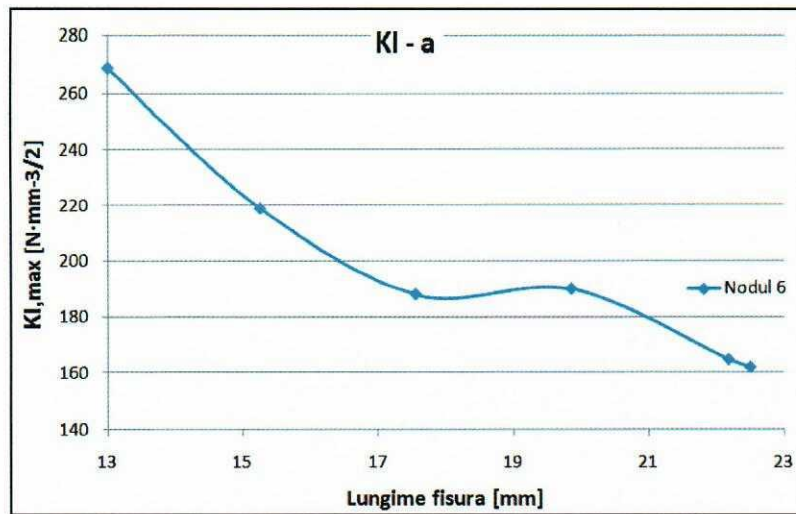


Fig. 10.16. Variația  $K_I$  în raport cu lungimea fisurii - modul II



Fig. 10.17. Variația  $K_{II}$  în raport cu lungimea fisurii - modul II

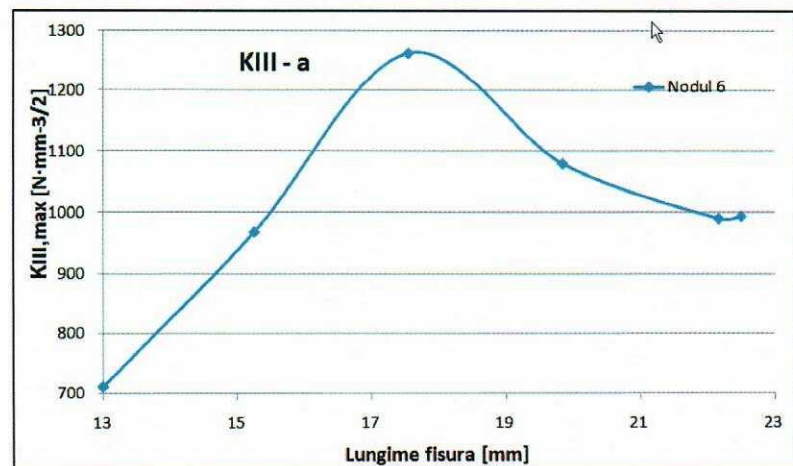


Fig. 10.18. Variația  $K_{III}$  în raport cu lungimea fisurii - modul II

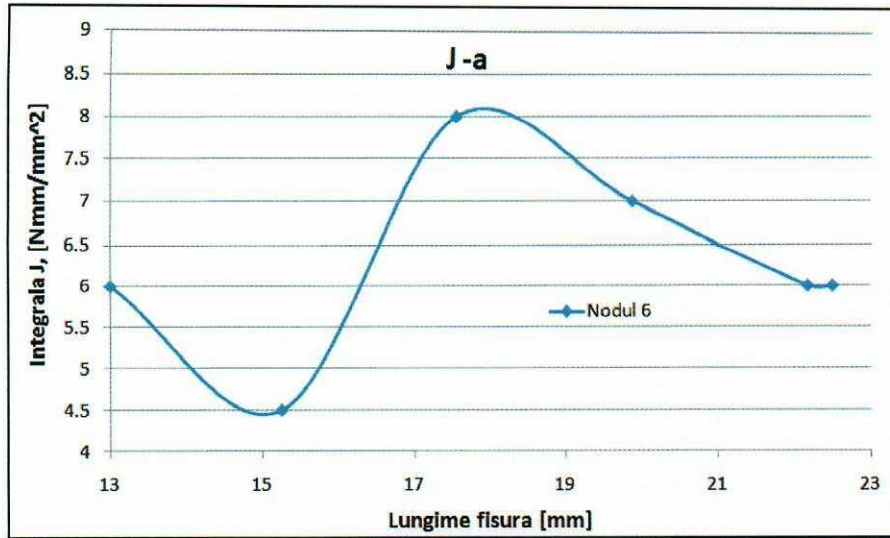


Fig. 10.19. Variația Integralei J (valoare maximă) în raport cu lungimea fisurii – modul II

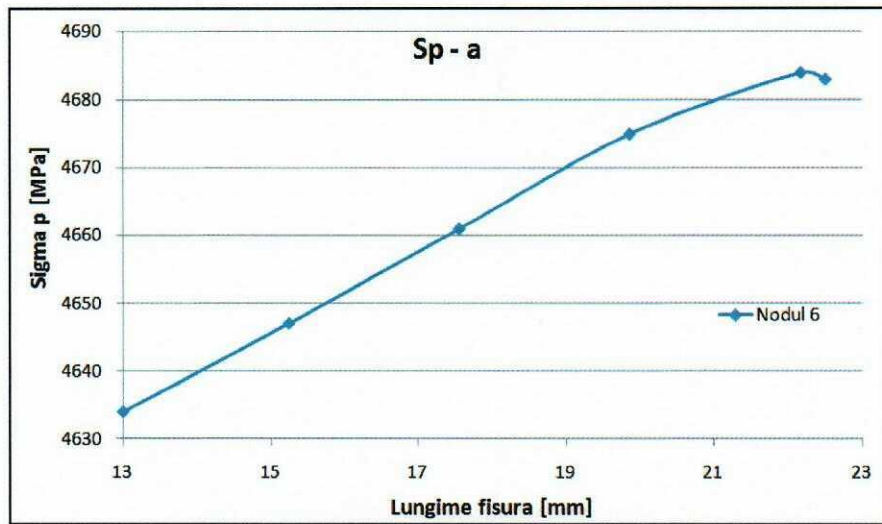


Fig. 10.20. Variația tensiunii maxime principale în raport cu lungimea fisurii – modul II

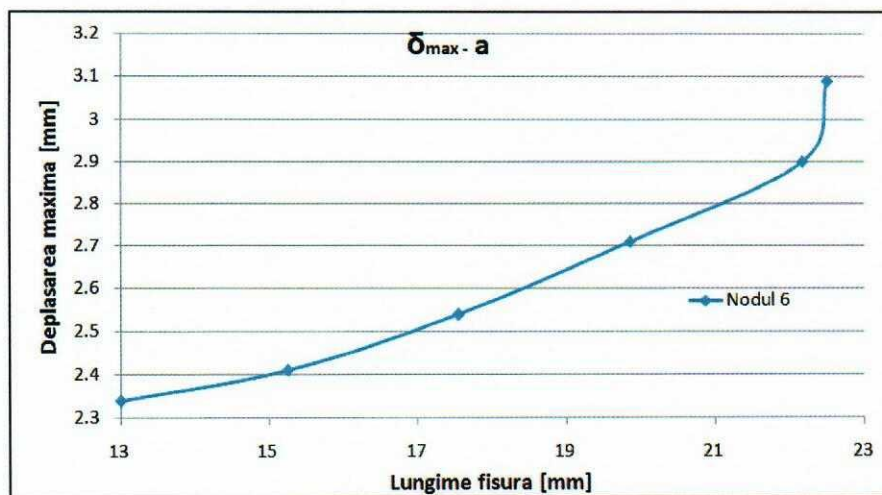
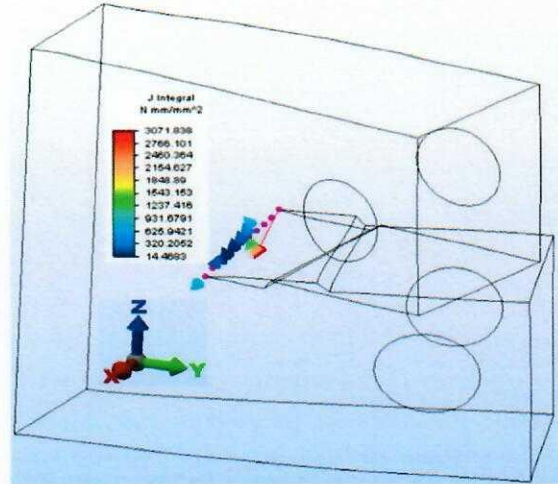
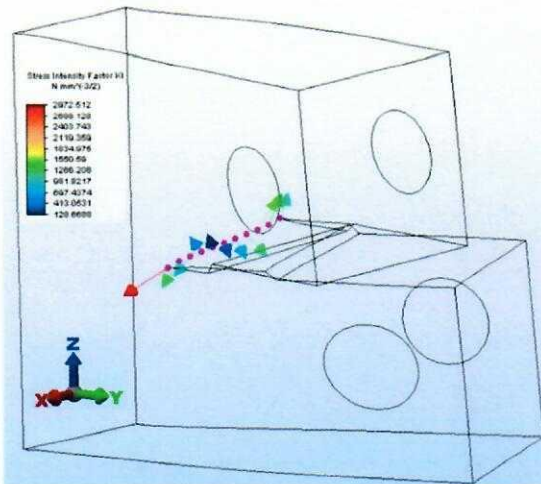


Fig. 10.21. Variația deplasării maxime în raport cu lungimea fisurii – modul II

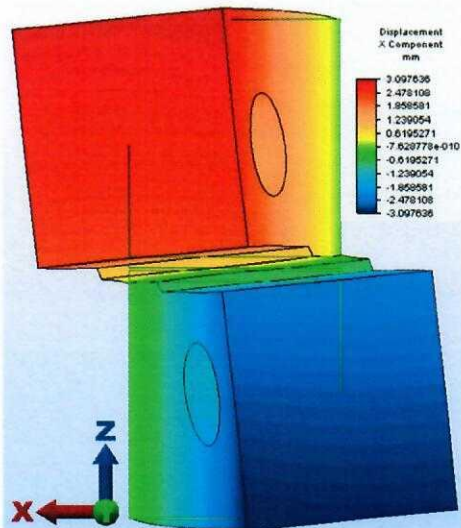
## 10.4. Variația factorilor de intensitate a tensiunii și a integralei J în raport cu propagarea fisurii în modul III de deformare

pentru fisura de 22,5 mm- modul III    Integrala J pentru fisura de 22,5 mm- modul III

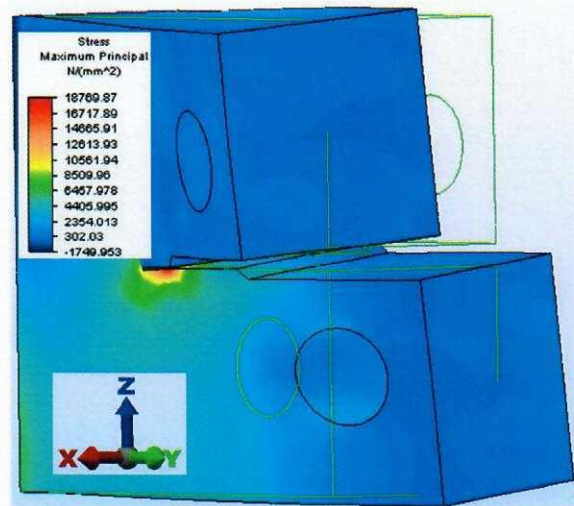


$K_I$

Deplasarea pe direcția X – modul III



Tensiunea principală maximă – modul III



### MODUL III

modul III\_0 - rezultate pe noduri

Nr. crt.	Dist	Nr. nod	KI	KII	KIII	J
1	0	17	1989	2655	13461	1787
2	2.5	746	1432	2539	8168	869
3	5	1475	1573	83	6353	521
4	7.5	2204	1291	890	4585	291
5	10	2933	885	446	3485	118
<b>6</b>	<b>12.5</b>	<b>3662</b>	<b>503</b>	<b>37</b>	<b>2680</b>	<b>18</b>
7	15	4391	155	265	1928	8

8	17.5	5120	168	1042	1489	119
9	20	5849	493	1640	880	183
10	22.5	6578	810	1591	324	375
11	25	7307	792	2086	1579	1075

## modul III\_1 - rezultate pe noduri

Nr. crt.	Dist	Nr. nod	KI	KII	KIII	J
1	0	102	596	5910	12627	2056
2	2.5	830	1200	5273	12993	1059
3	5	1558	1381	577	10212	727
4	7.5	2286	1089	1596	7370	413
5	10	3014	665	2099	5581	309
<b>6</b>	<b>12.5</b>	<b>3742</b>	<b>272</b>	<b>1376</b>	<b>4064</b>	<b>144</b>
7	15	4470	89	937	3138	36
8	17.5	5198	427	170	1967	2
9	20	5926	766	620	1011	62
10	22.5	6654	1127	1293	183	196
11	25	7282	2476	1042	1362	965

## Modul III\_2- rezultate pe noduri

Nr. crt.	Dist	Nr. nod	KI	KII	KIII	J
1	0	1	1730	7703	12901	1986
2	2.5	732	1358	8717	14753	1433
3	5	1463	1544	1244	11517	850
4	7.5	2194	1218	1267	8327	508
5	10	2925	758	1815	5898	297
<b>6</b>	<b>12.5</b>	<b>3656</b>	<b>333</b>	<b>1908</b>	<b>4257</b>	<b>302</b>
7	15	4387	72	1417	2457	69
8	17.5	5118	451	828	1106	12
9	20	5849	837	75	251	101
10	22.5	6580	1725	1066	2454	362
11	25	7311	2711	2117	5240	991

## Modul III\_41 - rezultate pe noduri

Nr. crt.	Dist	Nr. nod	KI	KII	KIII	J
1	0	1	412	9039	14003	2759
2	2.5	733	1365	8435	15203	1634
3	5	1465	1580	1272	11937	931
4	7.5	2197	1250	1190	8665	525

5	10	2929	759	1818	6136	303
<b>6</b>	<b>12.5</b>	<b>3661</b>	<b>282</b>	<b>1680</b>	<b>4161</b>	<b>161</b>
7	15	4393	161	1201	2688	87
8	17.5	5125	913	156	607	87
9	20	5857	1036	300	18	20
10	22.5	6589	1507	693	1650	119
11	25	7321	2184	2914	2807	623

## modul III\_52 - rezultate pe noduri

Nr. crt.	Dist	Nr. nod	KI	KII	KIII	J
1	0	1	193	10510	16317	3306
2	2.5	734	1325	8946	16343	1916
3	5	1467	1517	1363	12748	1073
4	7.5	2200	1199	828	9261	551
5	10	2933	717	2021	6387	341
<b>6</b>	<b>12.5</b>	<b>3666</b>	<b>261</b>	<b>1705</b>	<b>4335</b>	<b>181</b>
7	15	4399	159	778	2952	31
8	17.5	5123	575	469	1228	31
9	20	5865	1216	1765	189	320
10	22.5	6598	1415	1045	1594	204
11	25	7331	2324	2556	1239	536

## modul III\_61 - rezultate pe noduri

Nr. crt.	Dist	Nr. nod	KI	KII	KIII	J
1	0	1	1049	11456	15419	3071
2	2.5	735	1387	10595	17461	2191
3	5	1469	1533	2007	13603	1222
4	7.5	2203	1195	983	9667	669
5	10	2937	717	1793	6602	368
<b>6</b>	<b>12.5</b>	<b>3671</b>	<b>274</b>	<b>1679</b>	<b>4280</b>	<b>193</b>
7	15	4405	128	1162	2412	86
8	17.5	5139	506	434	783	14
9	20	5873	877	466	744	42
10	22.5	6607	1249	918	2468	187
11	25	7341	2972	574	891	749

Cu ajutorul acestor date s-a trasat graficul de variație a factorului de intensitate a tensiunii  $K_i$  pentru toate cele 11 noduri aflate de-a lungul frontului fisurii și pentru toate cele 6 lungimi ale fisurii.

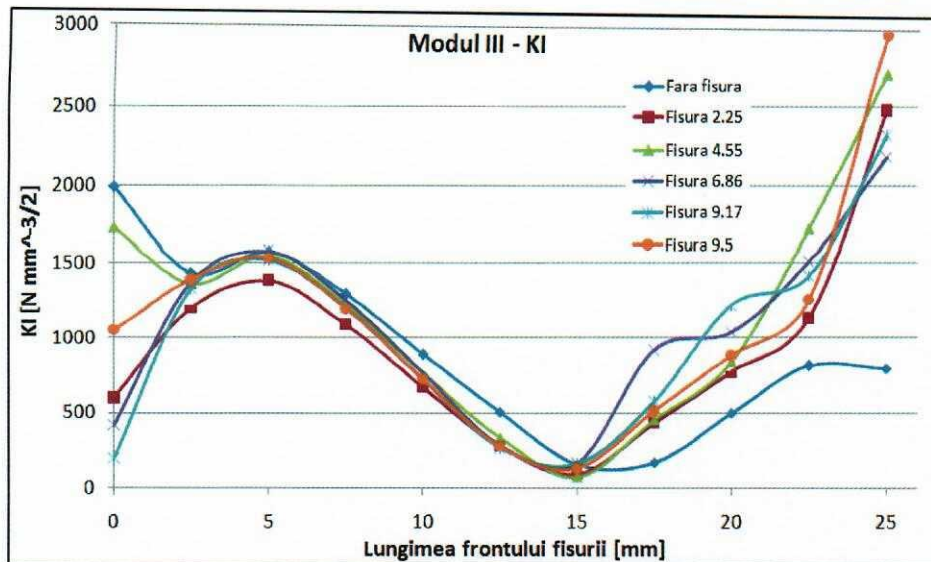


Fig. 10.22. Modul III - Variația factorului  $K_I$  pe frontul fisurii și în raport cu lungimea fisurii

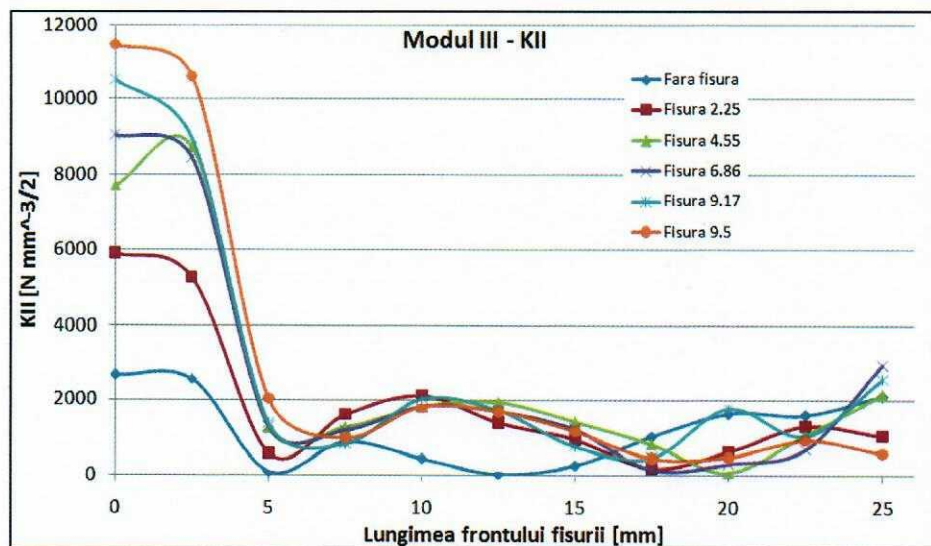


Fig. 10.23. Modul III - Variația factorului  $K_{II}$  pe frontul fisurii și în raport cu lungimea fisurii

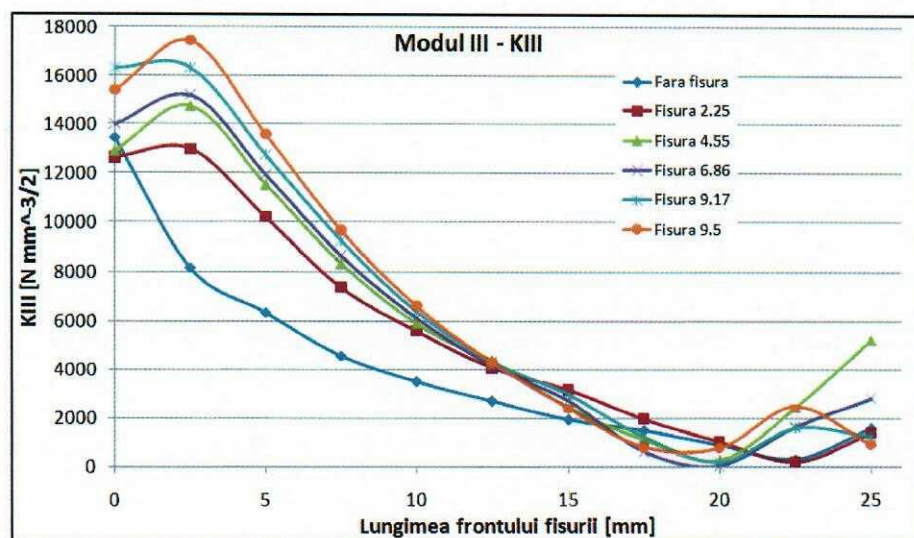


Fig. 10.24. Modul III - Variația factorului  $K_{III}$  pe frontul fisurii și în raport cu lungimea fisurii

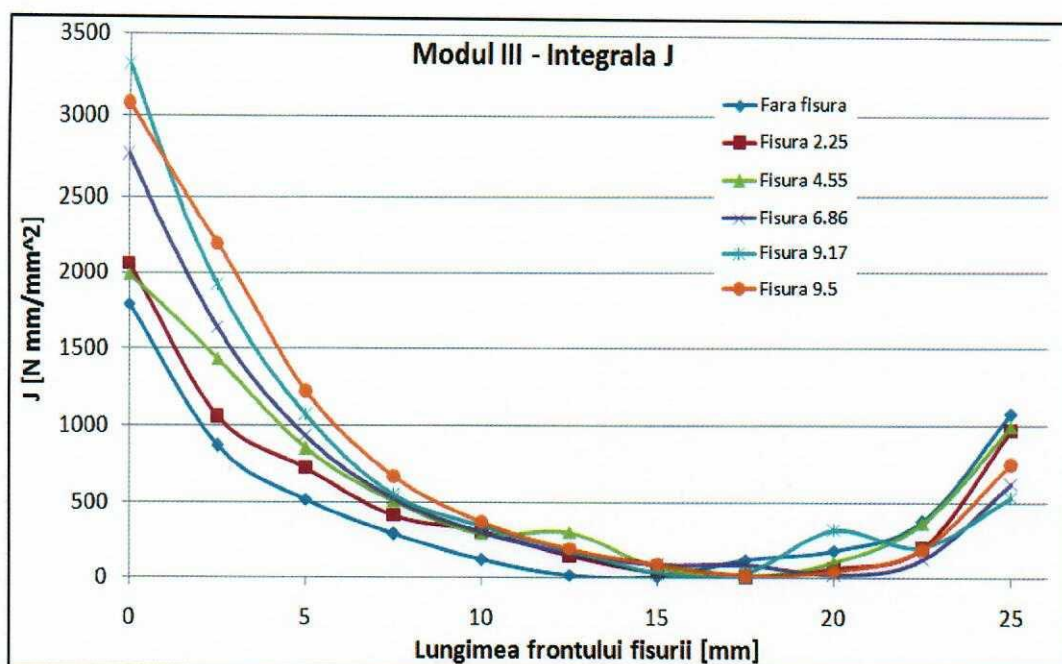


Fig. 10.25. Modul II - Variația integralei J pe frontul fisurii și în raport cu lungimea fisurii

În tabelul de mai jos s-au trecut rezultatele pentru  $K_I$ ,  $K_{II}$ ,  $K_{III}$  și integrala J pentru nodul aflat la mijlocul frontului fisurii precum și tensiunea  $\sigma_{zz}$  (valoarea maximă) și deplasarea maximă a flancurilor creștăturii - modul II de solicitare.

