

#### 4.4. Elemente de calcul a sistemului de frânare

Pentru menținerea stabilității și manevrabilității autovehiculului în timpul procesului de frânare la un spațiu de oprire optim, s-au introdus diagrame privind repartizarea forțelor de frânare pe punți, respectarea acestor condiții la toate regimurile de încărcare fiind posibilă numai cu dispozitive de reglare a forței de frânare în funcție de sarcina dinamică sau statică..

##### 4.4.1. Determinarea momentelor de frânare la punți

Valoarea momentului de frânare la cele două punți (din față și spate) ale autovehiculului se stabilește din una dintre condițiile:

- 1) aderență maximă,
- 2) asigurarea unei decelerații maxime impuse.

1) **Din condiția de aderență maximă** la limita de blocare a roților simultan (figura 4.34) se scrie relația momentului total de frânare:

$$M_f = M_{f1} + M_{f2} = F_f \cdot r_r \quad (4.8)$$

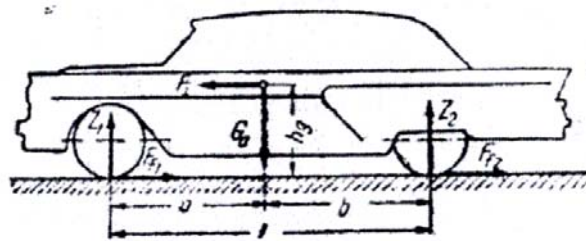
în care: *momentul de frânare la puntea din față* (prevăzută cu frâne disc la cele două roți) este dat de:

$$M_{f1} = F_{f1} \cdot r_r = \varphi \cdot Z_1 \cdot r_r = 2 \cdot M_{f\_frana\_disc} \quad (4.9)$$

respectiv *momentul de frânare la puntea din spate* (roțile fiind echipate cu frâne cu tambur și saboți interiori) este:

$$M_{f2} = F_{f2} \cdot r_r = \varphi \cdot Z_2 \cdot r_r = 2 \cdot M_{f\_frana\_saboti} \quad (4.10)$$

unde:  $G_a$  – greutatea autovehiculului, în N;  $\varphi$  – coeficientul de aderență maximă;  $r_r$  – raza roții, în m.



**Fig. 4.34** – Schema forțelor la frânarea autovehiculului.

Reacțiunile normale  $Z_1$  și  $Z_2$  la roțile punților din față, respectiv spate se determină din condițiile de echilibru de momente față de punctele de contact cu calea de rulare:

$$Z_1 \cdot L - G_a \cdot b - F_f \cdot h_g = 0 \quad \Rightarrow \quad Z_1 = \frac{1}{L} \cdot (G_a \cdot b + F_f \cdot h_g) \quad (4.11)$$

$$Z_2 \cdot L - G_a \cdot a + F_f \cdot h_g = 0 \quad \Rightarrow \quad Z_2 = \frac{1}{L} \cdot (G_a \cdot a - F_f \cdot h_g) \quad (4.12)$$

în care: *forța totală de frânare* este suma forțelor de frânare ale celor două punți, trebuie să învingă forța de inerție care se dezvoltă la încetinirea autovehiculului și respectă *condiția*:

$$F_f = F_{f1} + F_{f2} = F_i = \varphi \cdot G_a \quad (4.13)$$

Dacă se consideră repartitia greutății autovehiculului pe punți rezultă reacțiunile normale astfel:

– la puntea din față:  $Z_1 = \alpha \cdot G_a + F_f \cdot \gamma$

– la puntea din spate:  $Z_2 = \beta \cdot G_a - F_f \cdot \gamma$

unde:  $\alpha = b/L$ ,  $\beta = a/L$  și  $\gamma = h_g/L$ .

Determinarea valorii forței de frecare la care frânarea este cea mai eficientă se face în funcție de raportul:

$$\chi = \frac{M_{f1}}{M_{f2}} = \frac{F_{f1}}{F_{f2}} = \frac{\varphi \cdot Z_1}{\varphi \cdot Z_2} = \frac{\alpha \cdot G_a + F_f \cdot \gamma}{\beta \cdot G_a - F_f \cdot \gamma} = \frac{\alpha + \varphi \cdot \gamma}{\beta - \varphi \cdot \gamma} \quad (4.14)$$

stabilit pentru încărcarea maximă dată de:  $\alpha + \beta = 1$  și coeficientul de aderență  $\varphi = 0,4 \dots 0,5$ .

Variația raportului  $\chi$  funcție de coeficientul de aderență este reprezentată în figura 4.35 pentru trei categorii de autovehicule: 1 – autocamioane fără sarcină utilă, 2 – autoturisme, 3 – autocamioane cu sarcină utilă.

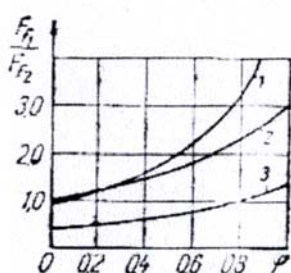


Fig. 4.35 – Variația raportului forțelor de frânare pe punți.

Rezultă următoarele valori recomandate pentru raportul  $\chi$  al forțelor de frânare pe cele două punți:

- la autoturisme:  $\chi = 1,3 \dots 1,6$  oferă o bună stabilitate a autovehiculului, atât pe drumuri alunecoase cât și pe cele uscate;
- la autocamioane:  $\chi = 0,5 \dots 1$  valoarea maximă asigură o uzură uniformă și aceeași temperatură la frânele de pe ambele punți.

2) **Din condiția obținerii decelerației maxime** se obține forța totală de frânare:

$$F_f = \frac{G_a}{g} \cdot a_{f \max} \quad (4.15)$$

și momentul total de frânare:

$$M_f = F_f \cdot r_r = \frac{G_a}{g} \cdot a_{f \max} \cdot r_r \quad (4.16)$$

iar raportul forțelor de frânare pe punți este dat de relația:

$$\chi = \frac{F_{f1}}{F_{f2}} = \frac{\alpha + \frac{a_{f \max}}{g} \cdot \gamma}{\beta - \frac{a_{f \max}}{g} \cdot \gamma} \quad (4.17)$$

La proiectarea sistemului de frânare, se determină momentul de frânare folosind una din condițiile de mai sus (aderență maximă  $\varphi = \varphi_{\max}$  sau decelerație maximă impusă  $a_{f \max}$ ), se calculează raportul  $\chi$  cu ajutorul căruia se stabilesc forțele și momentele de frânare pe fiecare punte.

Dimensionarea frânelor se efectuează pentru tipul constructiv de frână dispus pe roțile autovehiculului, cu relații specifice de calcul, determinând forța de acționare pe fiecare punte.

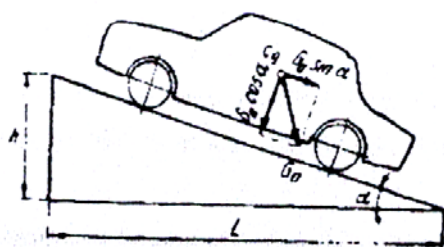


Fig. 4.36 – Condiția de echilibru pentru frâna de staționare.

Pentru **frâna de staționare** se impune condiția ca autovehiculul să rămână imobilizat pe panta maximă pe care o poate urca sau coborî (figura 4.36) adică:

$$F_{f\_staționare} \geq G_a \cdot \sin \alpha_p \quad (4.18)$$

și se calculează forța de frânare:

– la frânarea tuturor roților:  $F_{f\_stationare} = \varphi \cdot G_a \cdot \cos \alpha_p$  (4.19)