#### Modul III

Nume	Lungimea fisurii	$K_{I,MAX}$	$K_{II,MAX}$	$K_{III,MAX}$	$J_{MAX}$	$\sigma_{princ,MAX}$	Deplasa rea max
fișier	[mm]	[N·mm <sup>-3/2</sup> ]	[N·mm <sup>-3/2</sup> ]	[N·mm <sup>-3/2</sup> ]	[N·mm <sup>-2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[mm]
Modul III_0	13	503	37	2680	18	10513	2.34
Modul III_1	15.25	272	1376	4064	144	12593	2.41
Modul III_2	17.55	333	1908	4257	302	13364	2.54
Modul III_41	19.86	282	1680	4161	161	15372	2.71
Modul III_52	22.17	261	1705	4335	181	17200	2.9
Modul III_61	22.5	274	1679	4280	193	18769	3.09

Cu ajutorul acestor date s-au trasat graficele de variație de mai jos.

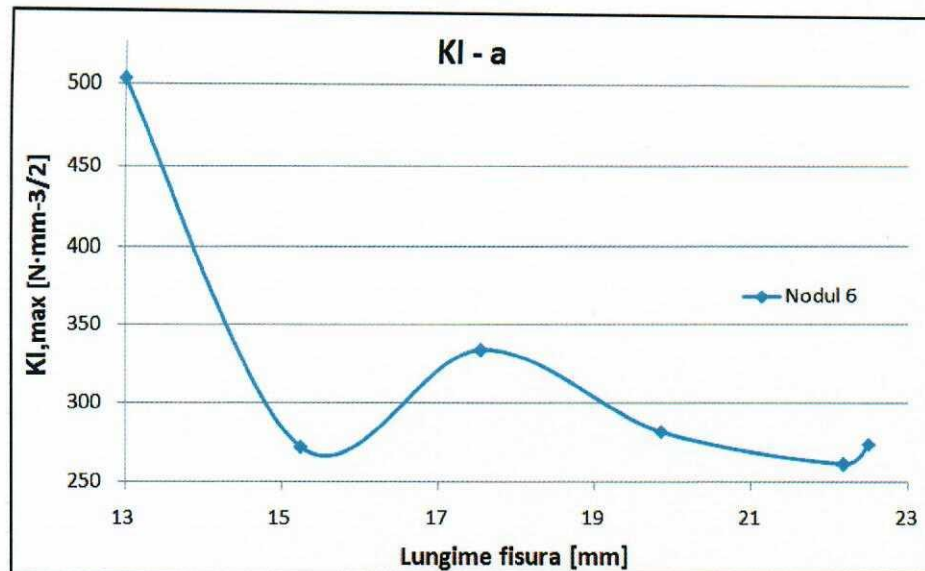


Fig. 10.26. Variația  $K_I$  în raport cu lungimea fisurii - modul III

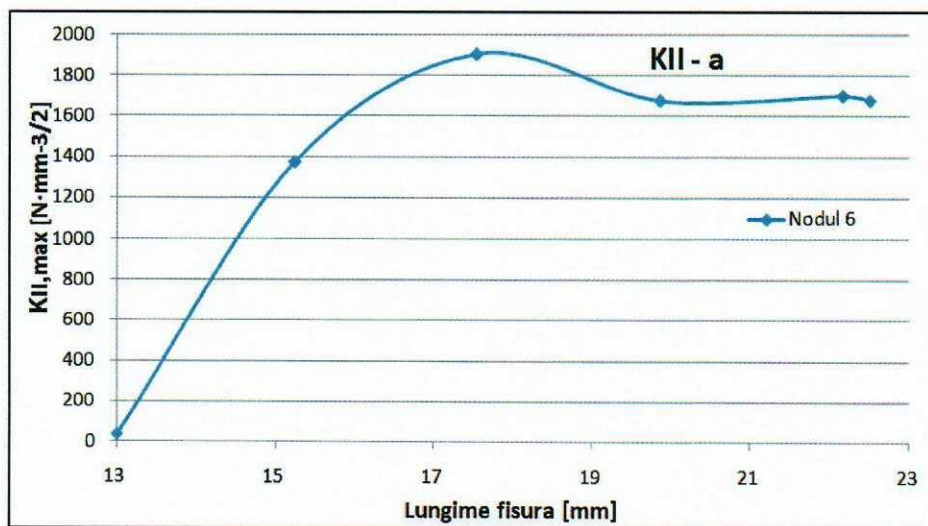


Fig. 10.27. Variația  $K_{II}$  în raport cu lungimea fisurii - modul III

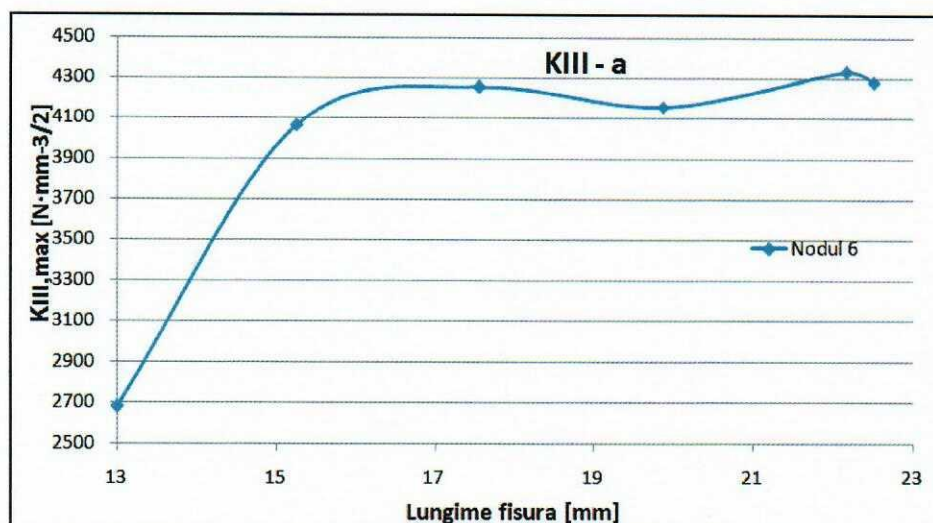


Fig. 10.28. Variația  $K_{III}$  în raport cu lungimea fisurii - modul II



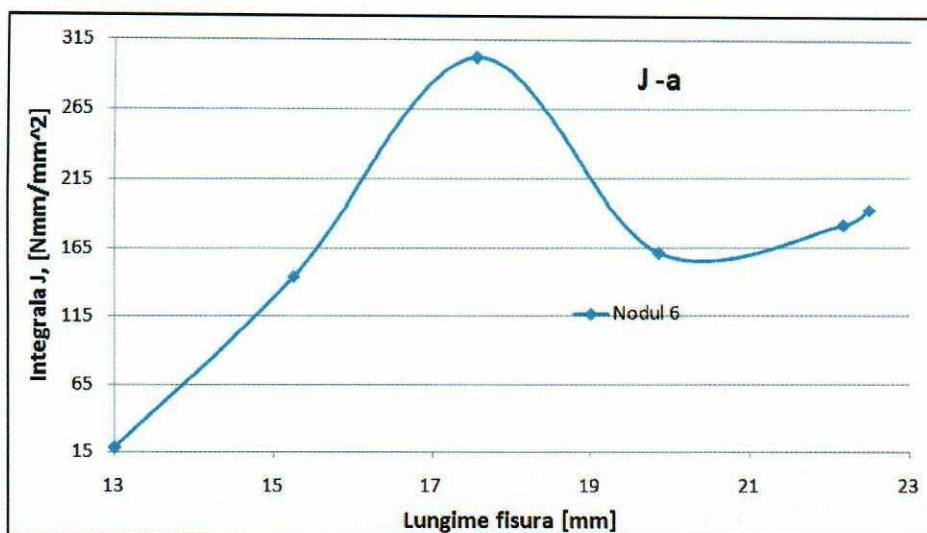


Fig. 10.29. Variația Integralei J (valoare maximă) în raport cu lungimea fisurii – modul III

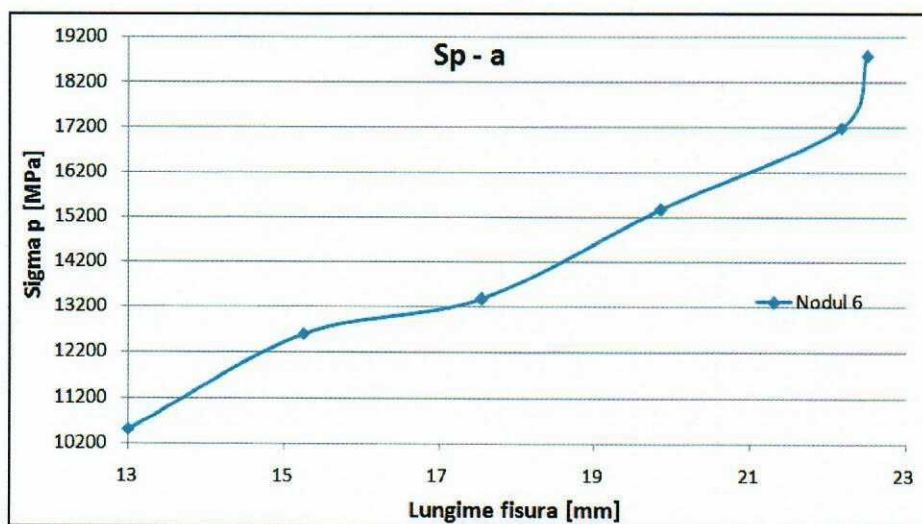


Fig. 10.30. Variația tensiunii principale maxime în raport cu lungimea fisurii – modul III

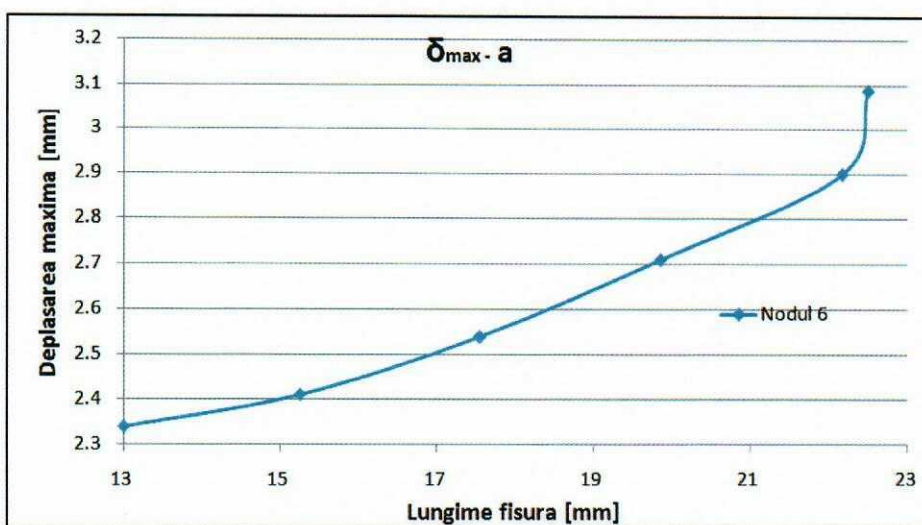


Fig. 10.31. Variația deplasării maxime în raport cu lungimea fisurii – modul III

## BIBLIOGRAFIE

- [1] J. Bluhm, Slice Synthesis of a Three Dimensional Work of Fracture Specimen for Brittle Materials Testing, In: Engineering Fracture Mechanics, vol. 7, pg. 593, 1985.
- [2] D. Broek, Elementary Engineering Fracture Mechanics, Columbus, Ohio, USA, 1978.
- [3] F.E. Buresch, W. Meyer, Relation between microstructure and Weibull distribution function of coarse grained Ceramics, In: High Tech Ceramics, part B, pg. 1197-1208, Amsterdam, 1987.
- [4] D. Cioclov, Mecanica ruperii materialelor”, Editura Academiei, București, 1977.
- [5] R.H. Dodds, Finite Element and Experimental Evaluation of the J-Integral for Short Crack, In: Fracture Mechanics, 4-th Symposium, vol. I, Theory and Analysis, 1983.
- [6] M.C. Dubourg, B. Villechaise, Analysis of Multiple Fatigue Cracks - part I”. Theory Journal of Tribology, pg. 455-461, July 1992.
- [7] I. Dumitru, L. Marșavina, Elemente de mecanica ruperii -curs- Univ. "Politehnica" Timișoara, 2000.
- [8] G. Fantozzi, Rupture de Materiaux, INSA, Lyon, 1992.
- [9] S. Gölner, Textbook of Fracture and Assessment Criteria in The Science of the Strength of Materials, Fachbuchverlag, Leipzig-Köln, 1992.
- [10] ALGOR Users’s Guide 2008

## MECANICA RUPERII - LABORATOR 11

### ANALIZA CU ELEMENTE FINITE A CORPURILOR CU FISURI CE CONȚIN PARTICULE DISPERSATE

---

11.1. *Mecanisme tehnologice pe baza cărora pot fi îmbunătățite caracteristicile de tenacitate la fisurare*

11.2. *Modelarea cu elemente finite*

11.3. *Modelare în domeniul elasto-plastic*

11.4. *Rezultate obținute*

11.5. *Concluzii*

---

#### **11.1. Mecanisme tehnologice pe baza cărora pot fi îmbunătățite caracteristicile de tenacitate la fisurare**

În această lucrare se realizează un studiu privind influența adăugării de particule (ductile sau fragile) în matricea unui material de bază. Studiile din literatura de specialitate confirmă faptul că prin dispersia de particule având alte caracteristici decât ale materialului de bază, tenacitatea la fisurare a acestuia poate crește semnificativ.

##### ***Observație importantă:***

*Dispersia particulelor în matricea materialului de bază este una aleatoare. Totuși, elemente de volum din materialul astfel obținut prezintă caracteristici fizico-chimice asemănătoare, având în vedere noile tehnologii privind cântărirea și amestecarea componentelor. Ceea ce se prezintă în această lucrare nu reprezintă posibilitatea adăugării de particule exact la vârful fisurii, așa cum se prezintă în modelare. Totuși, se cunoaște faptul că în materialele preponderent fragile pre-există microfisuri încă din procesul de elaborare. Sub solicitare – statică sau dinamică – aceste microfisuri se pot propaga transformându-se în macrofisuri. Prin propagarea lor, este iminent faptul ca aceste macrofisuri să ajungă la un moment dat în imediata vecinătate a unei particule de incluziune, așa cum este prezentat în modelare.*

Obiectivul prezentei lucrări de laborator îl constituie îmbunătățirea caracteristicilor privind posibilitatea propagării fisurii în *materialele preponderent fragile* sau în materialele ductile din cauza *solicitării peste limita de elasticitate*. Pentru atingerea acestui obiectiv trebuie avute în vedere câteva tipuri diferite de acțiuni. În primul rând se are în vedere corelația între parametrii procesului tehnologic și nivelul defectelor prezente în material în produsul final. Un alt aspect îl constituie posibilitatea îmbunătățirii caracteristicilor de tenacitate prin diferite metode care să limiteze dezavantajele fragilității și existenței micro-defectelor. Odată prezente micro-defectele în material se are în vedere posibilitatea

---

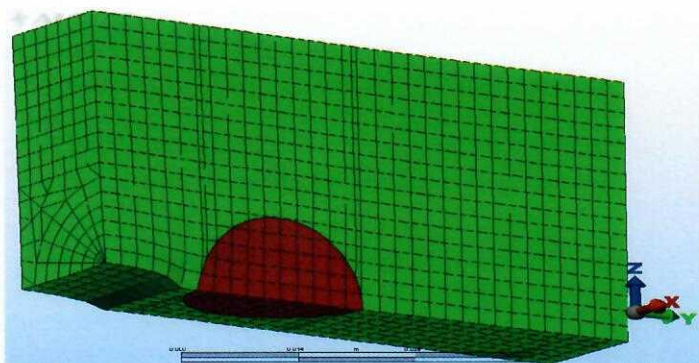
controlului propagării fisurii pornind de la nivelul defectelor critice. Se pot dezvolta mecanisme pe baza cărora o structură din material ceramic poate fi „întărită” pentru a deveni mai puțin sensibilă la pre-existența micro-fisurilor în material.

În trecut cercetările se axau pe identificarea proceselor care conduc la apariția fisurilor cât și pe mecanismele care se declanșează la propagarea unei fisuri (cele care țin de Mecanica ruperii). Este evident faptul că tehnologiile de fabricare a materialelor au evoluat foarte mult. Cu toate acestea, nu se poate pune la îndoială existența micro-fisurilor fie încă de la început fie prin apariția în exploatare. Problema care se pune este dacă existența acestor micro-fisuri poate fi tolerată fără a se compromite integritatea structurală a materialului în timpul funcționării. Rezistența solidelor fragile la propagarea fisurii poate fi puternic influențată de microstructura acestora și de adăugarea în microstructură a diferite elemente de ranforsare. Obiectivul prezentei lucrări îl constituie determinarea influenței adăugării particulelor de incluziune asupra rezistenței la fisurare.

### 11.2. Modelarea cu elemente finite

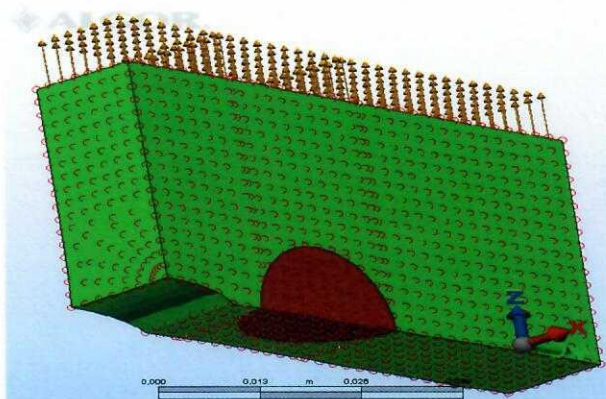
În matricea unui material ce conține microfisuri, pot fi dispersate particule cu proprietăți diferite de ale materialului de bază. În această lucrare se va determina modul în care variază tensiunile în imediata vecinătate a unei microfisuri, în raport cu prezența în apropierea acesteia a unor particule de incluziune, de formă sferică, cu diferite proprietăți. Scopul acestei analize îl constituie găsirea unei metode de a împiedica propagarea unei fisuri în materialul supus solicitărilor nefavorabile în raport cu direcția fisurii respective. Se utilizează analiza cu elemente finite (programul ALGOR-multiphysics) pentru modelarea unei fisuri centrale străpunse într-o placă solicitată monoaxial, cu dimensiunile mult mai mari decât ale fisurii. Datorită simetriei geometrice și de solicitare este suficient să analizăm 1/8 din placă aplicându-se condiții de contur corespunzătoare, fisura fiind modelată în zona centrală prin lipsa respectivelor condiții, *figura 11.1*.

Rețeaua de discretizare a fost concepută astfel încât să permită cu ușurință translatarea particulei sferice în lungul axei Y, așa cum este prezentat sistemul de axe în *figura 11.1*. Această translatare va permite studiul variației tensiunilor de la vârful fisurii în condițiile apropierii sau depărtării particulei de incluziune de vârful fisurii. Acest lucru simulează, de fapt, distanța la care se află, la un moment dat, fisura de particula de incluziune.



**Fig.11.1.** Rețeaua de discretizare-particulă

Tensiunea monoaxială la care a fost supusă placa după direcția Z, *figura 11.2*, are valoarea de 100 MPa. Pe baza lipsei condițiilor de contur în zona centrală, nodurile din această regiune se deplasează modelându-se în acest fel o fisură.



**Fig. 11.2.** Aplicarea solicitării și a condițiilor de rezemare

În *figura 11.2*, se pot vedea condițiile de contur care sunt următoarele:

- în planul de simetrie YOZ s-au împiedicat translațiile după axa X și rotațiile după axele Y și Z;
- în planul de simetrie XOY s-au împiedicat translațiile după axa Z și rotațiile după axele Y și X;
- în planul de simetrie XOZ s-au împiedicat translațiile după axa Y și rotațiile după axele X și Z;
- în zona corespunzătoare simulării fisurii, nodurilor rețelei nu li s-a impus nici o restricție, nodurile din planul XOY de aici având liberă deplasarea pe axa Z, formându-se astfel fisura ascuțită cu vârful spre nodurile împiedicate la deplasarea pe axa Z.

### 11.3. Modelare în domeniul elasto-plastic

Analiza se efectuează considerând **modelarea plastică pentru materiale de tip von Mises**, atât pentru materialul de bază cât și pentru cel al particulei de incluziune, având în vedere faptul că, în imediata vecinătate a vârfului fisurii tensiunea atinge valori care conduc la deformarea plastică zonală. Modelarea s-a făcut pe baza analizei neliniare în ceea ce privește comportarea materialelor utilizate. Astfel, s-a utilizat modelul von Mises pentru comportarea materialelor după depășirea limitei elastice care presupune o curgere uniformă a întregii regiuni care a intrat în curgere. Modelele von Mises, în ceea ce privește comportarea elasto-plastică a materialelor, sunt utilizate atunci când un material este utilizat dincolo de limita sa de curgere, apărând, în aceste condiții, o deformare plastică. Aceste modele permit definirea de către utilizator a unui anumit timp de comportare la deformare după apariția curgerii într-o anumită zonă a materialului, *figura 11.3a*. Întărirea izotropică, *figura 11.3.b*, utilizată în cadrul acestui studiu presupune curgerea uniformă a materialului în întreaga zonă în care s-a depășit limita de curgere. În program va trebui dat un modul de elasticitate „tangent” în câmpul „strain hardening” ce va fi utilizat atunci când se depășește limita de curgere.

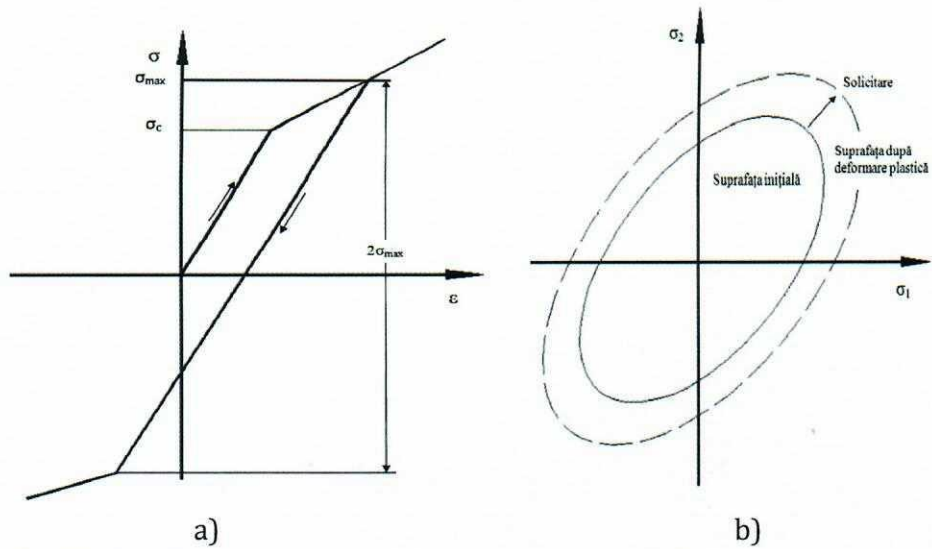


Fig. 11.3. a) Curba tensiune - deformație;

b) Deformare izotropică.

Pentru a se demonstra corectitudinea modului de încărcare, rezemare și formare a fisurii se prezintă figura 11.4. Așa cum s-a amintit, datorită simetriei geometrice și de încărcare, modelarea se efectuează pe 1/8 din modelul întreg.

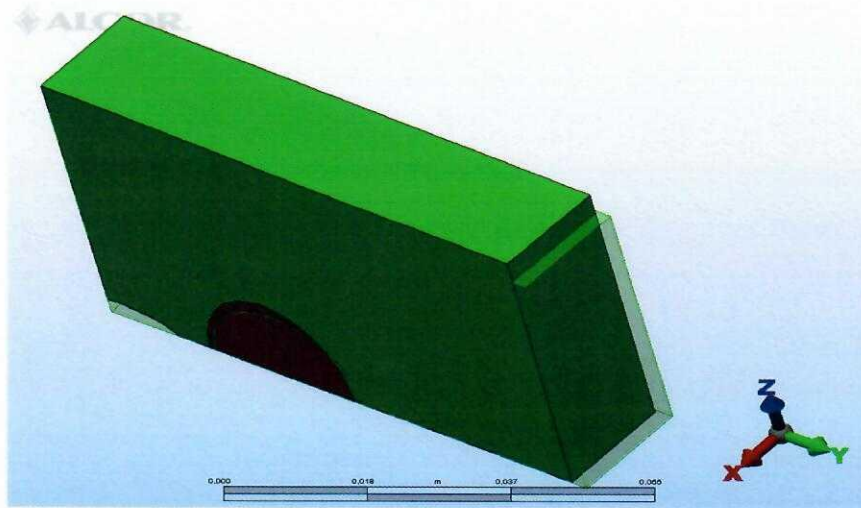


Fig. 11.4. Modul simetric de deformare

Din figura 11.4 se constată următoarele:

- modelul își mărește dimensiunea pe direcția sollicitării - se alungește;
- modelul își micșorează dimensiunea pe celelalte două direcții;
- cele trei plane pe care s-au introdus condițiile la limită nu se deplasează în raport cu poziția inițială;
- în zona centrală, ca urmare a gradelor de libertate impuse și a deformației sub sarcină constantă, se formează fisura.