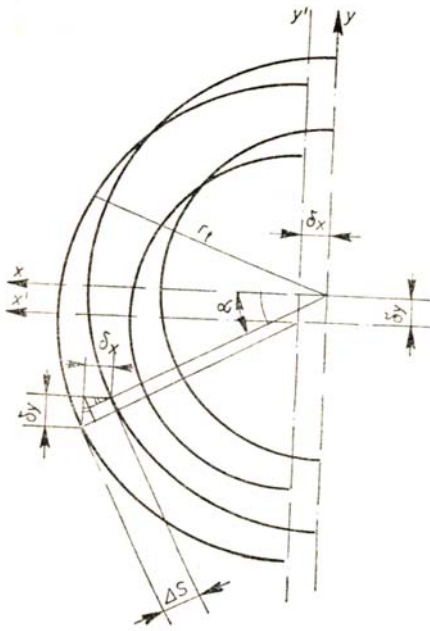
– la frânarea roților punții spate:  $F_{f\_stationare} = \varphi \cdot Z_2 = \varphi \cdot \frac{1}{L} (a \cdot G_a \cdot \cos \alpha_p - h_g \cdot \sin \alpha_p)$  (4.20)

– la frâna pe transmisie:  $M_{f\_stationare} = \frac{F_{f\_stationare} \cdot r_r}{i_0}$  (4.21)

în care:  $i_0$  – raportul de transmisie al transmisiei principale.

#### 4.4.2. Calculul frânelor cu tambur și saboți interiori

Problema principală de calcul este *determinarea raportului de transmitere interior al frânei* prin intermediul coeficientului de eficacitate al sabotului care depinde de: calitatea materialului de fricțiune, modul de fixare al sabotului și mișcarea relativă dintre sabot și tambur.



În timpul frânării, poziția sabotului se schimbă sub acțiunea forței de acționare, a forței de reacțiune și a forței de frecare dintre sabot și tambur.

Conform schemei din figura 4.37 centrul sabotului se deplasează în raport cu centrul tamburului cu mărimile  $\delta x$  și  $\delta y$  în direcțiile axelor  $x$ , respectiv  $y$ .

Considerând tamburul și sabotul ca fiind rigide, aceste deplasări determină comprimarea elastică a garniturii de fricțiune, astfel grosimea inițială  $s$  se micșorează, în dreptul unghiului  $\alpha$ , cu mărimea  $\Delta s$  exprimată de relația:

$$\Delta s = \delta_x \cdot \cos \alpha + \delta_y \cdot \sin \alpha \quad (4.22)$$

Fig. 4.37 – Deformarea garniturii de fricțiune.

Pentru calculul coeficientului de eficacitate se adoptă următoarele ipoteze:

- coeficientul de frecare nu depinde de presiunea pe garnitura de fricțiune;
- la solicitarea de compresie garnitura respectă legea lui Hooke:

$$p = \frac{\Delta s}{s} \cdot E = \varepsilon \cdot E \quad (4.23)$$

în care:  $E$  modulul de elasticitate,  $\varepsilon$  deformația specifică sub acțiunea presiunii  $p$ ;

- garnitura de fricțiune are, în stare liberă (nesolicitată), grosimea constantă și raza  $r_t$  indentică cu tamburul.

Aria elementară corespunzătoare unghiului elementar  $d\alpha$  este:

$$dA = b \cdot r_t \cdot d\alpha \quad (4.24)$$

unde:  $b$  – lățimea garniturii de fricțiune.

Forța normală și forța de frecare elementară sunt date de relațiile:

$$\begin{aligned} dN &= p \cdot dA \\ dF_f &= \mu \cdot dN \end{aligned} \quad (4.25)$$

în care, înlocuind expresia presiunii și deformației specifice, se obțin:

$$\begin{aligned} dN &= K \cdot (\delta_x \cdot \cos \alpha + \delta_y \cdot \sin \alpha) \\ dF_f &= K \cdot \mu \cdot (\delta_x \cdot \cos \alpha + \delta_y \cdot \sin \alpha) \end{aligned} \quad (4.26)$$

unde s-a notat cu  $K = E \cdot b \cdot r_t / s$  o constantă dependentă de parametrii geometrice ai garniturii de fricțiune și modulul de elasticitate.

1) **Coeficientul de eficacitate al sabotului articulată** se determină pe baza schemei din figura 4.38 în care se aleg convenabil axele de coordonate: axa  $y$  să treacă prin punctul de articulație (deplasarea sabotului după axa  $y$  nu mai poate avea loc, adică  $\delta y = 0$ ).

Din echilibrul momentelor în punctul de articulație pentru *sabotul primar*, respectiv *sabotul secundar* (în relațiile următoare semnul de sus se referă la cazul sabotului primar, iar semnul de jos la cazul sabotului secundar):

$$S \cdot h - a_0 \cdot \int dN \cdot \cos \alpha \pm \int r_t \cdot \cos \alpha \cdot dF_f \cdot \cos \alpha \mp \int (a_0 - r_t \cdot \sin \alpha) \cdot dF_f \cdot \sin \alpha = 0 \quad (4.27)$$

Prin înlocuirea expresiilor pentru  $dN$  și  $dF_f$  din relația (4.26), integrarea ecuației între limitele  $\alpha_1$  și  $\alpha_2$  și ordonarea convenabilă a termenilor se ajunge la forma:

$$\frac{S \cdot h}{K \cdot \delta_x \cdot r_t} = \frac{a_0}{r_t} \cdot \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \cos^2 \alpha \cdot d\alpha \pm \mu \cdot \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \cos^3 \alpha \cdot d\alpha \pm \frac{a_0}{r_t} \cdot \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot d\alpha \mp \mu \cdot \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin^2 \alpha \cdot \cos \alpha \cdot d\alpha \quad (4.28)$$

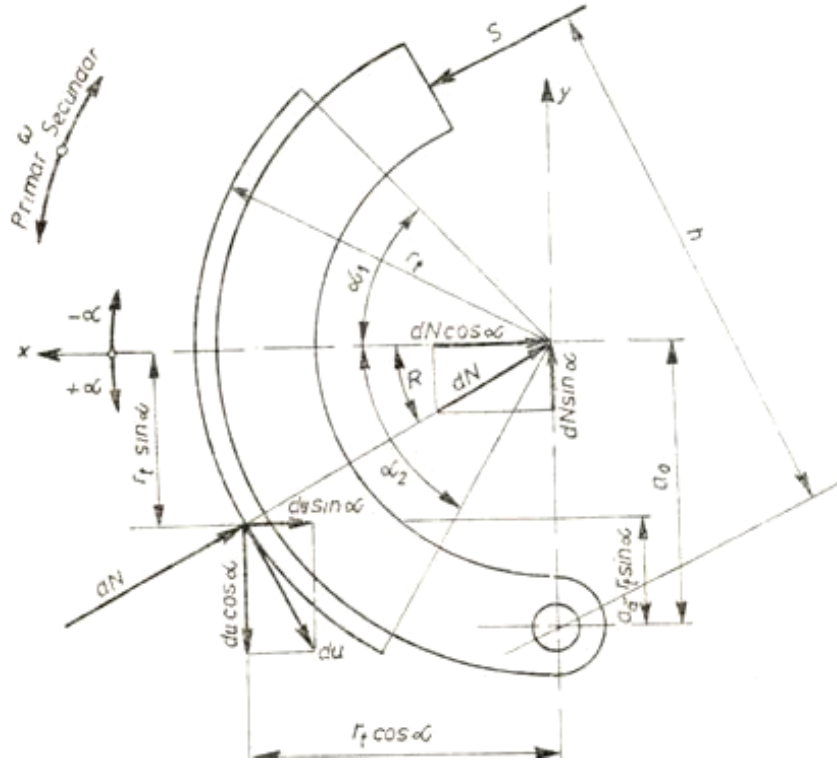


Fig. 4.38 – Schema de calcul pentru sabotul articulată.