Pentru a simula prezența unei particule de incluziune, modelarea acesteia s-a realizat pe baza parametrilor de material diferiți dați pentru materialul de bază și cel al incluziunii. Se utilizează două materiale pentru simularea incluziunii ale căror caracteristici, împreună cu

**Tab. 11.1.** Caracteristicile materialelor utilizate

Denumire material	Simulare	Densitate, $\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	Modul de elasticitate longitudinal, $E \cdot 10^5$ [MPa]	Coeficientul lui Poisson, $\mu$	Modulul tangent, $E_t$ [MPa]	Limita de curgere, $\sigma$ [MPa]
Oțel AISI 1006	Material de bază	7872	2,05	0,29	226	285
Aluminiu Al 1050-H14	Incluziune ductilă	2705	0,69	0,33	71	103
Beriliu	Incluziune „dură”	1844	3,03	0,07	4450	240

Din *figurile 11.5 și 11.6* se constată faptul că la vârful fisurii se depășește tensiunea de curgere pentru materialul de bază (**285 MPa**) și, ca urmare, în această zonă modelarea se face ținând cont de elasticitatea după modulul tangent.

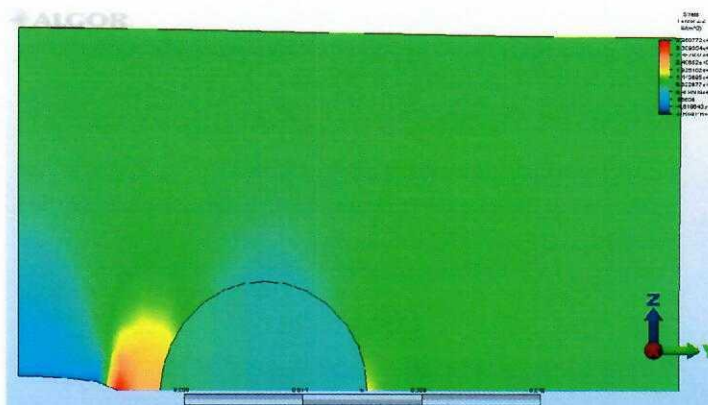
#### 11.4. Rezultate obținute

Analizând hărțile de tensiune în cazul introducerii celor două tipuri de particule de incluziune se constată următoarele:

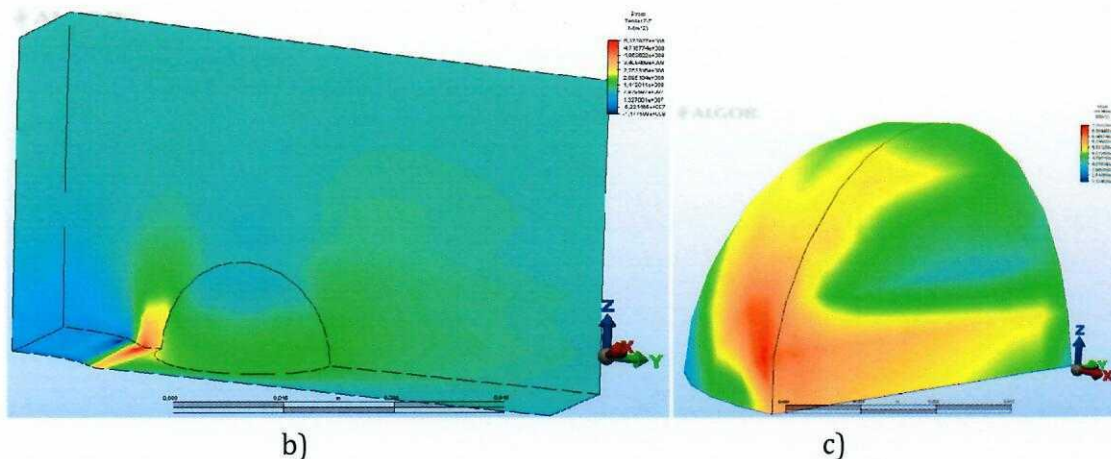
- ▶ - tensiunea maximă ce apare la vârful fisurii „coleşte” în bună măsură particula de incluziune ductilă, harta tensiunilor prezentând o discontinuitate pronunțată la granița dintre materialul de bază și cel al particulei de incluziune;
- ▶ - la incluziunea fragilă distribuția tensiunilor la granița dintre cele două materiale este mai uniformă.

##### 11.4.1. Interpretarea rezultatelor – particula ductilă – aluminiu

Din *figura 11.5* se constată faptul că are loc o creștere semnificativă a tensiunii la vârful fisurii, 388 MPa față de 315 MPa (cazul fără incluziune), în condițiile existenței în imediata vecinătate a acesteia a unei particule de incluziune cu proprietățile date mai sus.

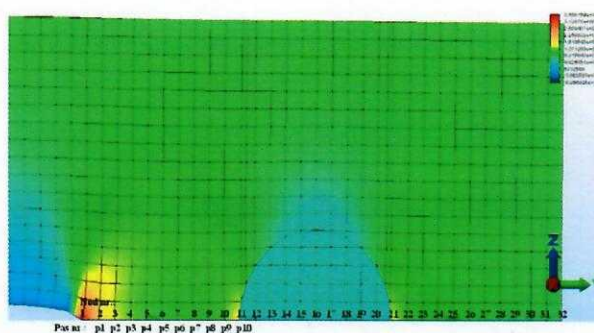


a)



**Fig. 11.5.** Harta tensiunilor pentru particula ductilă - Aluminiu, pe direcția Z a solicitării  
 a) Vedere laterală; b) Vedere spațială-fără particula de incluziune; c) Particula de incluziune

Aceeași particulă se modelează (deplasează) în poziții diferite de-a lungul axei y, în pozițiile notate cu p1, p2 ÷ p10. În figura 11.6 este reprezentată harta tensiunilor atunci când particula de incluziune este plasată cu partea frontală în poziția p8. Se constată că tensiunea la vârful fisurii rămâne în continuare mai mare decât atunci când nu exista particula de incluziune în materialul de bază, 351 MPa față de 315 MPa.



**Fig. 11.6.** Particulă de incluziune deplasata de vârful fisurii – aici poziția p10

Tensiunile  $\sigma_z$ , în fiecare din nodurile de pe direcția fisurii, figura 11.6, atunci când particula de incluziune se deplasează, trecând succesiv prin pozițiile p1 ÷ p10, sunt prezentate în tabelul 11.2. Pe baza acestor date s-au trasat, în figura 11.7, graficele de variația a tensiunii  $\sigma_z$  în raport cu distanța la vârful fisurii și pentru fiecare pas p1÷p10 de deplasare a particulei de incluziune în raport cu vârful fisurii. Pentru detalieri, în figura 11.8 s-au trasat doar graficele de variație a tensiunii  $\sigma_z$  reprezentând pasul 1 și pasul 10 privind așezarea particulei de incluziune în raport cu distanța de la vârful fisurii.

**Tab. 11.2.** Tensiuni  $\sigma_z$ - particula de aluminiu

Nr. Nod	Distanța [mm]	Fără Incl.	Cu incluziune ductilă									
			pas1	pas2	pas3	pas4	pas5	pas6	pas7	pas8	pas9	pas10
-4	0	-9.4	-9.9	-9.8	-9.8	-9.7	-9.6	-9.5	-9.5	-9.4	-9.4	-9.3
-3	2.5	-10.4	-10.4	-10.4	-10.3	-10.2	-10.1	-10.0	-9.9	-9.9	-9.9	-9.8



Analiza cu elemente finite a corpurilor cu fisuri ce conțin particule dispersate

-2	5	-12.0	-13.2	-12.8	-12.5	-12.4	-12.3	-12.2	-12.1	-12.0	-12.0	-11.9
-1	7.5	-8.0	-8.6	-8.3	-8.1	-8.1	-8.1	-8.1	-8.0	-8.0	-8.0	-8.0
0	10	-38.1	-43.1	-43.5	-42.7	-42.5	-41.5	-40.7	-40.1	-39.6	-39.2	-38.9
1	12.5	336.3	388.9	370.5	361.2	353.7	349.4	346.5	343.5	341.5	339.6	339.0
2	15	182.9	251.0	228.6	213.8	206.2	201.4	198.2	195.8	194.1	192.7	191.7
3	15	154.8	103.2	228.6	213.8	206.2	201.4	198.2	195.8	194.1	192.7	191.7
4	17.5	136.8	89.4	222.4	186.7	174.5	168.1	164.1	161.5	159.6	158.2	157.1
5	17.5	127.4	89.4	82.6	186.7	174.5	168.1	164.1	161.5	159.6	158.2	157.1
6	20	121.3	79.3	77.1	200.0	164.9	153.9	148.1	144.6	142.3	140.6	139.4
7	20	117.0	79.3	77.1	73.7	164.9	153.9	148.1	144.6	142.3	140.6	139.4
8	22.5	113.7	74.3	72.4	71.1	189.3	153.6	143.3	137.8	134.5	132.4	130.9
9	22.5	111.1	74.3	72.4	71.1	68.8	153.6	143.3	137.8	134.5	132.4	130.9
10	25	108.9	71.1	69.4	68.3	67.4	182.6	146.4	136.5	131.3	128.1	126.1
11	25	107.0	71.1	69.4	68.3	67.4	65.7	146.4	136.5	131.3	128.1	126.1
12	27.5	105.5	68.8	67.4	66.3	65.6	64.9	178.0	141.4	131.9	126.7	123.7
13	27.5	104.0	68.8	67.4	66.3	65.6	64.9	63.5	141.4	131.9	126.7	123.7
14	30	102.7	66.9	65.8	64.9	64.2	63.6	63.1	174.6	137.7	128.4	123.3
15	30	101.5	66.9	65.8	64.9	64.2	63.6	63.1	61.8	137.7	128.4	123.3
16	32.5	100.4	65.4	64.4	63.7	63.1	62.5	62.1	61.7	171.8	134.8	125.7
17	32.5	99.3	65.4	64.4	63.7	63.1	62.5	62.1	61.7	60.5	134.8	125.7
18	35	98.1	64.0	63.2	62.6	62.2	61.7	61.3	60.9	60.6	169.6	132.5
19	35	97.0	64.0	63.2	62.6	62.2	61.7	61.3	60.9	60.6	59.5	132.5
20	37.5	95.8	62.9	62.1	61.7	61.3	61.0	60.6	60.2	59.9	59.7	167.7
21	37.5	94.6	62.9	62.1	61.7	61.3	61.0	60.6	60.2	59.9	59.7	58.7
22	40	93.0	174.3	61.3	60.7	60.5	60.3	60.0	59.7	59.4	59.1	58.9
23	40	93.5	61.4	61.3	60.7	60.5	60.3	60.0	59.7	59.4	59.1	58.9
24	42.5	-9.4	131.2	171.0	60.1	59.7	59.6	59.4	59.3	59.0	58.7	58.5
25	42.5	-10.4	131.2	59.9	60.1	59.7	59.6	59.4	59.3	59.0	58.7	58.5
26	45	-12.0	119.7	129.0	168.6	59.2	58.9	58.9	58.8	58.6	58.4	58.2
27	45	-8.0	119.7	129.0	58.8	59.2	58.9	58.9	58.8	58.6	58.4	58.2
28	47.5	-38.1	112.7	118.1	127.5	166.8	58.5	58.3	58.3	58.2	58.1	57.9
29	47.5	336.3	112.7	118.1	127.5	58.0	58.5	58.3	58.3	58.2	58.1	57.9
30	50	182.9	107.9	111.5	116.9	126.3	165.4	57.9	57.8	57.8	57.8	57.7
31	50	154.8	107.9	111.5	116.9	126.3	57.4	57.9	57.8	57.8	57.8	57.7
32	52.5	136.8	104.2	107.1	110.7	116.1	125.3	164.2	57.5	57.4	57.4	57.4
33	52.5	127.4	104.2	107.1	110.7	116.1	125.3	56.9	57.5	57.4	57.4	57.4
34	55	121.3	101.2	103.7	106.5	110.0	115.4	124.6	163.3	57.1	57.0	57.1
35	55	117.0	101.2	103.7	106.5	110.0	115.4	124.6	56.5	57.1	57.0	57.1
36	57.5	113.7	98.3	100.9	103.4	106.1	109.6	114.9	124.0	162.6	56.8	56.8
37	57.5	111.1	98.3	100.9	103.4	106.1	109.6	114.9	124.0	56.2	56.8	56.8
38	60	108.9	95.5	98.4	100.8	103.2	105.8	109.2	114.5	123.6	162.1	56.6
39	60	107.0	95.5	98.4	100.8	103.2	105.8	109.2	114.5	123.6	55.9	56.6
40	62.5	105.5	92.5	95.8	98.4	100.7	103.0	105.5	108.9	114.2	123.2	161.6
41	62.5	104.0	92.5	95.8	98.4	100.7	103.0	105.5	108.9	114.2	123.2	55.7
42	65	102.7	89.2	93.1	96.1	98.6	100.7	102.9	105.4	108.7	113.9	123.0
43	65	101.5	89.2	93.1	96.1	98.6	100.7	102.9	105.4	108.7	113.9	123.0
44	67.5	100.4	85.2	90.1	93.6	96.4	98.7	100.8	102.9	105.3	108.6	113.8
45	67.5		85.2	90.1	93.6	96.4	98.7	100.8	102.9	105.3	108.6	113.8
46	70			86.5	90.9	94.1	96.7	98.8	100.8	102.9	105.3	108.5
47	70			86.5	90.9	94.1	96.7	98.8	100.8	102.9	105.3	108.5

48	72.5				87.5	91.6	94.5	96.9	99.0	100.9	102.9	105.2
49	72.5				87.5	91.6	94.5	96.9	99.0	100.9	102.9	105.2
50	75					88.4	92.2	94.9	97.2	99.2	101.0	102.9
51	75					88.4	92.2	94.9	97.2	99.2	101.0	102.9
52	77.5						89.2	92.7	95.3	97.5	99.4	101.1
53	77.5						89.2	92.7	95.3	97.5	99.4	101.1
54	80							89.9	93.2	95.7	97.7	99.5
55	80							89.9	93.2	95.7	97.7	99.5
56	82.5								90.6	93.7	96.0	98.0
57	82.5								90.6	93.7	96.0	98.0
58	85									91.2	94.1	96.4
59	85									91.2	94.1	96.4
60	87.5										91.7	94.5
61	87.5										91.7	94.5
62	90											92.2

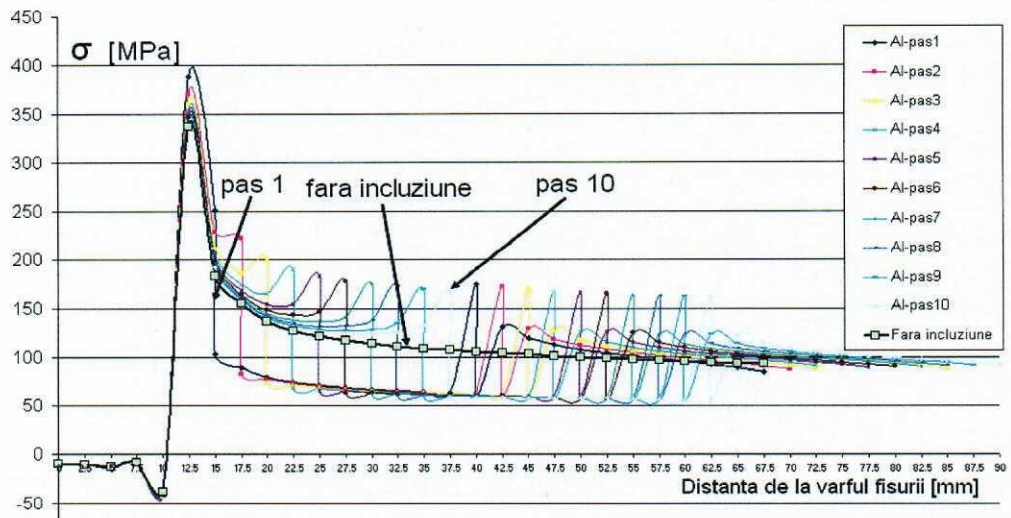


Fig. 11.7. Variația tensiunilor pe direcția sollicitării ( $\sigma_z$ ) în raport cu distanța de la vârful fisurii, în cazul deplasării particulei de Aluminiu

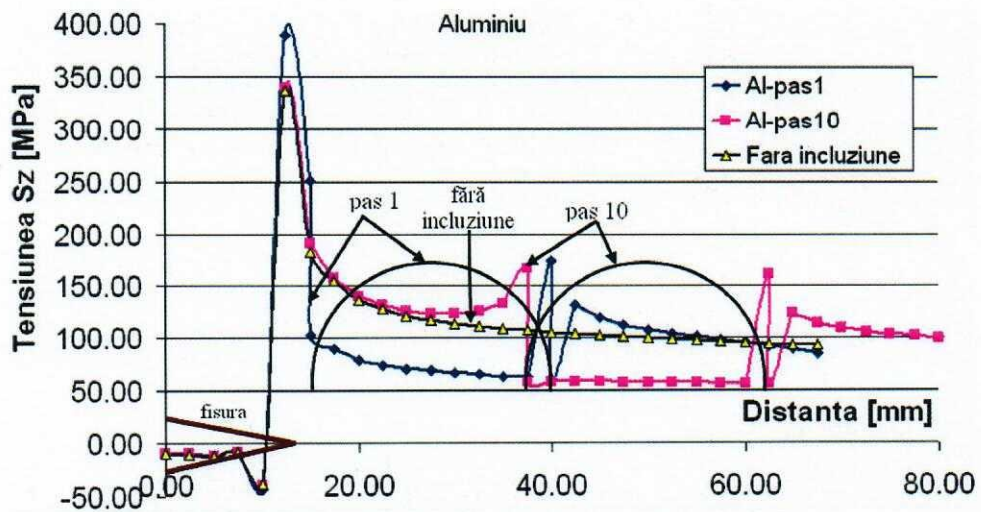


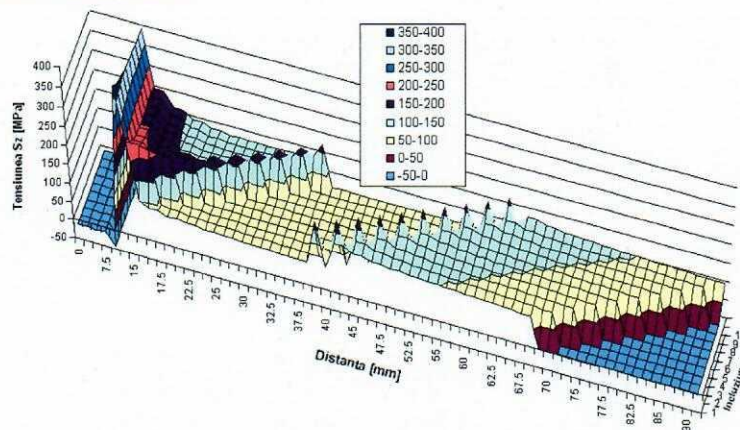
Fig. 11.8. Variația tensiunilor pe direcția sollicitării ( $\sigma_z$ ) în raport cu distanța de la vârful fisurii, *pas1 și pas10* – Aluminiu

Se constată următoarele, *figurile 11.7 și 11.8*:

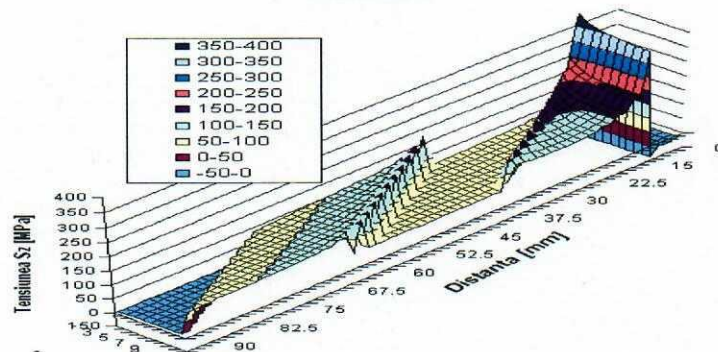
- în raport cu cazul fără incluziune, tensiunea la vârful fisurii crește puternic în cazul în care se introduce o particulă de incluziune mai moale (aluminiu) decât materialul de bază și în condițiile în care această particulă se află în imediata vecinătate a fisurii;
- chiar dacă particula de incluziune se deplasează în raport cu vârful fisurii, tensiunea rămâne mai mare în nodurile dinspre vârful fisurii față de cazul absenței incluziunii;
- în nodurile corespunzătoare prezenței particulei de incluziune tensiunea are valori mai mici decât în cazul absenței respectivei particule;
- tensiunea devine din nou mai mare în nodurile corespunzătoare zonei de material de după particula de incluziune în raport cu vârful fisurii.

Din diagrama spațială reprezentând variația tensiunii  $\sigma_z$  pe direcția fisurii cu „deplasarea” particulei de incluziune în pozițiile 1÷10 – aluminiu, dată de *figura 11.9* se constată următoarele:

- ✓ tensiunea maximă la vârful fisurii scade – nu semnificativ – odată cu deplasarea particulei de incluziune în raport cu vârful fisurii;
- ✓ se remarcă existența unei benzi de tensiune minimă ce corespunde prezenței particulei de incluziune, pentru orice pas de la 1 la 10 corespunzător deplasării particulei de incluziune;
- ✓ în afara pasului 1 și 2, pentru ceilalți pași de prezență ai particulei de incluziune, se remarcă o creștere a tensiunii  $\sigma_z$  înainte de prezența particulei;
- ✓ pentru toți pașii de la 1 la 10 se remarcă de asemenea creșteri ale tensiunii  $\sigma_z$  în zonele de după particula de incluziune.