După integrarea expresiei rezultă:

$$\frac{S \cdot h}{K \cdot \delta_x \cdot r_t} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a_0}{r_t} \cdot \left[ \frac{1}{2} \cdot (\sin 2\alpha_2 - \sin 2\alpha_1) + (\alpha_2 - \alpha_1) \pm \mu \cdot (\sin^2 \alpha_2 - \sin^2 \alpha_1) \right] \mp \mu \cdot (\sin \alpha_2 - \sin \alpha_1) \quad (4.29)$$

Forța periferică de frecare este dată de expresia:

$$F_f = \mu \cdot \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} dN = \mu \cdot K \cdot \delta_x \cdot (\sin \alpha_2 - \sin \alpha_1) \quad (4.30)$$

din care se obține:

$$K \cdot \delta x = \frac{F_f}{\mu \cdot (\sin \alpha_2 - \sin \alpha_1)} \quad (4.31)$$

Folosind relația de definiție a coeficientului de eficacitate rezultă:

$$C_{p,s} = \frac{F_f}{S} = \frac{\mu \cdot \frac{h}{r_t}}{\frac{a_0}{r_t} \cdot f(\alpha_1, \alpha_2) + \mu \cdot \left[ 1 - \frac{a_0}{r_t} \cdot \frac{1}{2} \cdot (\sin \alpha_2 - \sin \alpha_1) \right]} \quad (4.32)$$

unde:

$$f(\alpha_1, \alpha_2) = \frac{\sin 2\alpha_2 - \sin 2\alpha_1 + 2 \cdot (\alpha_2 - \alpha_1)}{4 \cdot (\sin \alpha_2 - \sin \alpha_1)} \quad (4.33)$$

Având coeficienții de eficacitate  $C_p$  și  $C_s$  pentru sabotul primar, respectiv secundar, se poate determina raportul de transmitere interior al frânei cu saboți articulați astfel:

- pentru *frâna simplex*:  $C = C_p + C_s$ ,
- pentru *frâna duplex*:  $C = 2 \cdot C_p$  sau  $C = 2 \cdot C_s$ , în funcție de sensul de rotație al tamburului în raport cu sensul de rotație al sabotului.

Lățimea garniturii de fricțiune rezultă din relația forței de frecare:

$$b = \frac{F_f}{(p \cdot \mu)_m \cdot r_t \cdot (\alpha_2 - \alpha_1)} = \frac{C \cdot S}{(p \cdot \mu)_m \cdot r_t \cdot (\alpha_2 - \alpha_1)} \quad (4.34)$$

în care pentru produsul mediu  $(p \cdot \mu)_m$  se adoptă valori de 0,2 ... 0,3 MPa.

2) **Coeficientul de eficacitate al sabotului flotant** se stabilește conform schemei din figura 4.39 în care axele de coordonate se aleg astfel încât axa  $x$  să împartă unghiul central al garniturii de fricțiune în două unghiuri egale. Forța  $S$  face unghiul  $\gamma$  cu axa  $x$ , iar reacțiunea  $R$  unghiul  $\delta$ .