Vederea 1



Vederea 2

**Fig. 11. 9.** Diagramă spațială reprezentând variația tensiunii  $\sigma_z$  pe direcția fisurii cu „deplasarea” particulei de incluziune în pozițiile 1÷10 – aluminiu

11.4.2. Interpretarea rezultatelor – particula fragilă - beriliu

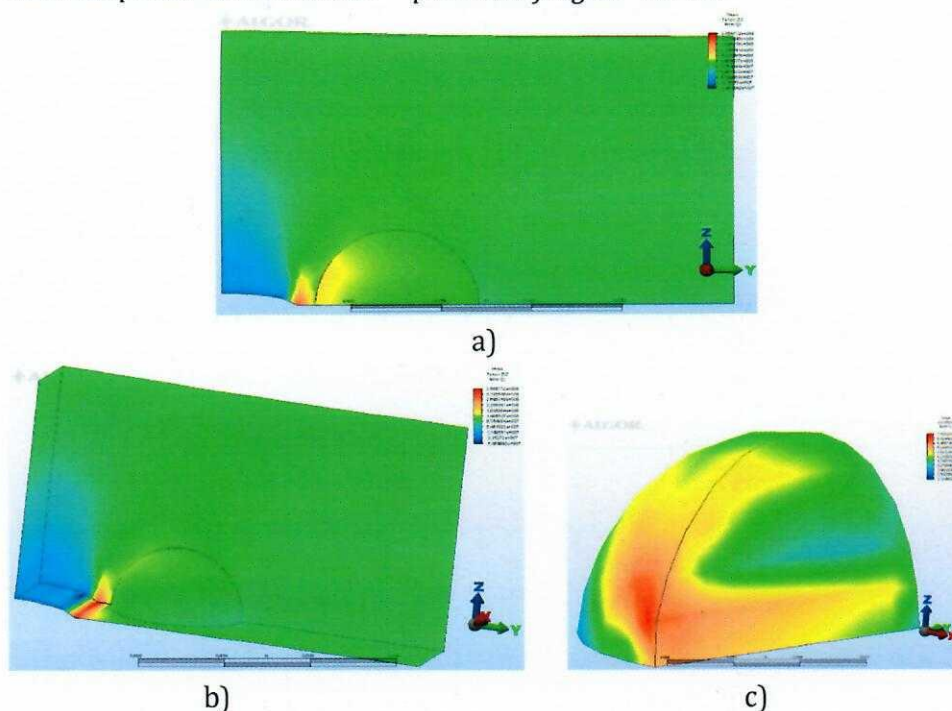


Fig. 11.10. Harta tensiunilor pentru particula „dură” –Beriliu, pe direcția Z a solicitării. Vedere laterală; b)Vedere spațială-fără particula de incluziune; c) Particula de incluziune

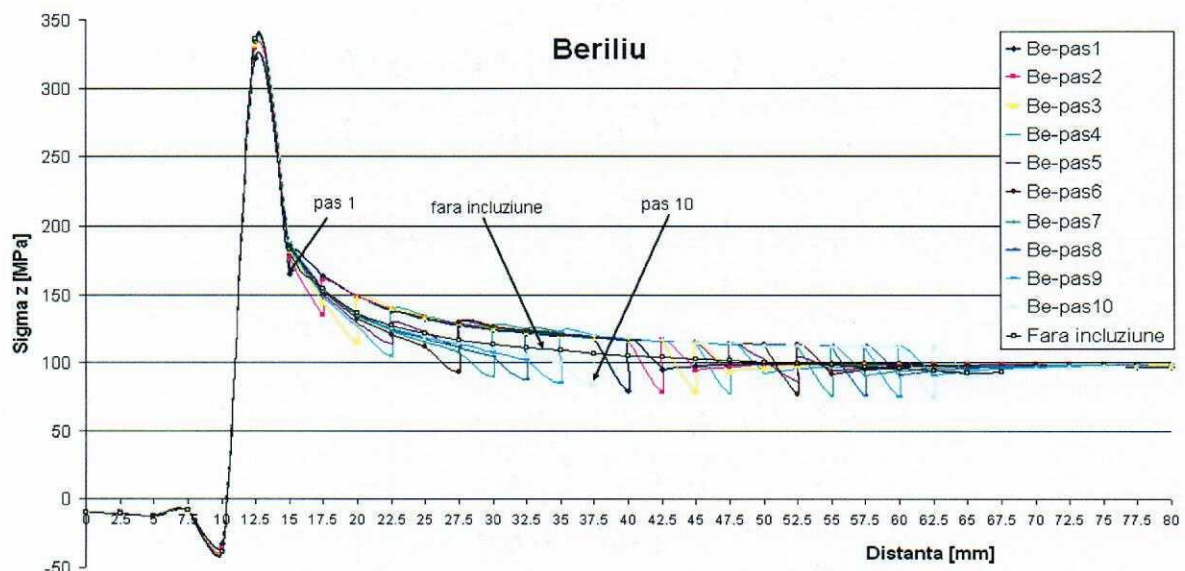
Tab. 11.3. Variația tensiunilor  $\sigma_z$  - particula de beriliu

Nr. nod	Distanța [mm]	Fără Incl.	Cu incluziune										
			pas1	pas2	pas3	pas4	pas5	pas6	pas7	pas8	pas9	pas10	
-4	0	-9.4											
-3	2.5	-10.4	-9.8	-9.8	-9.7	-9.8	-9.8	-9.8	-9.8	-9.8	-9.8	-9.8	-9.8
-2	5	-12.0	-11.7	-11.7	-11.8	-11.8	-11.8	-11.8	-11.8	-11.8	-11.8	-11.8	-11.9
-1	7.5	-8.0	-8.0	-8.0	-8.0	-8.0	-8.0	-8.0	-8.0	-8.0	-8.0	-8.0	-8.0
0	10	-38.1	-32.9	-36.3	-37.1	-37.5	-37.7	-37.9	-38.1	-38.2	-38.3	-38.4	
1	12.5	336.3	321.7	329.6	331.7	332.4	333.2	334.0	334.7	335.2	335.6	335.9	
2	15	182.9	165.4	177.2	182.1	184.6	185.8	187.0	187.7	188.1	188.5	188.9	
3	15	154.8	185.6	177.2	182.1	184.6	185.8	187.0	187.7	188.1	188.5	188.9	
4	17.5	136.8	163.4	134.9	143.7	148.2	149.9	151.7	152.5	153.1	153.5	153.8	
5	17.5	127.4	163.4	160.6	143.7	148.2	149.9	151.7	152.5	153.1	153.5	153.8	
6	20	121.3	147.7	148.3	115.0	126.2	129.3	132.4	133.7	134.4	134.9	135.3	
7	20	117.0	147.7	148.3	147.1	126.2	129.3	132.4	133.7	134.4	134.9	135.3	
8	22.5	113.7	138.3	139.1	139.5	104.8	113.0	121.1	123.1	124.3	125.0	125.5	
9	22.5	111.1	138.3	139.1	139.5	139.2	130.2	121.1	123.1	124.3	125.0	125.5	
10	25	108.9	132.1	132.8	133.4	133.8	122.5	111.3	115.2	117.2	118.3	119.0	
11	25	107.0	132.1	132.8	133.4	133.8	122.5	111.3	115.2	117.2	118.3	119.0	
12	27.5	105.5	127.7	128.2	128.7	129.2	111.4	93.6	107.2	111.0	113.0	114.1	
13	27.5	104.0	127.7	128.2	128.7	129.2	129.6	129.9	107.2	111.0	113.0	114.1	
14	30	102.7	124.3	124.7	125.1	125.5	126.0	126.4	90.1	104.1	107.8	109.8	

Analiza cu elemente finite a corpurilor cu fisuri ce conțin particule dispersate

15	30	101.5	124.3	124.7	125.1	125.5	126.0	126.4	126.8	104.1	107.8	109.8
16	32.5	100.4	121.7	122.0	122.3	122.6	123.0	123.4	123.7	87.3	101.6	105.3
17	32.5	99.3	121.7	122.0	122.3	122.6	123.0	123.4	123.7	124.2	101.6	105.3
18	35	98.1	119.7	119.9	120.0	120.2	120.5	120.8	121.2	121.5	85.1	99.6
19	35	97.0	119.7	119.9	120.0	120.2	120.5	120.8	121.2	121.5	122.1	99.6
20	37.5	95.8	118.1	118.2	118.2	118.3	118.5	118.7	119.0	119.3	119.7	83.3
21	37.5	94.6	118.1	118.2	118.2	118.3	118.5	118.7	119.0	119.3	119.7	120.3
22	40	93.0	79.8	116.8	116.9	116.8	116.9	117.0	117.2	117.4	117.8	118.1
23	40	93.5	117.3	116.8	116.9	116.8	116.9	117.0	117.2	117.4	117.8	118.1
24	42.5	-9.4	94.8	79.0	115.7	115.7	115.7	115.6	115.7	115.9	116.1	116.4
25	42.5	-10.4	94.8	116.3	115.7	115.7	115.7	115.6	115.7	115.9	116.1	116.4
26	45	-12.0	97.6	94.0	78.3	114.8	114.7	114.6	114.5	114.6	114.8	115.0
27	45	-8.0	97.6	94.0	115.4	114.8	114.7	114.6	114.5	114.6	114.8	115.0
28	47.5	-38.1	98.8	96.9	93.2	77.6	95.7	113.8	113.7	113.6	113.7	113.8
29	47.5	336.3	98.8	96.9	93.2	114.5	114.2	113.8	113.7	113.6	113.7	113.8
30	50	182.9	99.2	98.2	96.2	92.6	102.9	113.2	113.0	112.9	112.9	112.9
31	50	154.8	99.2	98.2	96.2	92.6	102.9	113.2	113.0	112.9	112.9	112.9
32	52.5	136.8	99.3	98.7	97.6	95.6	86.1	76.6	112.6	112.4	112.3	112.2
33	52.5	127.4	99.3	98.7	97.6	95.6	104.5	113.3	112.6	112.4	112.3	112.2
34	55	121.3	99.2	98.8	98.2	97.1	94.4	91.6	76.2	112.1	111.9	111.8
35	55	117.0	99.2	98.8	98.2	97.1	94.4	91.6	112.8	112.1	111.9	111.8
36	57.5	113.7	99.1	98.8	98.4	97.8	96.3	94.8	91.2	75.8	111.7	111.5
37	57.5	111.1	99.1	98.8	98.4	97.8	96.3	94.8	91.2	112.4	111.7	111.5
38	60	108.9	98.9	98.8	98.5	98.1	97.3	96.4	94.5	90.9	75.6	111.4
39	60	107.0	98.9	98.8	98.5	98.1	97.3	96.4	94.5	90.9	112.1	111.4
40	62.5	105.5	98.7	98.7	98.5	98.3	97.7	97.2	96.2	94.2	90.7	75.3
41	62.5	104.0	98.7	98.7	98.5	98.3	97.7	97.2	96.2	94.2	90.7	111.8
42	65	102.7	98.5	98.5	98.5	98.3	98.0	97.7	97.0	96.0	94.0	90.5
43	65	101.5	98.5	98.5	98.5	98.3	98.0	97.7	97.0	96.0	94.0	90.5
44	67.5	100.4	98.3	98.4	98.4	98.4	98.1	97.9	97.5	96.9	95.8	93.9
45	67.5		98.3	98.4	98.4	98.4	98.1	97.9	97.5	96.9	95.8	93.9
46	70		98.1	98.3	98.4	98.4	98.2	98.1	97.8	97.4	96.8	95.7
47	70		98.1	98.3	98.4	98.4	98.2	98.1	97.8	97.4	96.8	95.7
48	72.5		97.8	98.1	98.3	98.4	98.3	98.2	98.1	97.8	97.4	96.7
49	72.5		97.8	98.1	98.3	98.4	98.3	98.2	98.1	97.8	97.4	96.7
50	75		97.5	97.9	98.2	98.3	98.3	98.4	98.2	98.0	97.7	97.3
51	75		97.5	97.9	98.2	98.3	98.3	98.4	98.2	98.0	97.7	97.3
52	77.5		97.1	97.6	98.0	98.3	98.3	98.4	98.4	98.3	98.0	97.7
53	77.5		97.1	97.6	98.0	98.3	98.3	98.4	98.4	98.3	98.0	97.7
54	80		96.6	97.3	97.8	98.2	98.3	98.5	98.5	98.4	98.3	98.1
55	80.0		96.6	97.3	97.8	98.2	98.3	98.5	98.5	98.4	98.3	98.1
56	82.5			96.9	97.6	98.1	98.3	98.5	98.6	98.6	98.5	98.3
57	82.5			96.9	97.6	98.1	98.3	98.5	98.6	98.6	98.5	98.3
58	85				97.3	97.9	98.2	98.6	98.7	98.7	98.7	98.6

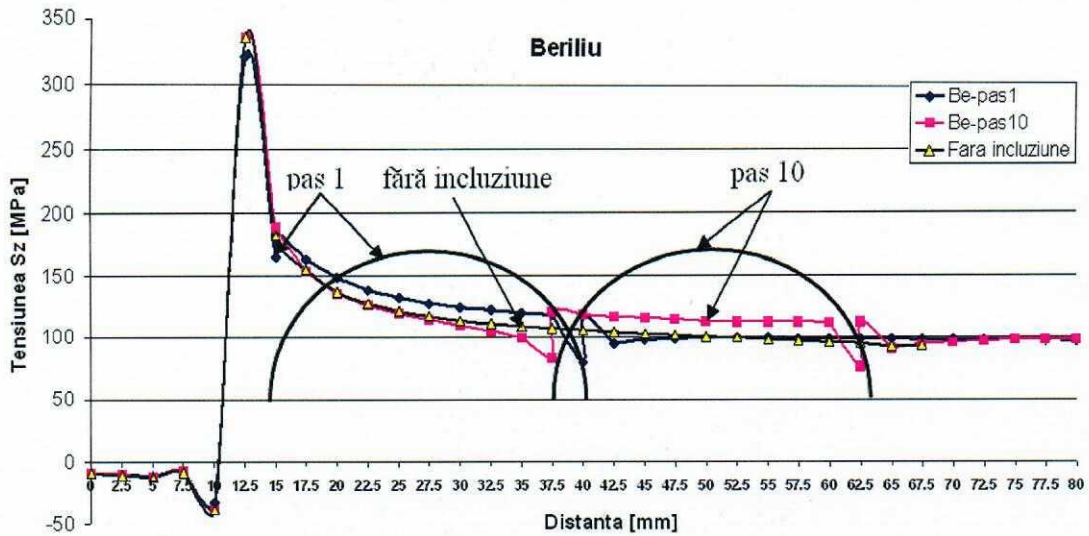
59	85				97.3	97.9	98.2	98.6	98.7	98.7	98.7	98.6
60	87.5					97.7	98.1	98.5	98.7	98.8	98.8	98.8
61	87.5					97.7	98.1	98.5	98.7	98.8	98.8	98.8
62	90						49.3	98.5	98.8	98.9	99.0	99.0
63	90						49.3	98.5	98.8	98.9	99.0	99.0
64	92.5							98.4	98.8	99.0	99.1	99.1
65	92.5							98.4	98.8	99.0	99.1	99.1
66	95								98.8	99.1	99.3	99.3
67	95								98.8	99.1	99.3	99.3
68	97.5									99.1	99.4	99.5
69	97.5									99.1	99.4	99.5
70	100										99.5	99.6
71	100										99.5	99.6
72	102.5											99.8
73	102.5											99.8



**Fig. 11.11.** Variația tensiunilor pe direcția solicitării ( $\sigma_z$ ) în raport cu distanța de la vârful fisurii, în cazul deplasării particulei de Beriliu

Se constată următoarele, *figura 11.11* și *figura 11.12*:

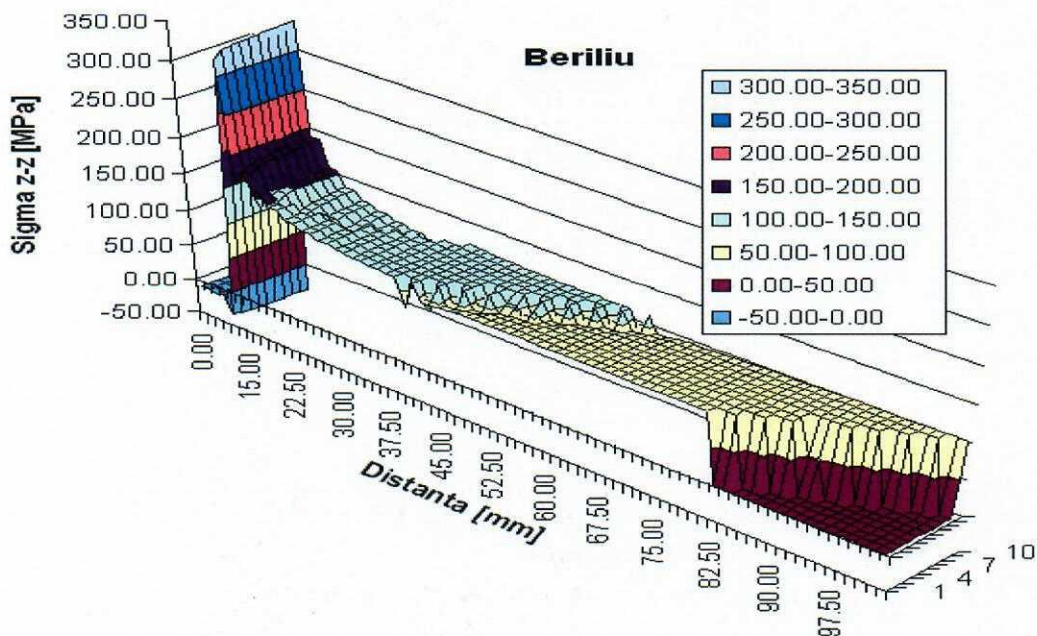
- în raport cu cazul fără incluziune, tensiunea la vârful fisurii este mai mică în cazul în care se introduce o particulă de incluziune mai dură decât materialul de bază și în condițiile în care această particulă se află în imediata vecinătate a fisurii;
- chiar dacă particula de incluziune se deplasează în raport cu vârful fisurii, tensiunea rămâne mai mică în nodurile dinspre vârful fisurii față de cazul absenței incluziunii;
- în nodurile corespunzătoare prezenței particulei de incluziune tensiunea are valori mai mari decât în cazul absenței respectivei particule;
- tensiunea devine din nou mai mică în nodurile corespunzătoare zonei de material de după particula de incluziune în raport cu vârful fisurii.



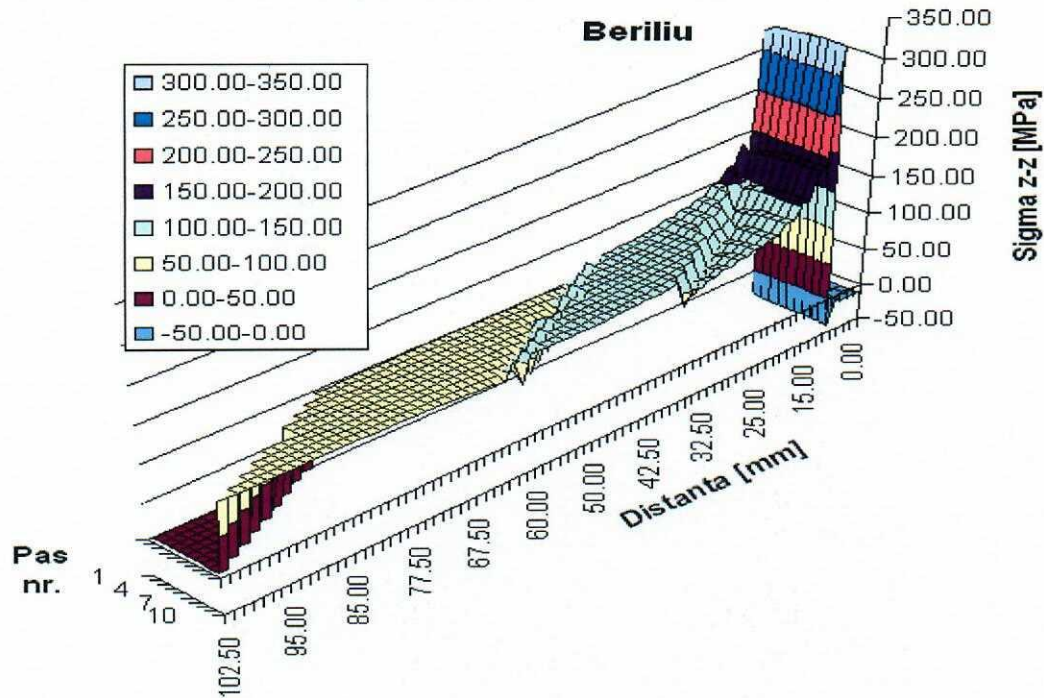
**Fig. 11.12.** Variația tensiunilor pe direcția solicitării ( $\sigma_z$ ) în raport cu distanța de la vârful fisurii, *pas1* și *pas10* - Beriliu

Din diagrama spațială reprezentând variația tensiunii  $\sigma_z$  pe direcția fisurii cu „deplasarea” particulei de incluziune în pozițiile 1÷10 – beriliu, dată de *figura 11.13* se constată următoarele:

- înainte de prezența particulei de incluziune tensiunea are tendința de scădere – *vederea 2*;
- în prezența particulei de incluziune se remarcă un palier al tensiunii  $\sigma_z$  cu valori mai mari decât cele înregistrate înaintea particulei;
- tot un palier al valorilor tensiunilor  $\sigma_z$  se remarcă și în nodurile corespunzătoare de după particula de incluziune, cu specificația că aceste valori sunt mai mici decât cele corespunzătoare nodurilor din particula de incluziune.



Vederea 1



Vederea 2

**Fig. 11. 13.** Diagramă spațială reprezentând variația tensiunii  $\sigma_z$  pe direcția fisurii cu „deplasarea” particulei de incluziune în pozițiile 1÷10 – aluminiu

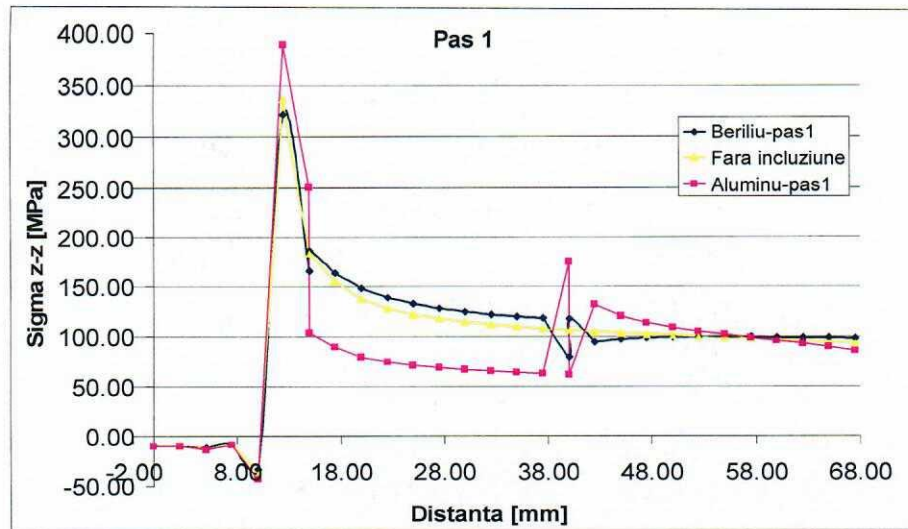
#### 11.4.3. Comparații – Aluminiu - Beriliu

*Considerații privind prezența particulei de incluziune în imediata vecinătate a vârfului fisurii – pasul 1*

Se constată faptul că, prin introducerea unei particule din incluziune dintr-un material mai moale decât materialul de bază, tensiunea la vârful fisurii crește în raport cu cazul fără incluziune, (388 MPa în raport cu 336 MPa), figura 11.14. Prin introducerea unei particule din incluziune dintr-un material mai dur decât materialul de bază, tensiunea la vârful fisurii scade în raport cu cazul fără incluziune, (321 MPa în raport cu 336 MPa).

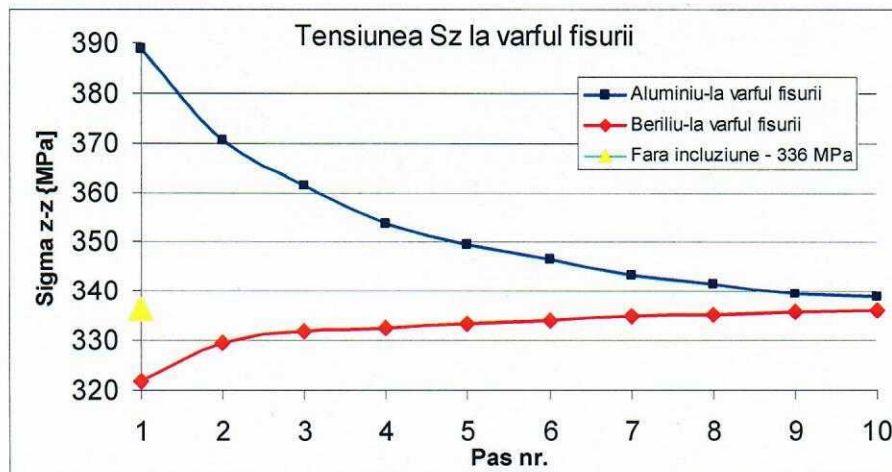
Ca urmare, dacă o microfisură preexistentă în material încă din faza de fabricare se propagă astfel încât vârful acesteia ajunge în imediata vecinătate a unei particule de incluziune ale căror caracteristici de material sunt astfel încât ea să fie mai ductilă decât materialul de bază, tensiunea la vârful respectivei fisuri va fi mai mare decât în cazul absenței particulei de incluziune. În aceste condiții există un factor suplimentar favorizant pentru propagarea în continuare a fisurii. Totuși, dacă solicitarea se aplică astfel încât drumul fisurii să treacă prin particula de incluziune, datorită caracteristicilor de material ale acesteia și datorită faptului că tensiunea, în nodurile corespunzătoare particulei de incluziune, este mai mică decât în aceleași noduri dar în cazul absenței particulei, este posibil ca fisura să se oprească chiar în această zonă. Dacă fisura „reușește” să treacă de particula de incluziune din material mai ductilă decât cel de bază, ea se va propaga în mod accelerat în continuare datorită faptului că, în nodurile corespunzătoare de după particula de incluziune tensiunile cresc din nou semnificativ.





**Fig. 11.14.** Variația tensiunii  $\sigma_z$  în funcție de distanța față de vârful fisurii – particula în pasul 1

Atunci când, prin propagarea ei, o microfisură preexistentă în material încă din faza de fabricare, ajunge în imediata vecinătate a unei particule de incluziune ale căror caracteristici de material sunt astfel încât ea să fie mai „dură” decât materialul de bază, tensiunea la vârful fisurii va fi mai mică decât în cazul absenței particulei de incluziune. În aceste condiții, este posibil ca fisura să nu se mai propage în continuare dacă ne aflăm la limita dintre propagare sau nepropagare. Totuși, dacă în aceste condiții fisura se propagă în continuare prin materialul particulei, atunci ea se va propaga în mod accelerat datorită faptului că tensiunea în nodurile corespunzătoare particulei de incluziune este mai mare decât tensiunea în aceleași noduri în condițiile absenței particulei de incluziune.



**Fig. 11.15.** Variația tensiunii  $\sigma_z$  la vârful fisurii atunci când particula se deplasează de la vârful fisurii spre exterior

Dacă fisura trece de particula de incluziune din material mai dur decât cel de bază – ceea ce este foarte probabil – este posibil ca propagarea să se oprească pentru că tensiunea din nodurile de după particula de incluziune scad în mod considerabil.

Aceleași considerații se pot face și atunci când particula de incluziune este mai depărtată de vârful fisurii cu câteva observații:

- în cazul particulei mai ductile tensiunea la vârful fisurii scade pe măsură ce particula de incluziune se depărtează de vârful fisurii, *figura 11.15*;
- în cazul particulei mai fragile tensiunea la vârful fisurii crește pe măsură ce particula de incluziune se depărtează de vârful fisurii, *figura 11.15*;

### 11.5. Concluzii

În prezenta lucrare s-a efectuat un studiu privind variația tensiunilor în materialele cu fisuri ce conțin particule dispersate având caracteristici diferite de ale materialului de bază. S-a constatat faptul că, prin dispersia unor particule din material cu proprietăți diferite în raport cu materialul de bază, în imediata vecinătate a unei fisuri, distribuția tensiunilor se schimbă.

Prin introducerea unor particule mai ductile decât materialul de bază, tensiunea de la vârful fisurii crește semnificativ (*357 MPa în raport cu 306 MPa*), în schimb scade tensiunea în zona particulei de incluziune. În aceste condiții, se poate face un studiu experimental, dintr-o astfel de perspectivă, având în vedere faptul că, deși se întrunesc condițiile pentru propagarea unei macrofisuri începând de la vârful fisurii existente, este posibil ca această propagare să se oprească în zona incluziunii.

Prin introducerea unei particule de incluziune mai „dură” decât materialul de bază, tensiunea la vârful fisurii scade (*275 MPa în raport cu 306 MPa*). În aceste condiții, deși tensiunea din zona corespunzătoare particulei de incluziune crește în raport cu cazul fără particulă, este posibil ca fisura să nu înceapă să se propage.

### BIBLIOGRAFIE

- [1] V. Goanță, O. Ciobanu, Evaluarea tensiunii critice de fisurare prin MEF pentru un material fragil ce conține particule dispersate dure, Simpozionul Național de Mecanica ruperii, vol. I, Ploiești, pg. 49-54, 1995.
- [2] A.P. Verma A.P., Effective Fracture Toughness of Particulate Composites, IE(I) Journal-MM 62, 85, p. 59-64, 2004.
- [3] A.N. Ayyar, N. Chawla, Microstructure-based modeling of crack growth in particle reinforced composites. Composites Science and Technology 66, p. 1980-1994, 2006.
- [5] D. Bremberg, G. Dhont, Automatic crack-insertion for arbitrary crack growth, Eng. Fract. Mech. 75, p. 404-416, 2008.
- [5] A. Bodnar, M. Chrzanowski, K. Nowak, P. Latus, Influence of small variations of initial defects upon crack paths in creeping plates – Continuum Damage Mechanics description, Eng. Fract. Mech. 75, p. 526-523, 2008.

## MECANICA RUPERII - LABORATOR 12

## CALCULUL INTEGRALEI J PE BAZA ANALIZEI CU ELEMENTE FINITE

---

 12.1. Conceptul integralei J
12.2. Metoda energiei pe unitatea de grosime pentru determinarea  $J_{Ic}$ 

12.3. Modelare

12.4. Rezultate obținute

12.5. Prelucrarea datelor
 

---

**12.1. Conceptul integralei J**

Integrala J, introdusă de Rice în 1968 [1], ne oferă o măsură a intensității **deformației elasto-plastice** în apropierea vârfului fisurii și reprezintă un mijloc de a caracteriza rezistența la fisurare a materialului. În cadrul acestei lucrări, folosind analiza cu elemente finite, se va calcula valoarea integralei J pentru un material dat și se va determina variația acesteia funcție de deplasarea unei particule de incluziune în raport cu vârful fisurii. O modalitate de a extinde conceptele Mecanicii ruperii din domeniul linear-elastic în domeniul elasto-plastic o reprezintă determinarea integralei J propusă de către Rice, ca o metodă de caracterizare câmpului tensiune-deformație de la vârful fisurii. Din punct de vedere teoretic acest lucru se poate face pe baza unei integrale pe o suprafață sau după o curbă ce încadrează acea suprafață, curbă luată la o distanță mare de vârful fisurii în raport cu dimensiunea acesteia. Din punct de vedere experimental această curbă poate fi luată mai aproape de vârful fisurii decât cea considerată teoretic.

Pentru definirea integralei J se pornește de la ecuația bilanțului energetic ce se stabilește în momentul propagării unei fisuri, deci a formării de noi suprafețe:

$$W = W_0 + \Delta W_e + \Delta W_\gamma - L \quad (12.1)$$

în care:

$W_0$  este energia de deformație elastică disponibilă atunci când fisura nu se propagă în timp ( $a = \text{const.}$ );

$\Delta W_e$  este variația energiei de deformație elastică ca urmare a propagării fisurii;

$\Delta W_\gamma$  este variația energiei superficiale ca urmare a formării noilor suprafețe ale fisurii în extensie;

L este lucrul mecanic al forțelor exterioare.

Relația de mai sus este valabilă atât în condițiile unor stări liniar - elastice cât și pentru o stare plastică sau neliniar - elastică, restricția de care trebuie să se țină seama în acest caz constă în aceea că, la solicitări în domeniul plastic deformațiile sunt ireversibile.

---

Instabilitatea în propagarea unei fisuri care străbate o grosime egală cu unitatea se produce atunci când este satisfăcută condiția:

$$\frac{d}{da}(L - \Delta W_e) \geq \frac{d}{da}(\Delta W_\gamma) \quad (12.2)$$

Integrala J reprezintă, prin definiție, energia disponibilă pe unitatea de suprafață a fisurii în extensie. În acest caz:

$$J = \frac{d}{da}(L - \Delta W_e) \quad (12.3)$$

sau:

$$J = \frac{dW_p}{da} \quad (12.4)$$

în care  $W_p = W_0 + \Delta W_e - L$  este energia potențială a sistemului.

Considerăm o placă având grosimea egală cu unitatea, solicitată elastic după modurile I și II. Această placă conține o fisură centrală de lungime  $2a$  la vârful căreia se consideră un contur închis  $\Gamma$ , figura 12.1.

După efectuarea unor transformări simple și după efectuarea calculelor, integrala J devine:

$$J = \int_{\Gamma} W dz - \int_{\Gamma} \frac{\partial U_i}{\partial x} ds \quad (12.5)$$

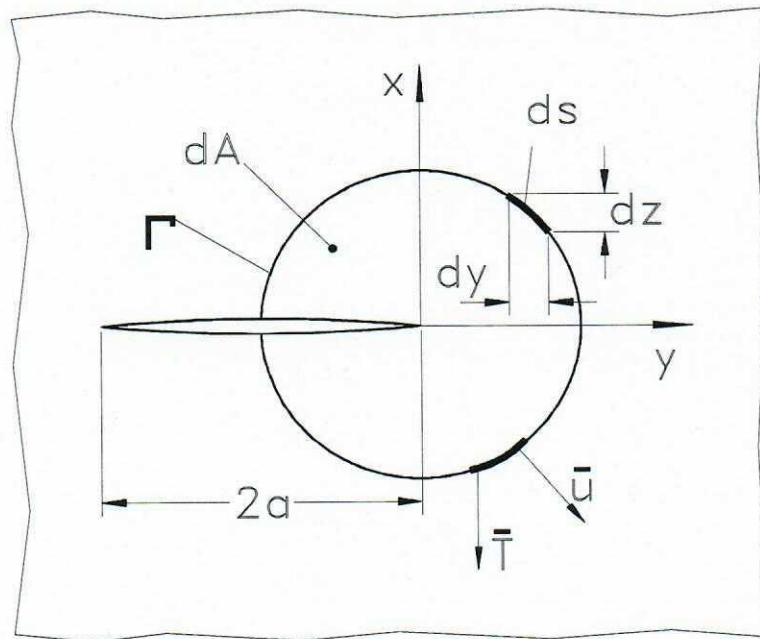


Fig. 12.1. Definiția integralei J

Se poate demonstra că valoarea acestei integrale **nu depinde de conturul parcurs** de la un flanc la celălalt al fisurii. Această din urmă observație ne va permite să alegem pentru

analiza cu elemente finite un *contur convenabil* pentru a avea cât mai puține variabile de determinat.

Pentru un comportament linear-elastic integrala J este identică cu energia disponibilă pentru propagarea fisurii pe unitatea de extensie a fisurii, G. Prin urmare, criteriul  $J_{Ic}$  de propagare a fisurii este identic cu criteriul  $K_{Ic}$ , acesta din urmă determinându-se în condiții de deformare linear-elastice.

$$J_{Ic} = G_{Ic} = \frac{(1 - \nu^2)K_{Ic}^2}{E}$$

Integrala J este definită atât pentru un comportament elastic cât și pentru un comportament elasto-plastic:

$$J = \int_{\Gamma} \left( W \cdot dy - T \frac{\partial U}{\partial x} \cdot ds \right)$$

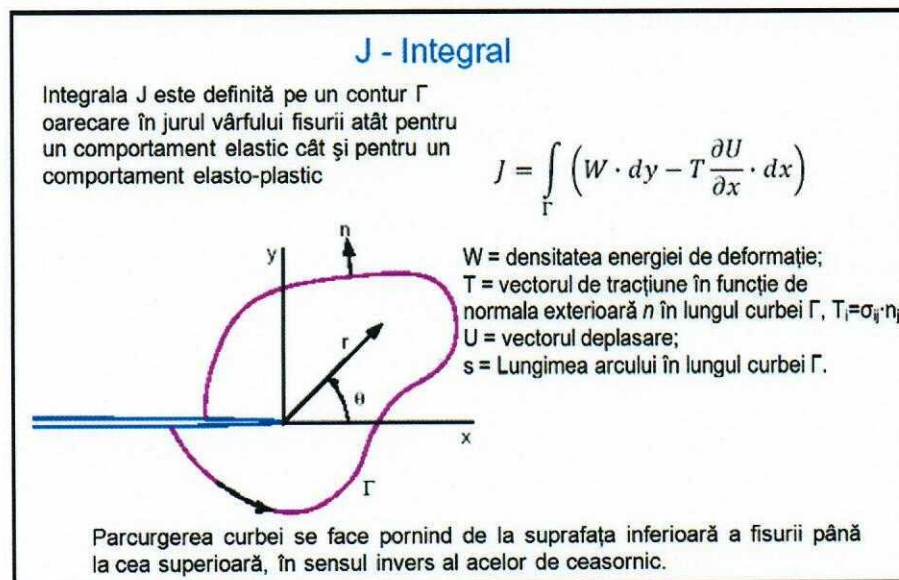
unde  $\Gamma$  este un contur oarecare în jurul vârfului fisurii. În *figura 12.1* se arată sistemul de axe cu origine la vârful fisurii și conturul curbei arbitrare  $\Gamma$ .  $W$  = densitatea energiei de deformare;

$T$  = vectorul de tracțiune în funcție de normala exterioară  $n$  în lungul curbei  $\Gamma$ ,  $T_i = \sigma_{ij} \cdot n_j$ ;

$U$  = vectorul deplasare;

$s$  = Lungimea arcului în lungul curbei  $\Gamma$ .

Din *figura 12.2* se constată că nu există o formă predefinită a curbei  $\Gamma$ , condițiile impuse acesteia fiind să ajungă de la un flanc al fisurii la celălalt și să cuprindă în interiorul ei toată zona deformată plastic din vecinătatea vârfului fisurii.



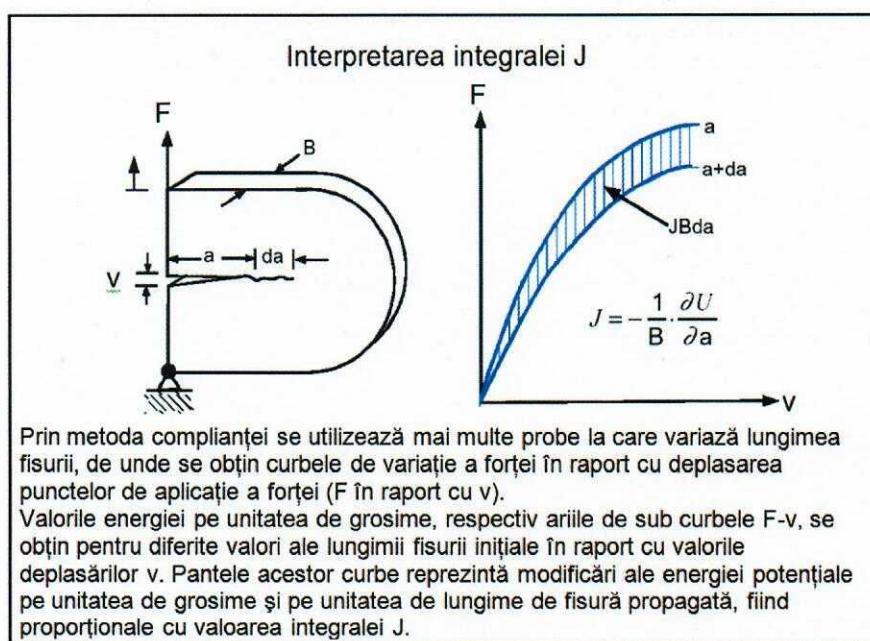
**Fig. 12.2.** Definirea integralei J

Metodologia de testare actuală este standardizată de ASTM E-813, utilizându-se fie mai multe probe identice, fiecare dintre acestea solicitându-se până la o anumită valoare a deformației, fie se utilizează o singură probă, caz în care aceasta se încarcă și se descarcă la

anumite valori ale deformației plastice. Atunci când se utilizează metoda determinării prin complianță se utilizează mai multe probe la care variază lungimea fisurii, de unde se obțin curbele de variația a forței în raport cu deplasarea punctelor de aplicație a forței ( $F$  în raport cu  $v$ ). Valorile energiei pe unitatea de grosime (aria de sub curba  $F-v$ ) se obțin pentru diferite valori ale lungimii fisurii inițiale în raport cu valorile deplasărilor  $v$ . Pantele acestor curbe reprezintă modificări ale energiei potențiale pe unitatea de grosime și pe unitatea de lungime de fisură propagată, și ca urmare integral  $J$  este dată de relația:

$$J = -\frac{1}{B} \cdot \frac{\partial U}{\partial a}$$

În figura 12.3 se prezintă un exemplu ilustrativ pentru interpretarea integralei  $J$ . Dimensiunile și formele probelor, echipamentul și procedeul de testare sunt prezentate în ASTM-E813.



**Fig. 12.3.** Metoda complianței pentru determinarea tenacității la fisurare prin integrala  $J$

Din datele analizate, figura 12.4, se calculează valorile integralei  $J$  pornind de la curba  $F$  în raport cu  $v$ . Utilizând relația  $J=A/(B \cdot v(W-a_0) \cdot f(a_0/W))$ , unde  $f(a_0/W)$  reprezintă un factor de corecție pentru a o formă dată a probei. Pe curba  $J$  în raport cu  $\Delta a$  se construiește o curbă de aproximare  $J=2 \cdot \sigma_c \cdot \Delta a$  cu  $\sigma = \frac{\sigma_c}{\sigma_{max}}$ . Se desenează o linie de aproximare pe diagrama  $J$  în raport punctele de extensie ale fisurii. Se includ numai punctele în care apare extensia fisurii. Când se produce extensia fisurii numai în zona întinsă punctul trebuie să se plaseze în partea de jos a curbei. Se elimină toate punctele care se află deasupra valorii dată de  $J_{max}=B_0 \dots$  verificarea finală a rezultatelor valabile făcându-se prin compararea dimensiunilor probei,  $B$   $B_0=W-a_0$ , după cum urmează:

$$\alpha = \frac{(a, B \text{ sau } b_0)}{\frac{J_0}{\sigma'}} \geq 25$$

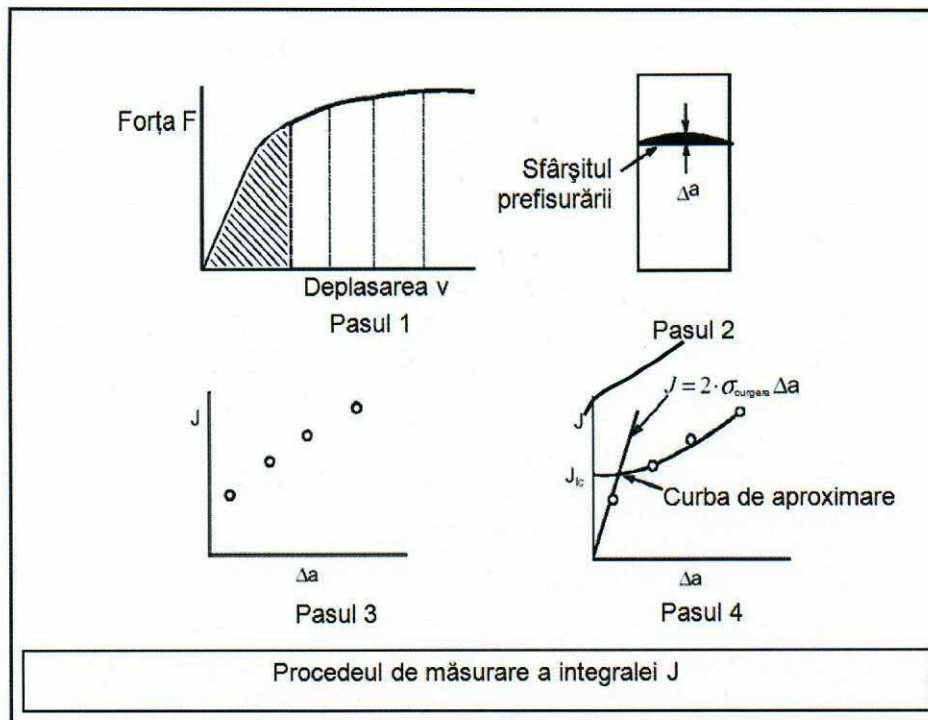


Fig. 12.4. Etapele pentru determinarea integralei J pe baza ASTM E-813

## 12.2. Metoda energiei pe unitatea de grosime pentru determinarea $J_{IC}$

Prima metodă experimentală pentru determinarea integralei J (și anume valoarea sa critică  $J_{IC}$ , în *modul I* de fisurare atunci când are loc propagarea fisurii) a fost prezentată de Begley și Landes în 1972. Metoda se bazează pe definiția integralei  $J = \left( -\frac{dW_p}{da} \right)$  și necesită evaluarea grafică a acestei expresii. Metoda este ilustrată în *figura 12.5* care prezintă schematic procedeul grafic de obținere a  $J_{IC}$ .

Acest procedeu este următorul:

1. Se trasează diagramele încărcare-deplasare pentru un număr de probe prefisurate la diferite lungimi ale fisurilor ( $a_1, a_2, a_3$ , etc.), *figura 12.5a*. Aria de sub curba încărcare-deplasare reprezintă energia pe unitatea de grosime notată cu  $W_1$ . Astfel, aria hașurată din *figura 12.5a* este egală cu termenul energetic  $W_1$  pentru proba cu lungimea fisurii  $a_3$  încărcată până la deplasarea  $v_3$ ;

2. Pentru anumite valori constante ale deplasării  $v$ , se trasează variația energiei  $W_1$  în funcție de lungimea fisurii, *figura 12.5b*;

3. Pantele negative ale curbelor  $W_1$ - $a$ , respectiv  $\left( -\frac{\partial W_1}{\partial a} \right)_{v=\text{const.}}$ , sunt trasate în raport cu deplasările, pentru orice lungime dorită a fisurii, între cea mai scurtă și cea mai lungă dintre deplasările utilizate în încercare, *figura 12.5c*. Întrucât energia de deformare elastică a probei

este egală cu energia cedată acesteia rezultă că  $\left(-\frac{\partial W_1}{\partial a}\right)_v$  este egală cu  $\left(-\frac{\partial W_a}{\partial a}\right)_v$ . În secțiunea 4.2 din curs, definiția energetică a lui J a fost dată astfel:

$$J = -\frac{dW_p}{da}$$

Întrucât pentru propagarea fisurii, în condițiile în care proba este fixată, nu se efectuează lucru mecanic prin sistemul de încărcare rezultă că:

$$J = -\left(\frac{\partial W_p}{\partial a}\right)_v = -\left(\frac{\partial W_e}{\partial a}\right)_v$$

Ca urmare, figura 12.5c prezintă în fapt curbele J-v pentru anumite lungimi ale fisurilor.