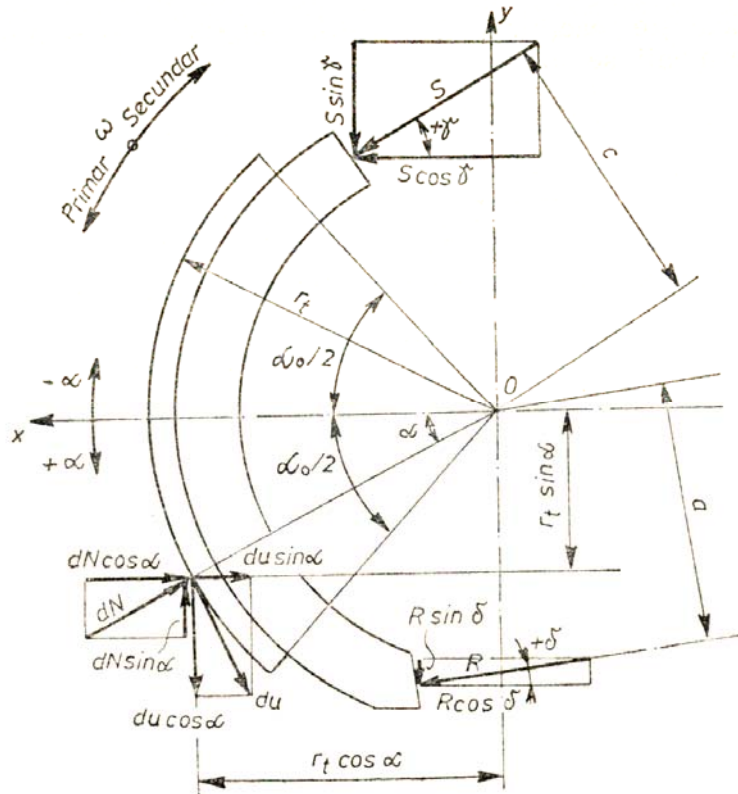


Fig. 4.39 – Schema de calcul pentru sabotul flotant.

Pentru calculul raportului de transmitere interior se stabilesc ecuațiile de echilibru al forțelor după axele  $x$  și  $y$  și ale momentelor în raport cu punctul  $O$  rezultând sistemul:

$$\begin{aligned}\sum X &= S \cdot \cos \gamma + R \cdot \cos \delta - \int dN \cdot \cos \alpha \mp \int dF_f \cdot \sin \alpha = 0 \\ \sum Y &= S \cdot \sin \gamma + R \cdot \sin \delta - \int dN \cdot \sin \alpha \pm \int dF_f \cdot \cos \alpha = 0 \\ \sum M_O &= S \cdot c - R \cdot a \pm \int dF_f \cdot r_t = 0\end{aligned}\quad (4.35)$$

Înlocuind expresiile pentru  $dN$  și  $dF_f$  și integrând între limitele  $-\alpha_0$  și  $+\alpha_0$  se obține sistemul de trei ecuații cu trei necunoscute:

$$\begin{aligned}S \cdot \cos \gamma + R \cdot \cos \delta - K \cdot \delta_x \cdot \frac{1}{2} \cdot (\alpha_0 + \sin \alpha_0) \pm K \cdot \mu \cdot \delta_y \cdot \frac{1}{2} \cdot (\alpha_0 - \sin \alpha_0) &= 0 \\ S \cdot \sin \gamma + R \cdot \sin \delta - K \cdot \delta_y \cdot \frac{1}{2} \cdot (\alpha_0 - \sin \alpha_0) \pm K \cdot \mu \cdot \delta_x \cdot \frac{1}{2} \cdot (\alpha_0 + \sin \alpha_0) &= 0 \\ S \cdot c - R \cdot a \pm r_t \cdot \mu \cdot K \cdot \delta_x \cdot 2 \cdot \sin \frac{\alpha_0}{2} &= 0\end{aligned}\quad (4.36)$$

Din ultima ecuație rezultă expresia reacțiunii:

$$R = S \cdot \frac{c}{a} \pm 2 \cdot \frac{r_t}{a} \cdot \mu \cdot K \cdot \delta_x \cdot \sin \frac{\alpha_0}{2}\quad (4.37)$$

care se înlocuiește în primele două ecuații ale sistemului, iar prin ordonarea termenilor se obțin relațiile:

$$\begin{aligned}S \cdot \left( \cos \gamma + \frac{c}{a} \cdot \cos \delta \right) + \delta_x \cdot K \cdot \left[ \pm 2 \cdot \mu \cdot \frac{r_t}{a} \cdot \cos \delta \cdot \sin \frac{\alpha_0}{2} - \frac{1}{2} \cdot (\alpha_0 + \sin \alpha_0) \right] \mp \\ \mp \delta_y \cdot K \cdot \frac{1}{2} \cdot \mu \cdot (\alpha_0 - \sin \alpha_0) = 0\end{aligned}\quad (4.38)$$