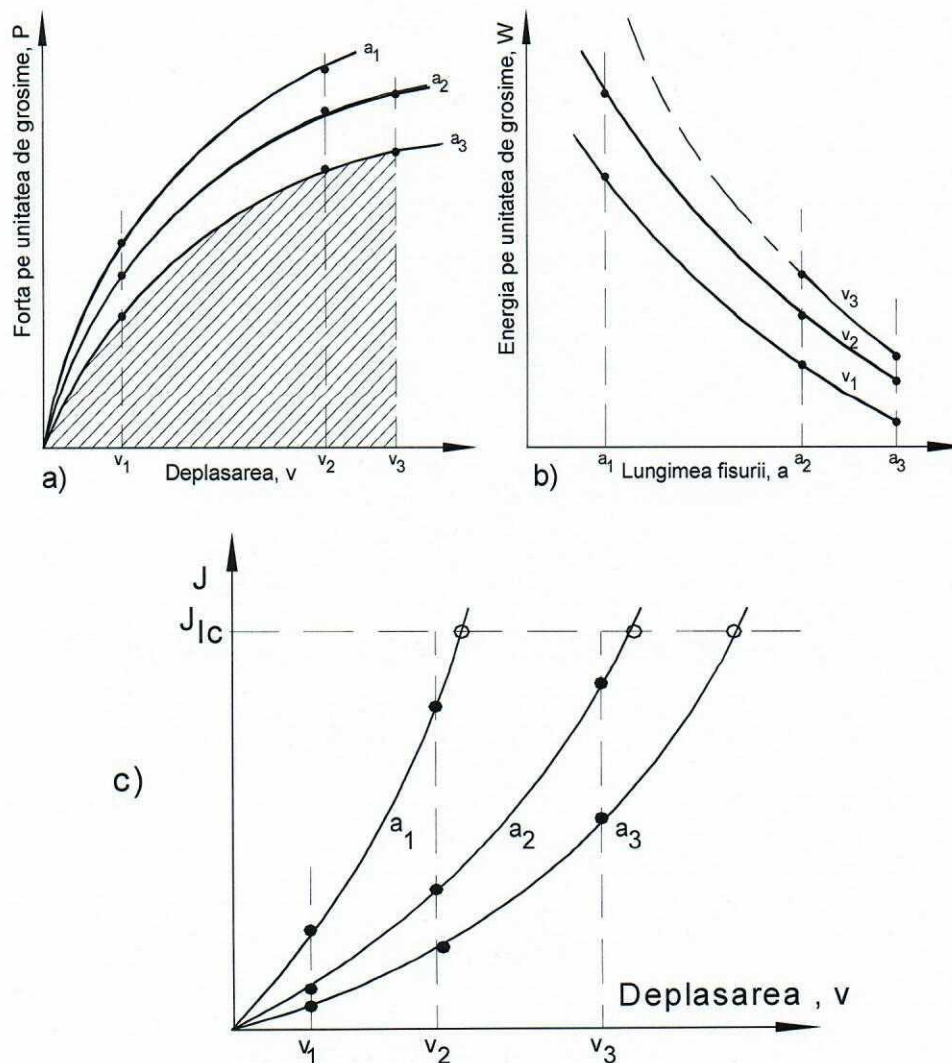


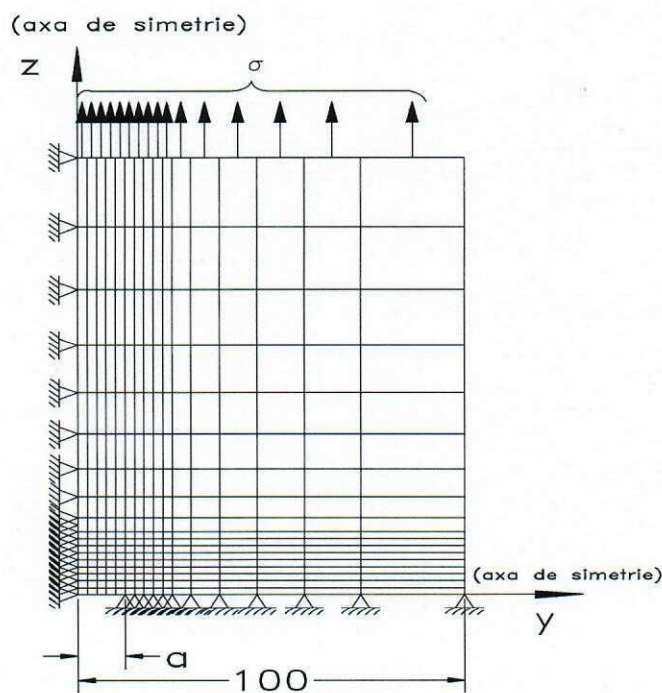
Fig. 12.5. Procedul grafic utilizat pentru determinarea  $J_{IC}$



4. Cunoașterea deplasărilor  $v$ , atunci când are loc începutul propagării fisurii, necesită determinarea  $J_{Ic}$  din curba J-v pentru fiecare lungime inițială a fisurii. În *figura 12.5c* valoarea lui  $J_{Ic}$  este prezentată schematic ca fiind constantă (caz ideal) și așa și trebuie să fie dacă admitem că integrala J este un criteriu propriu pentru începutul propagării fisurii. Punctul slab al acestei proceduri îl reprezintă determinarea deplasării critice. Pentru unele materiale, punctul de maxim al diagramei încărcare-deplasare coincide cu începutul propagării fisurii. Pentru alte materiale sunt necesare procedee suplimentare de identificare a începutului propagării fisurii. Acest procedeu implică un număr destul de mare de date utilizate și trasarea anumitor grafice care trebuie să se facă cu o acuratețe foarte bună. În aceste condiții, se pot introduce erori în fiecare pas al abordării acestei proceduri. Fiind în legătură directă cu definiția energetică a integralei J, această metodă este de referință pentru verificarea celorlalte metode.

### 12.3. Modelare

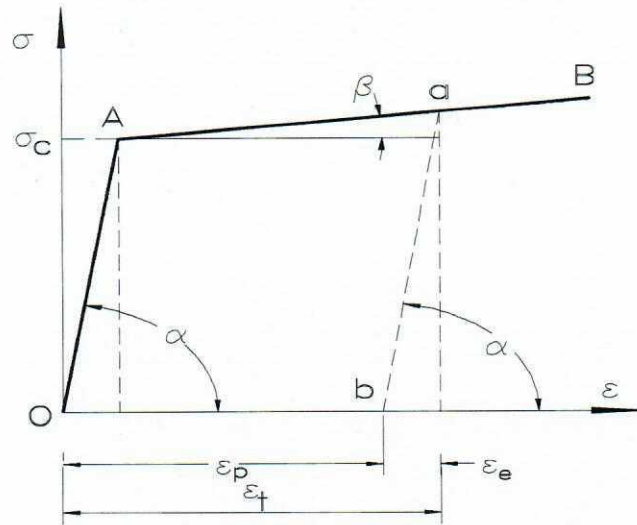
Soluția prezentată în această lucrare se referă la un model bidimensional ca cel din *figura 12.6*.



**Fig. 12.6.** Rețeaua de discretizare

Acest model este format din elemente patrulatere bidimensionale cu patru noduri. Datorită simetriei geometrice și simetriei de încărcare se analizează numai un sfert din placă ce conține o fisură centrală străpunsă. Pentru păstrarea deplasărilor, modelului inițial i se împiedică deplasările după axa z pentru toate nodurile rețelei aflate pe axa de simetrie y și deplasările după axa y pentru toate nodurile rețelei aflate pe axa de simetrie z. Fisura a fost modelată lăsând deplasarea liberă pentru toate nodurile de pe axa z care au ordonata  $z=0$  și abscisa  $y < 20$  mm. Considerând materialul omogen și izotrop, analiza cu elemente finite se

bazează pe schematizarea curbei caracteristice prin două segmente de dreaptă (figura 12.7) și anume: segmentul OA înclinat față de  $O\varepsilon$  cu unghiul  $\alpha$  ( $\operatorname{tg}\alpha=E$  - modulul de elasticitate longitudinal al materialului) și segmentul AB înclinat cu unghiul  $\beta$  ( $\operatorname{tg}\beta= E_p$  - modulul de plasticitate).



**Fig. 12.7.** Schematizarea curbei caracteristice

O diagramă de acest fel este denumită cuba caracteristică cu întărire; ea are la bază ipoteza întăririi, adică se presupune că, și după depășirea limitei de curgere deformațiile cresc proporțional cu tensiunile (evident după o dreaptă cu pantă diferită).

Datele ce caracterizează materialul folosit în cadrul analizei cu elemente finite sunt:  $E=21 \cdot 10^4$  MPa,  $\nu=0,3$ ,  $E_p = 0,7 \cdot 10^4$  MPa și  $\sigma_c = 250$  MPa.

Pentru ca indicațiile relative la tensiunile și deformațiile stabilite în fiecare nod al rețelei de discretizare să fie cât mai corecte trebuie să se țină seama de faptul că atunci când avem de-a face cu o comportare plastică de ansamblu a probei, anumite zone au deformații ireversibile. De aceea, analiza cu elemente finite se va efectua în două etape.

Intr-o primă etapă se rețin toate nodurile în care se depășește limita de curgere  $\sigma_c$ .

Se trece apoi la pasul al doilea al analizei când deplasările plastice ale diferitelor noduri se impun de la început. Se va obține o nouă stare de tensiuni în jurul fisurii care ține seama de deformațiile remanente suferite ca urmare a plasticității materialului.

Așa cum s-a afirmat, valoarea integralei  $J$  nu depinde de forma curbei  $\Gamma$  din jurul fisurii. Astfel, ne vom alege pentru aceasta traseul din figura 12.8.

Curba  $\Gamma$  aleasă cuprinde un număr  $j$  de puncte pe orizontală (BC) și un număr  $i$  de puncte pe verticală (AB + CD). Acestea se află între ele la distanța  $\Delta z = \Delta y = 2$  mm.

Având în vedere discretizarea, relația pentru integrala  $J$  va fi:

$$J = 2 \left[ \frac{dz}{E} \sum_i (\sigma_{yi}^2 - \nu \sigma_{yi} \sigma_{zi}) - \sum_j \left( \frac{dy}{E} \sigma_{yj}^2 + \frac{dy}{G} \tau_{zj}^2 \right) \right]$$

Astfel, pentru fiecare nod în parte va trebui să reținem tensiunile  $\sigma_y$ ,  $\sigma_z$  și  $\tau_z$ . Coeficientul 2 provine din simetria curbei  $\Gamma$  față de axa  $y$ .

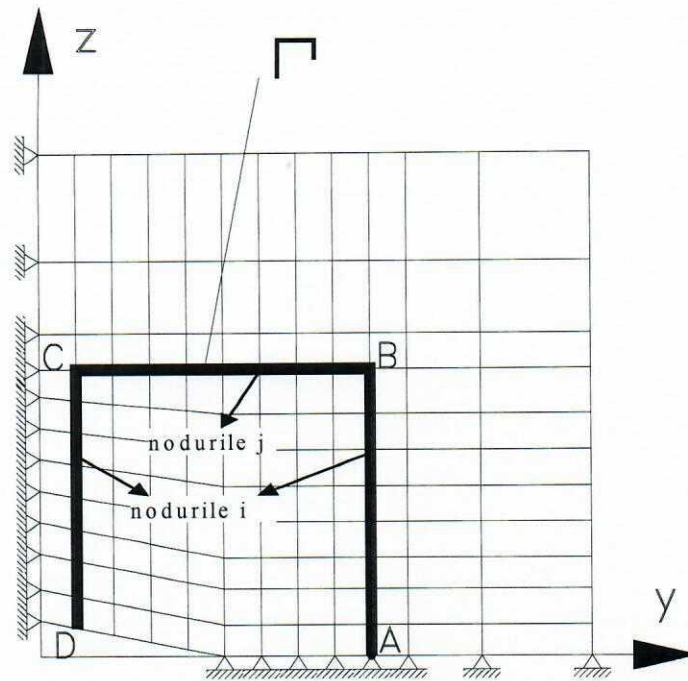
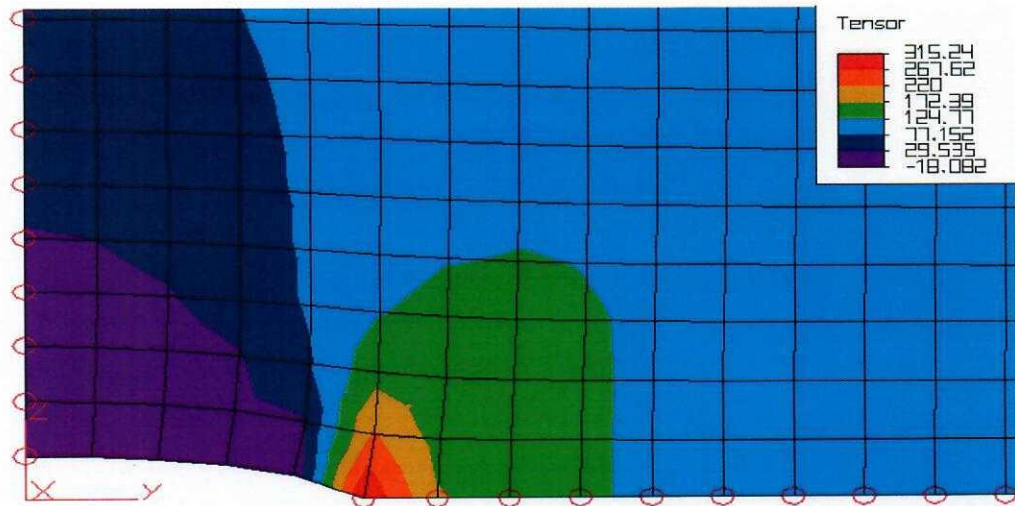


Fig. 12.8. Curba  $\Gamma$  din jurul fisurii

#### 12.4. Rezultate obținute

Analiza neliniară efectuată asupra rețelei inițiale conduce la o anumită stare de tensiuni. Tensiunile maxime din imediata vecinătate a vârfului fisurii se pot observa în figura 12.9.



SUIEW 4.30 File:s1 01/01/97 01:23 LC 1/ 1 Ou= 5 Lo= 90 La= 0 R= 0

Fig. 12.9. Reprezentarea tensiunilor maxime,  $\sigma_{zz}$

Pentru fiecare punct de pe curba  $\Gamma$  se vor reține, într-un tabel de forma 12.1, tensiunile  $\sigma_{yk}$ ,  $\sigma_{zk}$ , și  $\tau_{yzk}$ .

**Tab. 12.1.** Tensiuni reținute și modul de calcul

Nr. crt.	Nr. nod	$\sigma_{yk}$	$\sigma_{zk}$	$\tau_{zk}$	$2 \left[ \frac{dz}{E} \sum_i (\sigma_{yi}^2 - \mu \sigma_{yi} \sigma_{zi}) - \sum_j \left( \frac{dy}{E} \sigma_{yj}^2 + \frac{dy}{G} \tau_{zj}^2 \right) \right]$
					$J = 2 \left[ \frac{dz}{E} \sum_i (\sigma_{yi}^2 - \mu \sigma_{yi} \sigma_{zi}) - \sum_j \left( \frac{dy}{E} \sigma_{yj}^2 + \frac{dy}{G} \tau_{zj}^2 \right) \right]$

Pentru calculul integralei J se folosesc tabele de forma *tabelului 12.2* ce conține relații de calcul predefinite.

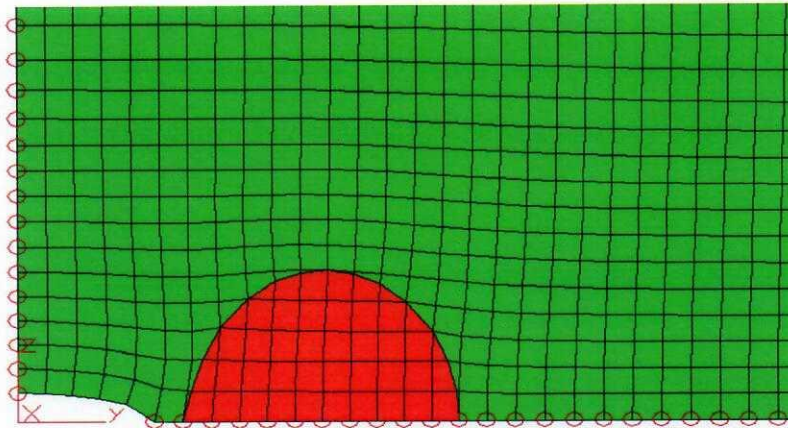
**Tab. 12.2.** Calculul integralei J

nod	Nr. crt	$\sigma_{2y}$	$\sigma_{2z}$	$\tau_{2yz}$	$\sigma_{2yi}^2$	$\sigma_{2yj}^2$	$\sigma_{2yi} * \sigma_{2zi}$	$\tau_{2yzj}^2$
3	1	-113.9	-20.54	-69.44	12973.2		2339.506	
42	2	-26.47	8.78	-17.30	700.66		-23 407	
83	3	10.88	18.74	-9.12	118.374		203.8912	
124	4	16.94	3 86	-7.44	286.963		556.6484	
163	5	14.40	50.35	0.04	207.36		725.04	
206	6	7.92	64.24	8.72	6 75808		508.9093	
245	7	1.04	74.35	16.85	1.0816	1.0816	77.324	283.92
246	8	-6.60	90.02	15.84		43.6128		250.90
247	9	-15.30	107.70	21.73		234.09		47 192
248	10	-23.29	121.00	3 64		54 4241		1065.3
249	11	-29.11	12 40	43.03		847.392		1851.5
250	12	-3 69	107.80	45.40		1068.63		2061.1
251	13	-37.11	79.16	33.11		1377.15		1096.2
252	14	-4 40	5 24	1 02		1797.76		144.48
253	15	-44.78	43.20	-0.33		2005.24		0.1059
254	16	-44.31	43.87	- 48		1963.37		6.1404
255	17	-41.91	43.56	-4.53		1756.44		20.520
256	18	-36.13	53.04	-4.39		1305.37		19.228
257	19	-28.09	77.89	5.15		789.048		26.543
258	20	-2 41	104.10	20.74		50 2081		430.14
259	21	-19.28	12 10	36.03		371.718		1298.1
260	22	-16.17	131.80	49.23		261.468		2423.5
261	23	-1 75	135.00	59.02		16 5625		3483.
262	24	-9.19	134.30	65.37		84.5296		4273.2
263	25	-5.83	131.80	69.04		33.9655		4766.5
264	26	-3.02	128.60	70.71		9.09022		4999.9
265	27	-0.86	125.40	71.06		0.73102		5049.5

266	28	0.69	12.30	70.56		0.46922		4978.7
267	29	1.70	119.60	69.57	8.93401	893401	203.4396	4839.9
228	30	5.54	119.20	71.67	30.6916		660.368	
185	31	9.62	118.50	73.02	95.8288		1140.207	
146	32	13.55	117.60	73.38	183.602		1593.48	
107	33	16.85	116.90	7.62	283.922		1969.765	
66	34	19.05	116.30	70.75	369.025		2215.515	
25	35	19.83	116.10	69.75	393.228		2302.63	
					15700.2	15161.2	14263.95	43841.
					17.8106			176.09
					<b>J=</b>	<b>193.90</b>		

În matricea de bază a materialului se introduce o particulă de incluziune pentru a studia variația integralei J la deplasarea acestei particule în raport cu vârful fisurii. Pentru a simula prezența unei particule de incluziune, confecționată din material cu proprietăți diferite de cele ale materialului de bază, în imediata vecinătate a fisurii s-a introdus o particulă cu următoarele proprietăți de material, *figura 12.10*:

- pentru materialul de bază:  $E=2,1 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$  și  $\nu=0,3$ ;
- pentru particula de incluziune:  $E=2,4 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$  și  $\nu=0,25$ .



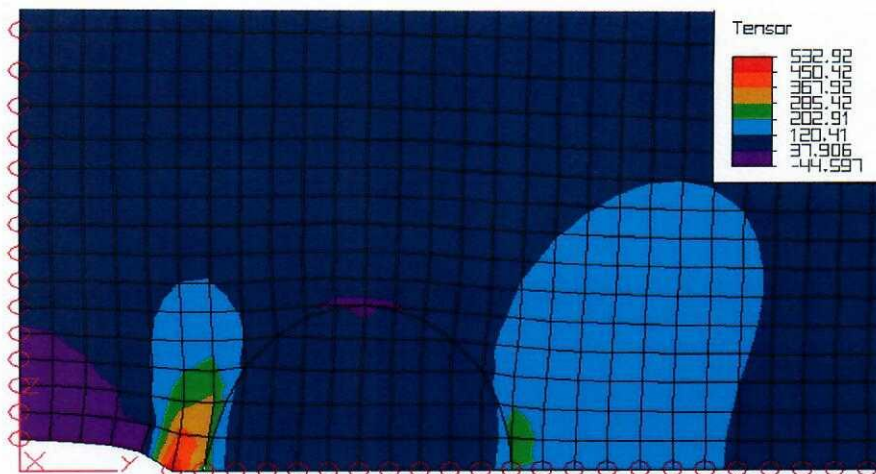
SUIEW 4.30 File:s2 01/01/97 08:25 LC 1/ 1 Uu= 5 Lo= 90 La= 0 R= 0

**Fig. 12.10.** Particula de incluziune

Tensiunile în imediata vecinătate a fisurii se modifică în raport cu cazul inițial, *figura 12.11*.

Tensiunile  $\sigma_y$ ,  $\sigma_z$  și  $\tau_{yz}$  se trec într-un tabel de forma *tabelului 12.2* ce conține relațiile de calcul prestabilite pentru calculul integralei J. *Tabelul 2* conține cazul particulei din *figura 12.11*.

Aceași particulă se modelează (deplasează) în poziții diferite de-a lungul axei y, în pozițiile notate cu s2, s3 ÷ s9. În *figura 12.12* este reprezentată harta tensiunilor atunci când particula de incluziune este plasată cu partea frontală în poziția ultimă s9.



SUIEW 4.30 File:s2 01/01/97 08:25 LC 1/ 1 Ua= 5 Lo= 90 La= 0 R= 0

Fig. 12.11. Harta tensiunilor în prezența particulei de incluziune

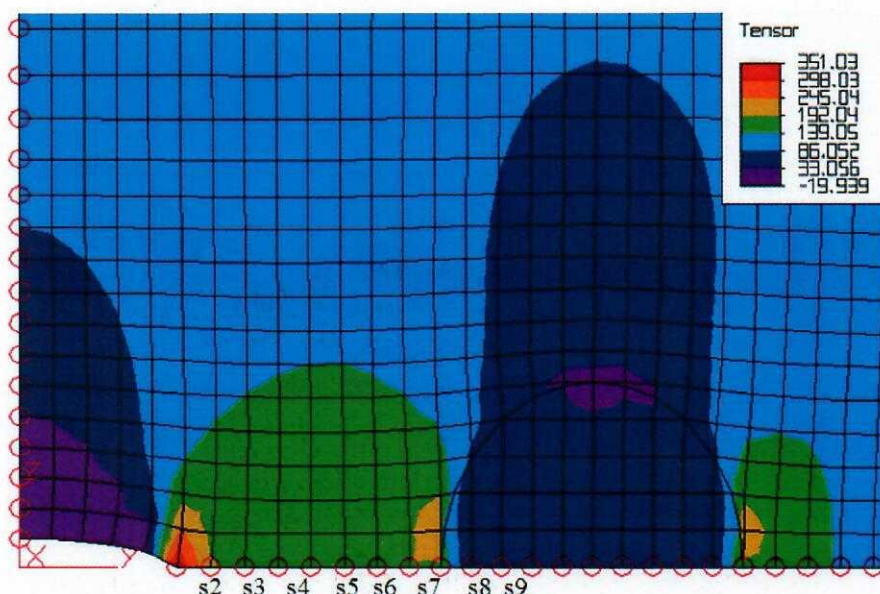


Fig. 12.12. Particulă de incluziune dură deplasată de vârful fisurii

Pentru fiecare deplasare a particulei de incluziune în pozițiile s2÷s9, tensiunile  $\sigma_y$ ,  $\sigma_z$  și  $\tau_{yz}$  se trec într-un tabel de forma *tabelului 2* din care rezultă automat pe baza relațiilor de calcul prestabilite, valoarea integralei J.

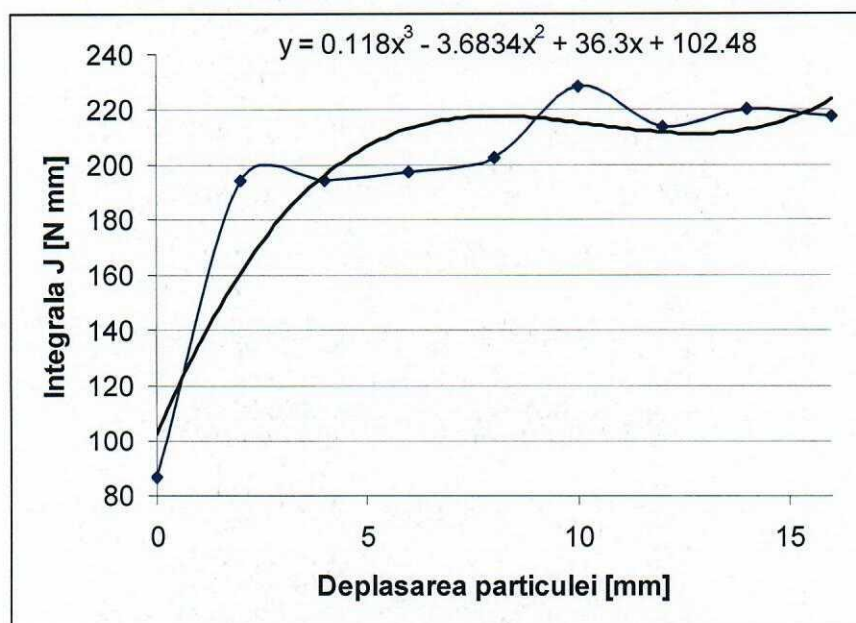
### 12.5. Prelucrarea datelor

În *tabelul 12.3* sunt date aceste valori pentru fiecare pas al deplasării particulei de incluziune.

Curba de variație a *integralei J* funcție de deplasarea particulei de incluziune este prezentată în *figura 12.13*.

**Tab. 12.3.** Prelucrarea datelor

Nr. crt.	Poziție particulă	Distanța față de frontul fisurii [mm]	Integrala J [N*mm]
0	Fără particulă	-	86,50
1	S2	2	193,91
2	S3	4	194,06
3	S4	6	197,68
4	S5	8	202,52
5	S6	10	228,16
6	S7	12	213,66
7	S8	14	219,88
8	S9	16	217,39

**Fig. 12.13.** Variația integralei J cu deplasarea particulei de incluziune

Se constată faptul că, pe măsură ce particula de incluziune se depărtează de vârful fisurii, integrala J tinde să aibă o aceeași valoare.

## BIBLIOGRAFIE

- [1] V. Goanță, V. Palihovici, Calculation of J-Integral by the Analysis of Finite Elements, Buletinul Institutului Politehnic Iași, Tomul XLV(IL), fasc. 1-2, pg. 241-248, 1999.
- [2] J.R. Rice, P.C. Paris, J.G. Merkle, Some further results of J-integral analysis and estimates. National Symposium on Fracture Mechanics; 6th; Philadelphia, PA, August 28-30, 1972.

- [3] J.R. Rice, G.F. Rosengren, Plain strain deformation near a crack tip in a power law hardening material, *J. Mech. Phys. Solids*, 16: 1-12, 1968.
- [4] J.R. Rice, A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks, *J. Appl. Mech.*, 35: 379-386, 1968.
- [5] J. R. Rice, A Path Independent Integral and the Approximate Analysis of Strain Concentration by Notches and Cracks, *Journal of Applied Mechanics*, 35, pp. 379–386, 1968
- [6] R.A. Schapery, Correspondence principles and a generalised J Integral for large deformation and fracture analysis of viscoelastic media, *Int. J. Fract.*, 25: 195-223, 1984.
- [7] G. P. Cherepanov, The propagation of cracks in a continuous medium, *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 31(3), pp. 503–512, 1967
- [8] R.F. Lee, J.A. Donovan, J-integral and crack opening displacement as crack initiation criteria in natural rubber in pure shear and tensile specimens, *Rubber chemistry and technology*, 60(4), 674–688. 1987.
- [9] M. Yoda, The J-integral fracture toughness for Mode II, *Int. J. of Fracture*, 16(4), pp. R175–R178, 1980.
- [10] J.W. Hutchinson, J. W. Singular behavior at the end of a tensile crack in a hardening material, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 16 (1): 13–31, 1968.



## MECANICA RUPERII - LABORATOR 13

### MODELAREA PROPAGĂRII FISURII ÎN MODULUI MIXT DE SOLICITARE LA INTRODUCEREA UNEI PARTICULE DE INCLUZIUNE

13.1. Moduri de propagare a fisurii

13.2. Realizarea discretizării inițiale

13.3. Modelarea fisurii centrale străpunse

13.4. Rezultate obținute

13.5. Interpretarea rezultatelor

13.6. Analiza propagării fisurii în modul mixt de solicitare

13.7. Modul mixt de solicitare și introducerea unei particule de incluziune

#### 13.1. Moduri de propagare a fisurii

O încărcare perpendiculară pe direcția de fisurare ( $90^0$ ) și pe planul fisurii produce solicitarea acesteia în modul I. O încărcare paralelă cu direcția de fisurare ( $0^0$ ) și paralelă cu planul fisurii produce solicitarea acesteia în modul II. O încărcare perpendiculară cu direcția de fisurare ( $0^0$ ) și paralelă cu planul fisurii produce solicitarea acesteia în modul III, *figura 13.1*. În *tabelul 13.1* se prezintă principalele caracteristici ale modurilor de propagare a fisurii. Aceste caracteristici sunt date ținând cont de deplasarea punctelor după rupere, inițial legate, în raport cu planul de fisurare, cu direcția de fisurare și cu frontul fisurii și ținând cont de direcția forțelor aplicate în raport cu planul de fisurare, cu direcția de fisurare și cu frontul fisurii.

**Tab. 13.1.** Caracteristici ale modurilor de propagare a fisurii

Moduri de propagare a fisurii	Deplasare puncte inițial legate	Direcția forțelor
Modul I	$\perp$ pe planul de fisurare $\perp$ pe direcția de fisurare $\perp$ pe frontul fisurii	$\perp$ pe planul de fisurare $\perp$ pe direcția de fisurare $\perp$ pe frontul fisurii
Modul II	$\parallel$ pe planul de fisurare $\parallel$ pe direcția de fisurare $\perp$ pe frontul fisurii	$\parallel$ pe planul de fisurare $\parallel$ pe direcția de fisurare $\perp$ pe frontul fisurii
Modul III	$\parallel$ pe planul de fisurare $\perp$ pe direcția de fisurare $\parallel$ pe frontul fisurii	$\parallel$ pe planul de fisurare $\perp$ pe direcția de fisurare $\parallel$ pe frontul fisurii

Pentru o înclinare intermediară între încărcare și direcția de fisurare solicitarea este în **modul mixt**. În vederea stabilirii stării de tensiune din imediata vecinătate a fisurii pentru modul mixt de solicitare, se recurge la analiza cu elemente finite pe baza programului ALGOR, partea de analiză elastică.

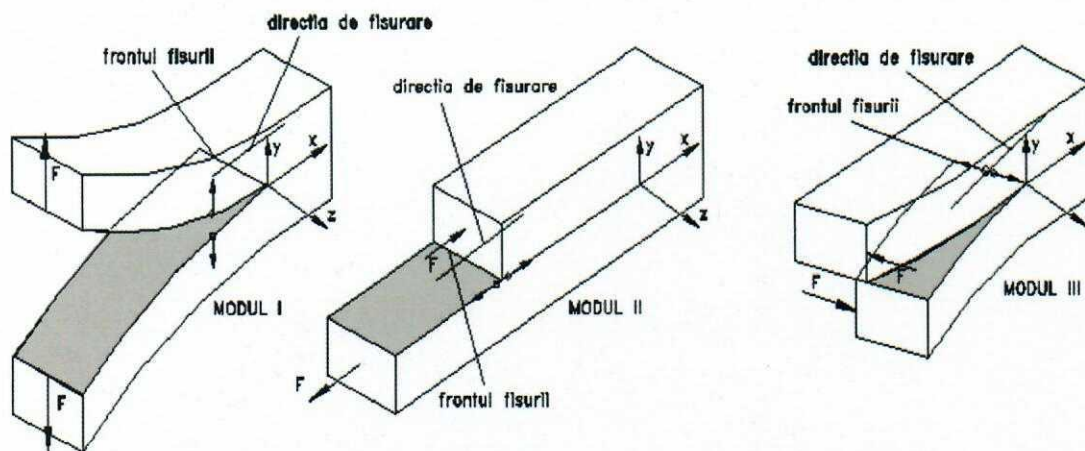


Fig. 13.1. Moduri de solicitare

### 13.2. Realizarea discretizării inițiale

Crearea modelului de bază se face semiautomat: se pornește de la elementele de bază ale rețelei utilizându-se în final partea automată a programului în vederea construirii rețelei de elemente. O caracteristică specifică a acestei analize constă în faptul că trebuie să se asigure o aceeași distribuție a elementelor rețelei, cel puțin în imediata vecinătate a fisurii, pentru orice înclinare a acesteia. Această distribuție simetrică va permite obținerea de rezultate comparabile, fără introducerea unor erori mari.

În cele ce urmează se va face o analiză a distribuției tensiunilor în apropierea vârfului fisurii. Această analiză are ca scop studiul variației tensiunilor în raport cu înclinarea direcției fisurii și cu direcția de solicitare. Se urmărește să se stabilească modul în care variază atât tensiunea de la vârful fisurii cât și tensiunea maximă pe direcția fisurii cu înclinarea acesteia în raport cu direcția de solicitare. În aceste condiții, s-a adoptat configurația rețelei care este prezentată în cadru general în figura 13.2.

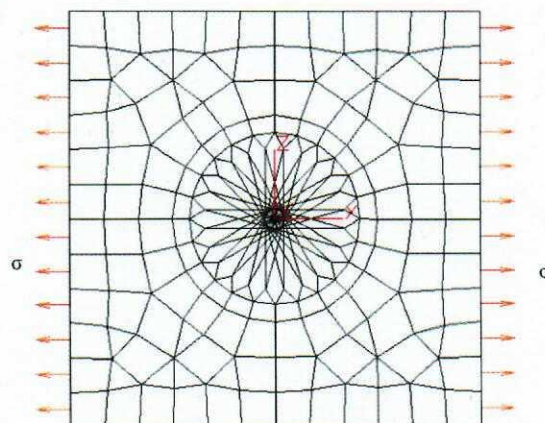
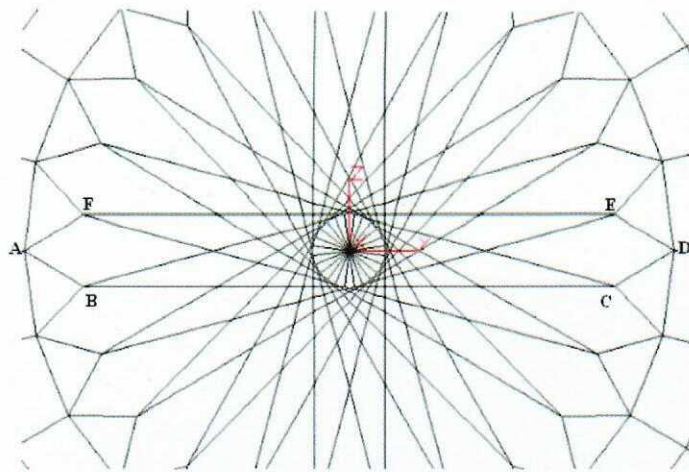


Fig. 13.2. Geometria modelului - plan general



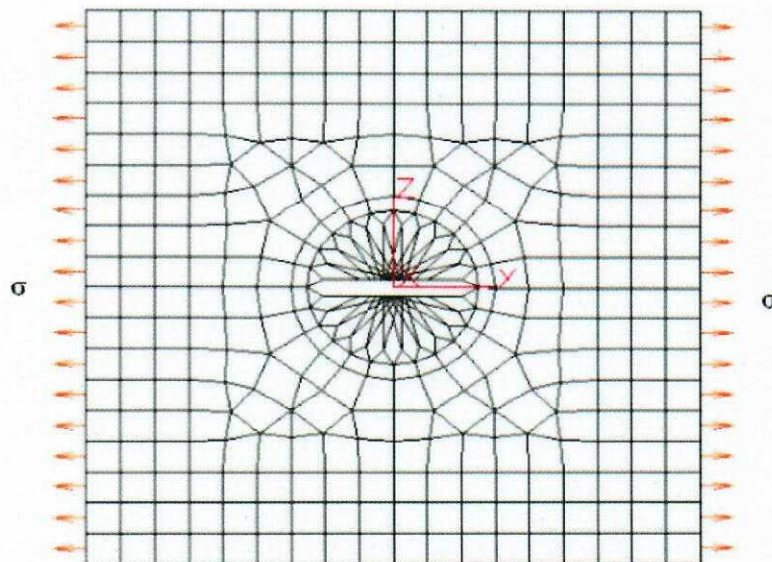
**Fig. 13.3.** Geometria modelului - vedere centrală

În *figura 13.3.* se prezintă partea centrală a rețelei care asigură simetria geometrică, cel puțin în imediata vecinătate a fisurii, în condițiile în care va avea loc o rotire a acesteia din  $15^\circ$  în  $15^\circ$ .

### 13.3. Modelarea fisurii centrale străpunse

Fisura cu înclinarea de  $0^\circ$  se formează prin îndepărtarea elementelor din zona ABCDEFA (*figura 13.3*). În acest fel se obține configurația din *figura 13.4*. Pentru formarea următoarelor fisuri având înclinări de  $15^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $75^\circ$  și  $90^\circ$  se îndepărtează elementele corespunzătoare din partea centrală.

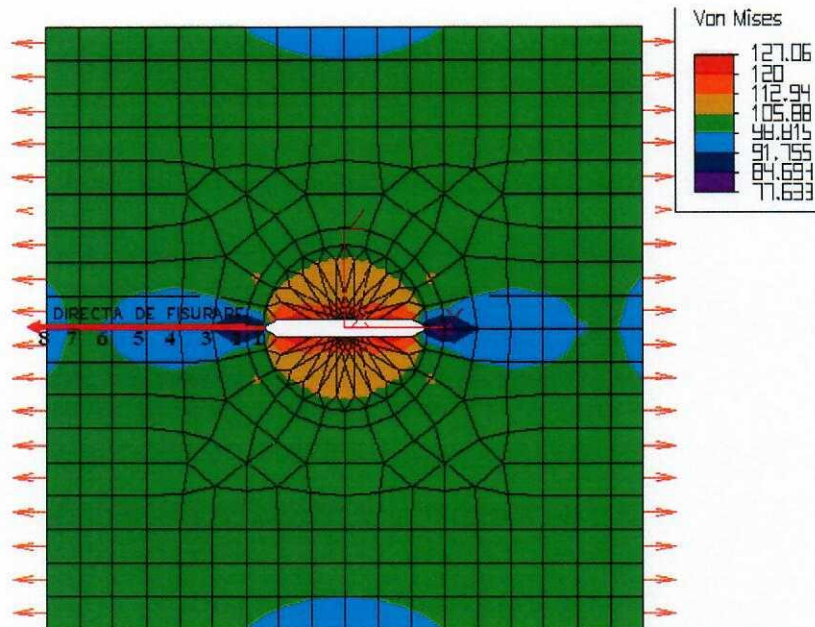
Fisura se practică central, într-o placă de 10 mm grosime supusă solicitării monoaxiale cu tensiunea  $\sigma=100$  MPa, *figura 13.4*.



**Fig. 13.4.** Modelul pentru cazul  $\theta=0^\circ$

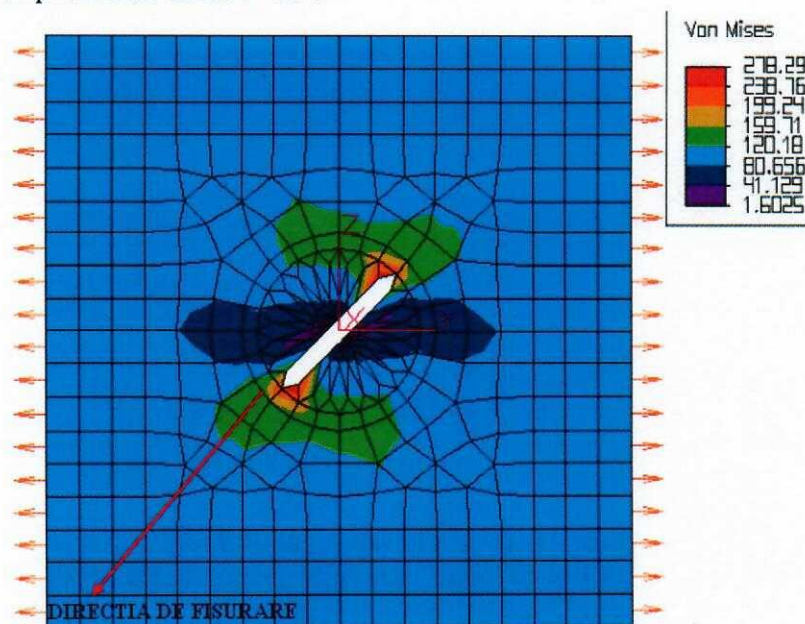
### 13.4. Rezultate obținute

Harta tensiunilor von Mises obținută după procesare pentru cazul  $\theta=0^0$  este prezentată în *figura 13.5*. Având în vedere faptul că, atât geometria modelului cât și încărcarea sunt simetrice în raport cu cele două axe din plan și harta tensiunilor trebuie să fie simetrică, observându-se acest lucru în *figura 13.5*. În acest prim caz în care  $\theta=0^0$  se constată faptul că tensiunea maximă nu se obține la vârful fisurii. În acest caz solicitarea este în *modul II*.



**Fig. 13.5.** Harta tensiunilor von Mises pentru cazul  $\theta=0^0$

*Modul mixt de solicitare* se obține prin rotirea fisurii în raport cu direcția de solicitare. În *figura 13.6* este prezentat cazul  $\theta=45^0$ .



**Fig. 13.6.** Harta tensiunilor von Mises pentru cazul  $\theta=45^0$

Se constată faptul că harta tensiunilor nu mai este simetrică. De asemenea se observă că tensiunea von Mises maximă nu se obține la vârful fisurii dar se apropie de acesta. În raport cu cazul  $\theta=0^\circ$  se constată că tensiunea von Mises maximă este mult mai mare pentru cazul  $\theta=45^\circ$ . În aceste condiții, se poate concluziona că o poziționare a fisurii paralelă cu direcția de solicitare este mai avantajoasă. Acest lucru se constată și din analiza hărții tensiunilor pentru cazul  $\theta=90^\circ$ , figura 13.7. Tensiunea maximă în acest caz este mai mare decât în cazurile  $\theta=0^\circ$  și  $\theta=45^\circ$ . Pentru cazul  $\theta=90^\circ$ , în care avem simetrie pentru solicitare și model, se obține simetrie și pentru harta tensiunilor. Aceste tensiuni sunt date în nodurile de pe direcția fisurii (1÷8), începând de la vârful fisurii, și pentru unghiurile de înclinare ale acesteia în raport cu solicitarea:  $\theta=0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$  și  $90^\circ$ . Nodul 0 este cel în care se înregistrează cea mai mare valoare a tensiunii, și nu corespunde cu vârful fisurii decât pentru cazurile  $\theta=75^\circ$  și  $90^\circ$ .

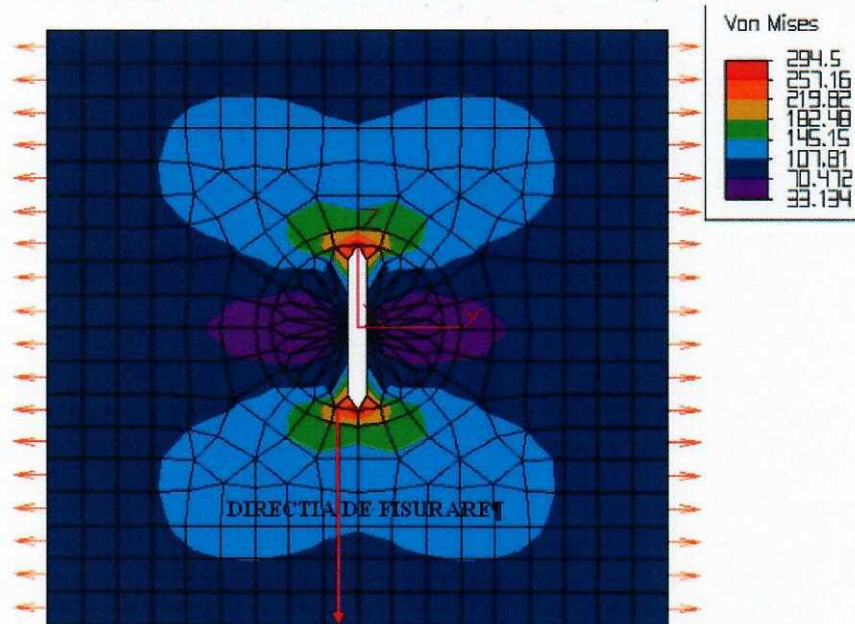


Fig. 13.7. Harta tensiunilor von Mises pentru cazul  $\theta=90^\circ$

În tabelul 13.2 sunt prezentate următoarele tensiuni:

- $\sigma_{\max}$  – tensiunea maximă – criteriul tensiunilor normale maxime;
- $\sigma_{vM}$  – tensiunea von Mises;
- $\sigma_{11}$  – tensiunea principală;
- $\sigma_y$  și  $\sigma_z$  – tensiunile pe direcțiile menționate.

Tab. 13.2. Tensiuni în nodurile de pe direcția fisurării

$\theta$ grade	Nr. nod	$\sigma_{\max}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\sigma_{vM}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\sigma_{11}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\sigma_y$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\sigma_z$ [N/mm <sup>2</sup> ]
0°	0	128	127	126	128	3.6
	1	79	85	54	77	-7.5
	2	74	77	69	72	-3.6
	3	90	91	89	90	-1.15
	4	96	96	96	96	-0.37
	5	98	97	98	98	0.26

$\theta$ grade	Nr. nod	$\sigma_{\max}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\sigma_{vM}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\sigma_{11}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\sigma_y$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\sigma_z$ [N/mm <sup>2</sup> ]
	6	99.1	98	99	99.1	0.79
	7	99.6	99	50	99.6	1.54
	8	100	98	2	100	2.76
15°	0	205	201	198	204	15.4
	1	101	110	35	95	-5.6
	2	91	97	70	88	-6.3
	3	99	101	90	98	-3.2
	4	99.6	100	99.4	99.3	-0.7
	5	99.4	99.4	99.4	99.3	0.2
	6	99.6	99.2	99.6	99.6	1
	7	99.8	98.9	50	99.8	1.8
8	99.9	98.4	3	99.9	3	
30°	0	267	259	259	264	31
	1	158	175	30	141	2.8
	2	129	133	81	127	-6.3
	3	117	121	91	116	-6.6
	4	108	109	107	107	-2.1
	5	102	103	102	102	0.19
	6	101	100	100	101	1.47
	7	100	99	51	100	2.7
	8	100	98	3	100	3.5
45°	0	288	278	272	275	37
	1	218	231	81	194	23
	2	164	160	98	164	11
	3	132	131	82	132	1.6
	4	115	119	79	114	-7.22
	5	111	112	89	110	-3.34
	6	105	105	105	105	-1.38
	7	102	101	102	102	-0.62
	8	100	100	50	100	-0.5
60°	0	270	267	235	247	53
	1	267	267	200	238	53
	2	161	167	130	179	42
	3	141	137	89	140	9
	4	118	114	107	118	7
	5	108	105	108	108	5
	6	103	102	103	103	2.7
	7	98	97	98	98	1
	8	92	91	91	91	0.4

$\theta$ grade	Nr. nod	$\sigma_{\max}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\sigma_{vM}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\sigma_{11}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\sigma_y$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\sigma_z$ [N/mm <sup>2</sup> ]
75°	0	298	288	265	266	81
	1	298	288	265	266	81
	2	187	167	155	181	76
	3	138	130	113	137	20
	4	120	115	119	120	12
	5	111	107	110	111	7
	6	105	103	105	105	3
	7	99	98	99	99	1.3
	8	92	91	92	92	0.55
90°	0	309	294	285	275	93
	1	309	294	285	275	91
	2	192	169	176	182	93
	3	136	123	133	134	35
	4	120	113	120	120	17
	5	112	108	112	112	8
	6	106	104	106	106	4
	7	100	99	100	100	1.4
	8	92	92	92	92	0.56

### 13.5. Interpretarea rezultatelor

Cu ajutorul datelor din *tabelul 13.1* s-au trasat câteva dependențe semnificative.

În *figura 13.8* sunt prezentate variația tensiunii von Mises (■) și a tensiunii maxime (◆) la 0 grade în nodurile de pe direcția fisurii. *Nodul zero* este cel în care s-a consemnat cea mai mare valoare a tensiunii respective. Acest nod *nu coincide*, pentru  $\theta=0^\circ$ , cu vârful fisurii. Nodurile de la 1 la 8 sunt pe direcția lungimii fisurii, direcție pe care, de obicei, se propagă fisura. Față de tensiunea nominală de 100 MPa, pentru cazul  $\theta=0^\circ$  se constată o micșorare a tensiunilor de la vârful fisurii și din imediata vecinătate a acestuia. Pe măsură ce ne depărtăm de vârful fisurii tensiunea se apropie de valoarea nominală. În *figura 13.9* s-au trasat curbele de variație a tensiunii von Mises (■) și a tensiunii maxime (◆) (*valori maxime*) funcție de înclinarea fisurii în raport cu direcția de solicitare. Se constată o creștere a valorilor tensiunii maxime odată cu înclinarea fisurii de la  $\theta=0^\circ$  la  $\theta=90^\circ$ . Totuși, la unghiul  $\theta=60^\circ$  se observă o valoare mai mică a tensiunilor maxime în raport cu unghiurile vecine, respectiv  $\theta=45^\circ$  și  $\theta=75^\circ$ . Ca urmare, înclinarea de  $60^\circ$  a fisurii în raport cu direcția de solicitare pare mai favorabilă decât înclinările de  $45^\circ$  și  $60^\circ$ . În acest context, se face observația că vom folosi unghiul de  $60^\circ$  pentru determinarea direcției de propagare a fisurii în modul mixt de solicitare.