$$\begin{aligned}S \cdot \left( \sin \gamma + \frac{c}{a} \cdot \sin \delta \right) \pm \delta_x \cdot K \cdot \mu \cdot \left[ 2 \cdot \frac{r_t}{a} \cdot \sin \delta \cdot \sin \frac{\alpha_0}{2} + \frac{1}{2} \cdot (\alpha_0 + \sin \alpha_0) \right] \pm \\ \pm \delta_y \cdot K \cdot \frac{1}{2} \cdot \mu \cdot (\alpha_0 - \sin \alpha_0) = 0\end{aligned}\quad (4.39)$$

Din cele două ecuații se poate elimina termenul:  $\frac{1}{2} \cdot \delta_y \cdot K \cdot (\alpha_0 - \sin \alpha_0)$  astfel încât rezultă:

$$\begin{aligned}S \cdot \left[ \pm \frac{1}{\mu} \cdot \left( \cos \gamma + \frac{c}{a} \cdot \cos \delta \right) - \left( \sin \gamma + \frac{c}{a} \cdot \sin \delta \right) \right] = \\ \delta_x \cdot K \cdot \left[ \pm 2 \cdot \mu \cdot \frac{r_t}{a} \cdot \sin \delta \cdot \sin \frac{\alpha_0}{2} \pm \frac{1}{2} \cdot \mu \cdot (\alpha_0 + \sin \alpha_0) - 2 \cdot \frac{r_t}{a} \cdot \cos \delta \cdot \sin \frac{\alpha_0}{2} \pm \frac{1}{2 \cdot \mu} \cdot (\alpha_0 + \sin \alpha_0) \right]\end{aligned}\quad (4.40)$$

Dacă relația de mai sus se înmulțește cu  $\mu \cdot \frac{a}{r_t}$  și se utilizează notațiile:

$$A = \frac{a}{r_t} \cdot \cos \gamma + \frac{b}{r_t} \cdot \cos \delta\quad (4.41)$$

$$B = \frac{a}{r_t} \cdot \sin \gamma + \frac{c}{r_t} \cdot \sin \delta \quad (4.42)$$

$$f(\alpha) = \frac{\alpha_0 + \sin \alpha_0}{4 \cdot \sin \frac{\alpha_0}{2}} \quad (4.43)$$

$$f(\mu) = \mu + \frac{1}{\mu} \quad (4.44)$$

relația (4.40) se obține forma:

$$S \cdot (\pm A - \mu \cdot B) = 2 \cdot \mu \cdot \delta_x \cdot K \cdot \sin \frac{\alpha_0}{2} \cdot \left[ \pm \mu \cdot \sin \delta - \cos \delta \pm \frac{a}{r_t} \cdot f(\alpha) \cdot f(\mu) \right] \quad (4.45)$$

din care se deduce relația pentru determinarea forței de acționare  $S$  a sabotului primar sau secundar.

Forța periferică  $U = F_f$  rezultă din dezvoltarea relației:

$$F_f = \int \mu \cdot dN = \mu \cdot K \cdot (\delta_x \cdot \cos \alpha + \delta_y \cdot \sin \alpha) \cdot d\alpha \quad (4.46)$$

care după integrarea între limitele  $-\alpha_0/2$  și  $+\alpha_0/2$  rezultă:

$$F_f = 2 \cdot \mu \cdot K \cdot \delta_x \cdot \sin \frac{\alpha_0}{2} \quad (4.47)$$

Expresia analitică a coeficientului de eficacitate al sabotului flotant primar sau secundar se obține utilizând relațiile (4.47) și (4.45):

$$C'_{p,s} = \frac{F_f}{S} = \frac{\pm A - \mu \cdot B}{\pm \mu \cdot \sin \delta - \cos \delta \pm \frac{a}{r_t} \cdot f(\alpha) \cdot f(\mu)} \quad (4.48)$$