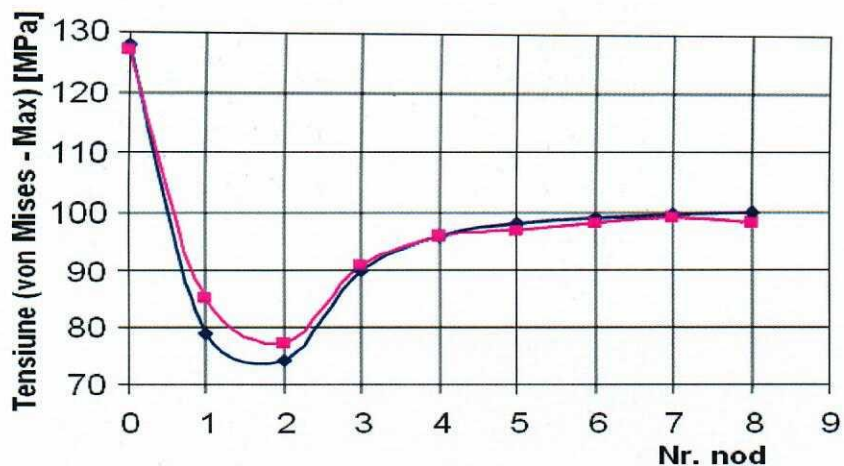


Fig. 13.8. Variația tensiunii von Mises (■) și a tensiunii maxime (◆) la 0 grade pe direcția fisurii

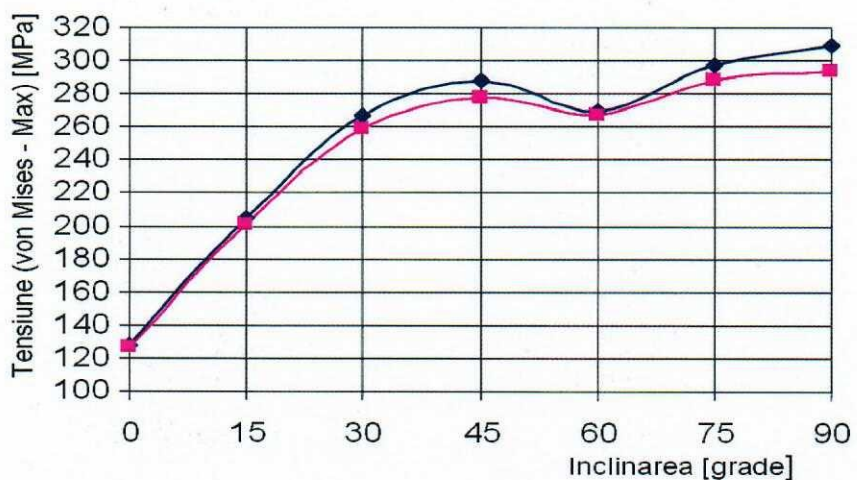


Fig. 13.9. Variația tensiunii von Mises în raport cu înclinarea fisurii

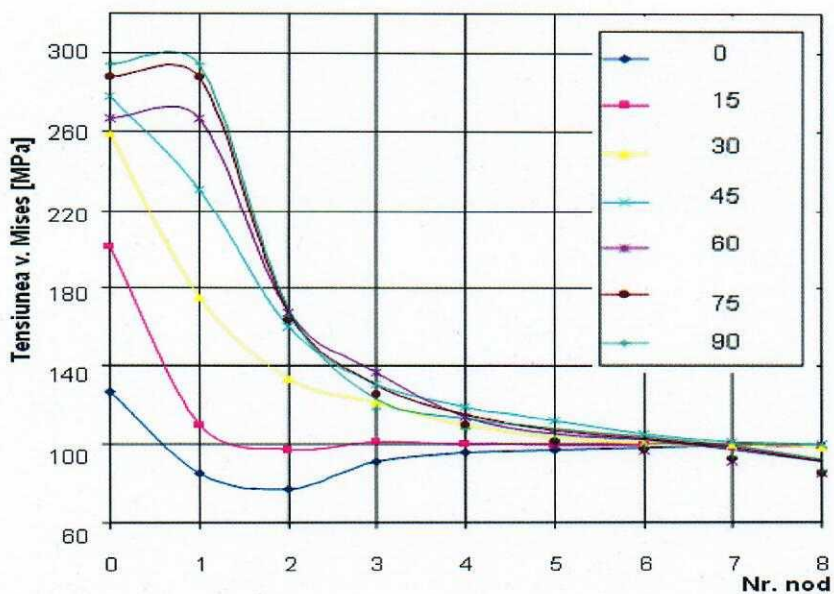
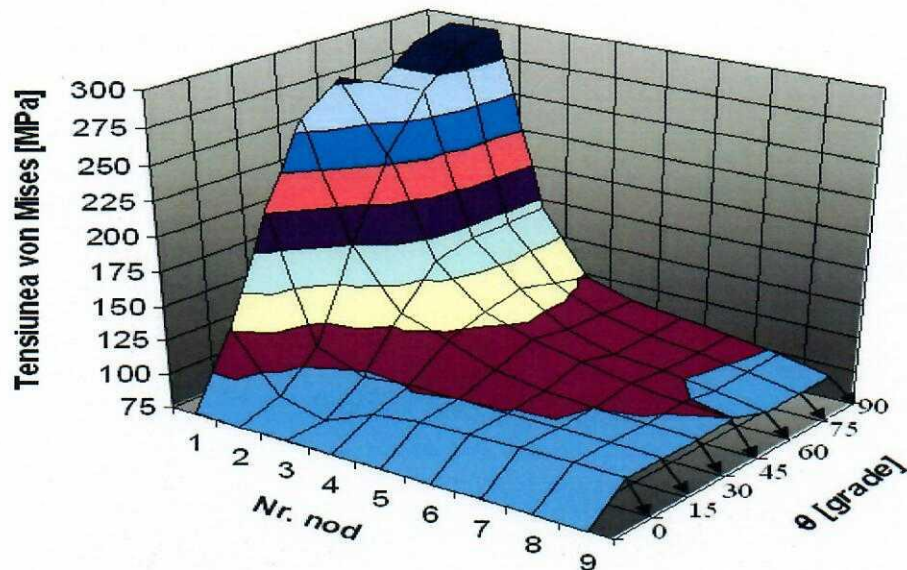


Fig. 13.10. Variația tensiunii von Mises pe direcția fisurii și în funcție de înclinarea  $\theta$  a acesteia



În *figura 13.10* s-au trasat curbele de variație a tensiunii von Mises pe direcția de fisurare (nodurile 1÷8) și pentru unghiurile:  $\theta=0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$  și  $90^\circ$ . Se constată că, pentru cazurile  $\theta=0^\circ$  și  $15^\circ$ , tensiunile sunt mai mici sau se păstrează în jurul tensiunii nominale de 100 MPa (în afara valorilor maxime). Pentru următoarele înclinări ale fisurii, respectiv pentru  $\theta= 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$  și  $90^\circ$ , în raport cu direcția de solicitare, tensiunea din imediata vecinătate a vârfului fisurii –nodul 1- crește semnificativ, *figura 13.11*. Pentru cazurile  $\theta=0^\circ, 15^\circ, 30^\circ$  și  $45^\circ$ , valorile maxime ale tensiunii von Mises nu se înregistrează la vârful fisurii (nodul 1). Pentru aceste cazuri, nodul zero în care se înregistrează valoarea maximă a tensiunii este diferit de nodul 1 (vârful fisurii). Pentru cazurile  $\theta= 60^\circ, 75^\circ$  și  $90^\circ$  valoarea maximă a tensiunii von Mises se înregistrează chiar la vârful fisurii.



**Fig. 13.11.** Variația tensiunii von Mises pe direcția fisurii și în funcție de înclinarea  $\theta$  a acesteia - vedere tridimensională -

Dacă se analizează curbele de variație pentru cazurile  $\theta= 45^\circ$  și  $60^\circ$  se constată următoarele:

- pentru  $\theta= 45^\circ$ , valoarea maximă a tensiunii von Mises nu se înregistrează la vârful fisurii (nodul 1);
- pentru  $\theta= 60^\circ$ , valoarea maximă a tensiunii von Mises se înregistrează la vârful fisurii: nodul 0 coincide cu nodul 1;
- pentru ambele cazuri se produce o scădere bruscă a tensiunii din nodul 2, imediat apropiat vârfului fisurii;
- pentru  $\theta= 60^\circ$ , valoarea maximă a tensiunii von Mises este mai mică decât valoarea maximă a tensiunii von Mises pentru  $\theta= 45^\circ$ .

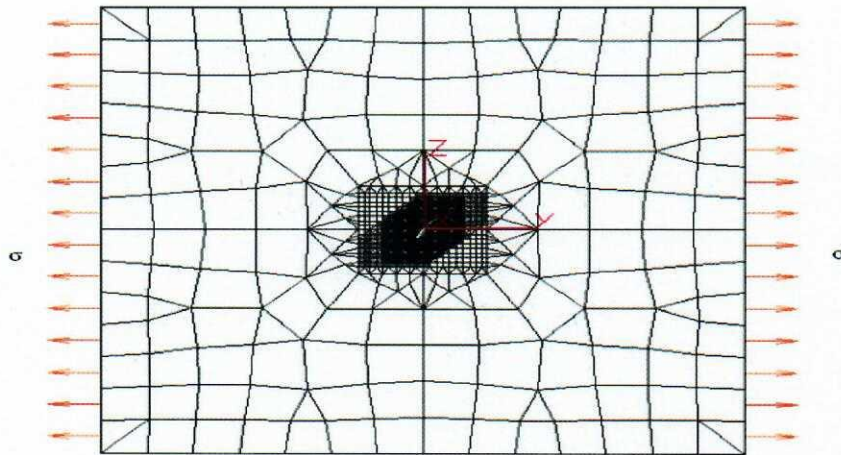
### 13.6. Analiza propagării fisurii în modul mixt de solicitare

Pentru a analiza direcția în care se poate propaga fisura ca urmare a solicitării în modul mixt, s-a ales înclinarea  $\theta=60^\circ$  în raport cu direcția încărcării.

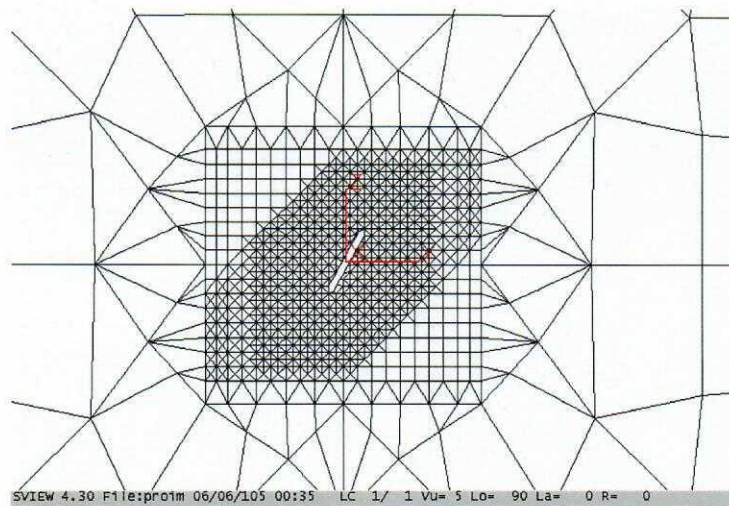
Modelul rețelei este cel prezentat în planul general din *figura 13.12* și în vedere centrală în *figura 13.13*.

Modelarea propagării fisurii va cuprinde câteva etape.

1. Se procesează modelul prezentat în *figura 13.12* căruia i se aplică tensiunea monoaxială de 100 MPa. Rezultatul procesării este prezentat prin harta de tensiuni von Mises din *figura 13.13*.
2. Se înregistrează nodul în care valoarea tensiunii este maximă. Se presupune că legăturile aferente aceluia nod se rup și ca urmare se formează o altă configurație a modelului la vârful fisurii.
3. Se îndepărtează legăturile aferente nodului în care se înregistrează valoarea maximă a tensiunii și se reconstruiește rețeaua de la vârful fisurii ținând cont de compatibilitatea între elementele rețelei.
4. Modelul astfel obținut se procesează după care urmează etapele începând de la punctul 1.



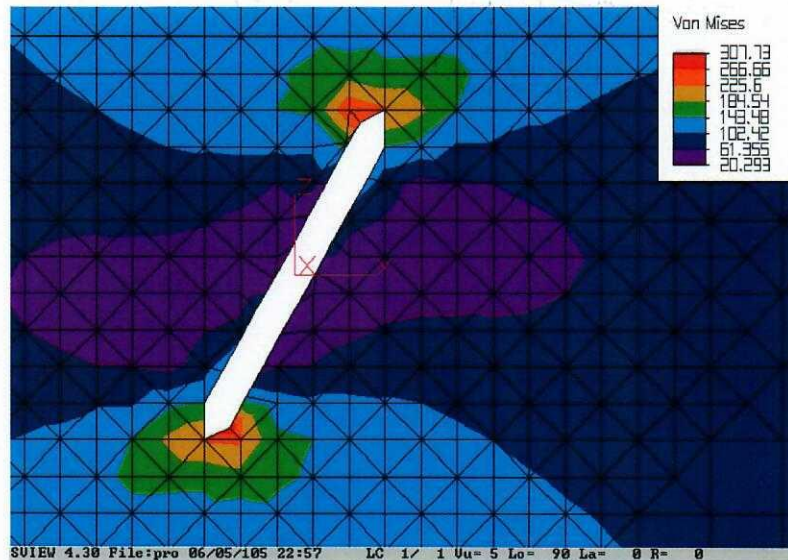
**Fig. 13.12.** Geometria rețelei - vedere generală



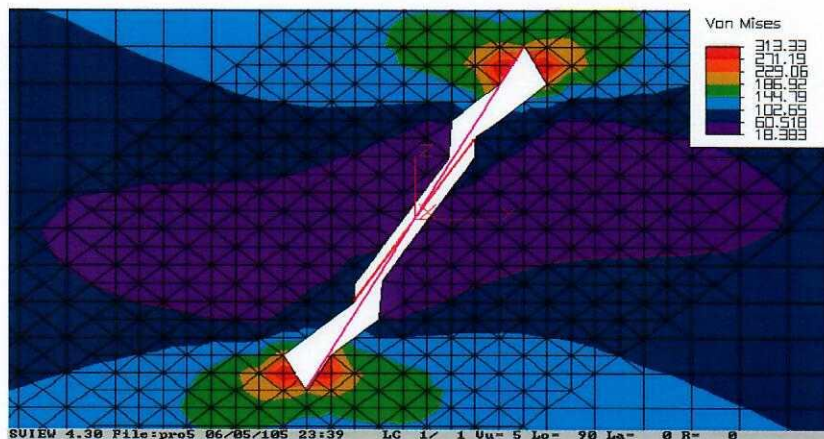
**Fig. 13.13.** Geometria rețelei - vedere centrală

Se constată faptul că rețeaua este destul de densă în apropierea vârfului fisurii pentru a se putea avansa cu pași cât mai mici în vederea fisurării și a avea erori cât mai mici, din acest

punct de vedere. În *figura 13.13* se prezintă geometria modelului cu fisură obținut după mai multe etape de lucru. Se constată faptul că direcția de fisurare este diferită de direcția lungimii fisurii. Modelul prezentat în *figura 13.13* este pregătit pentru o nouă procesare. Nodul în care s-a înregistrat valoarea maximă a tensiunii von Mises a fost îndepărtat (zona cu roșu intens) și ca urmare s-a reconfigurat rețeaua în vederea unei noi procesări. Se constată faptul că pe măsură ce fisura avansează, valoarea maximă a tensiunii crește: de la 307 MPa la 313 MPa, *figura 13.14* și *figura 13.15*.



**Fig. 13.14.** Harta tensiunilor von Mises la fisura inițială



**Fig. 13.15.** Harta tensiunilor von Mises la propagarea fisurii și direcția de propagare a fisurii

### 13.7. Modul mixt de solicitare și introducerea unei particule de incluziune

Se încearcă să se determine efectul pe care îl poate avea asupra propagării fisurii, introducerea unei particule de incluziune, în imediata vecinătate a vârfului fisurii și pe direcția propagării acesteia, *figura 13.16*.

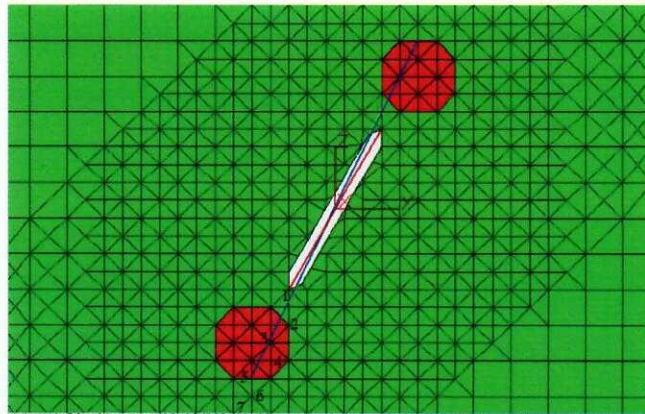
Mai întâi se modelează introducerea unei particule de incluziune dure căruia i se atribuie următoarele constante elastice:

- $E=2,8 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$
- $\nu=0,3$

Apoi se modelează introducerea unei particule de incluziune mai moale căruia i se atribuie următoarele constante elastice:

- $E=2 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$
- $\nu=0,25$

Valorile tensiunii von Mises pe direcția de fisurare în cazurile fără particulă de incluziune și cu particulă dură și moale sunt date în *tabelul 13.3*.



**Fig. 13.16.** Particulă de incluziune în imediata vecinătate a unei fisuri

**Tab. 13.3.** Caracteristici de material

Nr. nod	Tensiunea von Mises [MPa]		
	Material de bază	Incluziune dură	Incluziune moale
0 (MAX)	308	298	313
1	230	225	234
2	153	154	153
3	134	149	126
4	124	136	117
5	117	123	114
6	114	113	114
7	111	109	112

În *figurile 13.17 și 13.18* sunt trasate graficele de variație ale tensiunilor pe direcția de fisurare, pentru cele trei cazuri prezentate: fără incluziune, cu incluziune dură și cu incluziune moale. În aceste grafice nodul 0 este cel în care s-a găsit valoarea maximă a tensiunii. Acest nod nu corespunde cu vârful fisurii – nodul 1. Se constată o diferențiere a valorilor maxime ale tensiunii – nodul 0 – pentru cele trei cazuri. Tensiunea cea mai mare se obține atunci când se introduce o incluziune moale, urmând cazul fără incluziune iar tensiunea cea mai mică se obține atunci când se introduce o incluziune dură. La vârful fisurii și în nodul următor în care începe particula de incluziune nu se constată diferențieri semnificative ale tensiunilor. În schimb, în zona particulei de incluziune se constată faptul că tensiunile cele mai mari se obțin

pentru particula de incluziune dură, urmând, ca și la valorile maxime, cazul fără incluziune iar tensiunile cele mai mici se obțin în cazul introducerii particulei de incluziune mai moale.

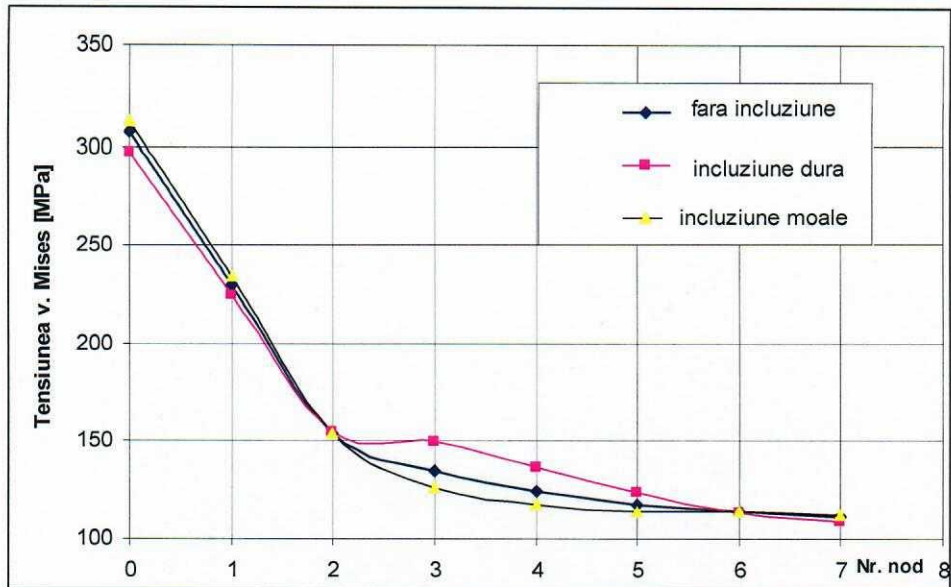


Fig. 13.17. Variația tensiunilor von Mises pe direcția de fisurare

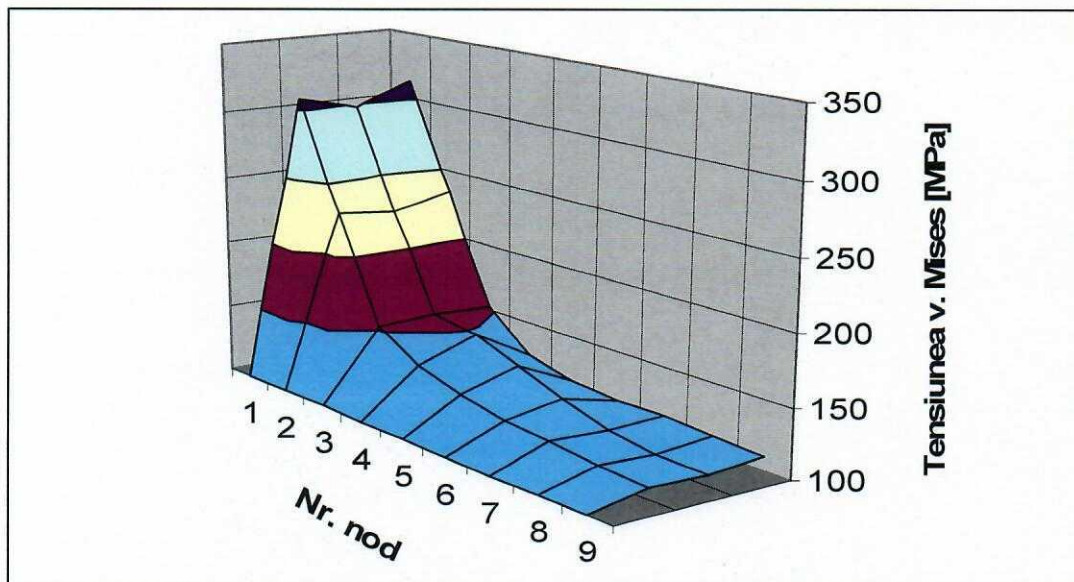


Fig. 13.18. Variația tensiunilor von Mises pe direcția de fisurare  
- vedere tridimensională -

## BIBLIOGRAFIE

- [1] T.H. Gavignan, R.A. Queeney, Theoretical Fracture Resistance of Particle-Hardened Brittle Solids, Fracture Mechanics. Theory and analysis, pg. I.84-I.95, 1993.
- [2] T.H. Gavignan, J. Steele, Applied Finite Element Modelling Practical Problem Solving for Engineers, Ed. Marcel Decker, New York, 1989.

- [3] V. Goanță, O. Ciobanu, Evaluarea tensiunii critice de fisurare prin MEF pentru un material fragil ce conține particule dispersate dure, Simpozionul Național de Mecanica ruperii, vol. I, Ploiești, pg. 49-54, 1995.
- [4] S.F. Hoysan, On the variability of Fracture Toughness, International Journal of Fracture, vol. 60, pg. R43, 1993.
- [5] A.R. Ingraffea, D.F. Blandford, Automatic Modelling of Mixed-Mod Fatigue and Quasi-Static Crack Propagation Using the Boundary Element Method Fracture Mechanics, 4-th Symposium ASTM 791, 1983.
- [6] G. Laird, J. Epstein, Fracture Mechanics and Finite Element Analysis, Mechanical Engineering, pg. 69-73, nov. 1992.
- [7] J.C. Lewis, Fracture Mechanics: Theory and Analysis, Los Angeles, USA, 1981.
- [8] I.S. Raju, J.C. Newman, Stress Intensity Factors for a Wide Range of Semi-elliptical Surface Cracks in Finite-Thickness Plates, In: Engineering Fracture Mechanics, vol. 7, pg. 593-595, 1985.