Din relațiile (4.37) și (4.47) se deduce expresia forței de reacțiune:

$$R_{p,s} = S_{p,s} \cdot \frac{c}{a} \pm \frac{r_t}{a} \cdot F_{f-p,s} \quad (4.49)$$

Cu ajutorul relațiilor (4.48) și (4.49) se poate calcula *raportul de transmitere interior* al oricărui tip constructiv de frână cu saboți flotanți:

– frâna simplex:  $C'_{simplex} = C'_p + C'_s$

– frâna duplex:  $C'_{duplex} = 2 \cdot C'_p$

– frâna servo:

$$C'_{servo} = C'_p + \frac{R}{S} \cdot C'_p = C'_p + \frac{1}{S} \cdot \left( S \cdot \frac{c}{a} + \frac{r_t}{a} \cdot F_{f-p} \right) \cdot C'_p = C'_p \cdot \left( 1 + \frac{c}{a} \right) + \frac{r_t}{a} \cdot (C'_p)^2$$

În cazul când al doilea sabot este articulat, raportul de transmitere interior al servofrânei este:

$$C'_{servo} = C'_p + \left( \frac{c}{a} + \frac{r_t}{a} \cdot C'_p \right) \cdot C'_p.$$

#### 4.4.3. Calculul frânelor cu disc

*Ipoteza de calcul* pentru frâna cu disc consideră că presiunea exercitată asupra garniturii de fricțiune este uniformă. Parametrii geometrici și forțele care solicită frâna cu disc de tip deschis sunt reprezentate în figura 4.40.

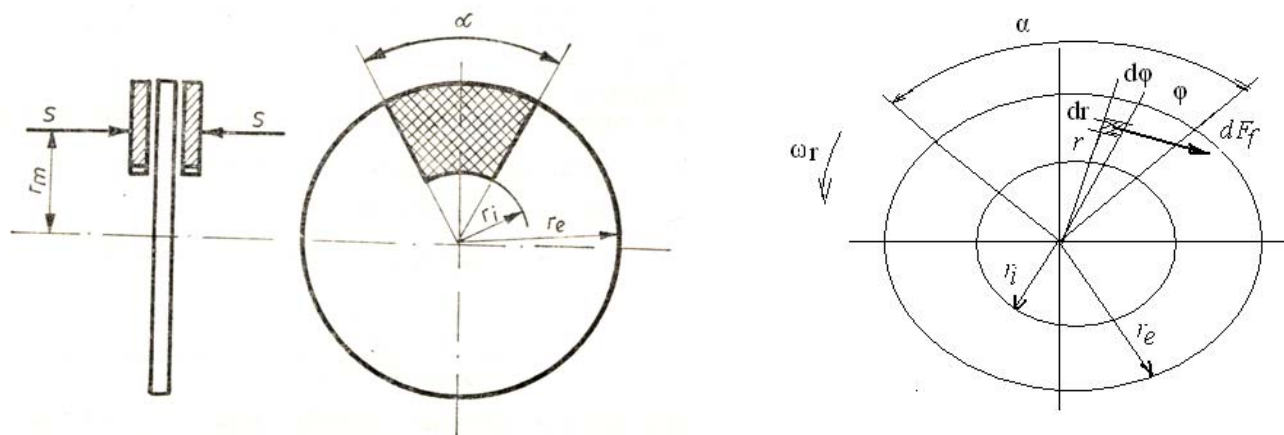


Fig. 4.40 Schema de calcul pentru frâna disc: a) geometrie, b) momentul de frânare.

După definiție, *raportul de transmitere interior* la frâna cu disc se determină cu relația:

$$C_{disc} = \frac{2 \cdot F_f}{S} = \frac{2 \cdot \mu \cdot S}{S} = 2 \cdot \mu \quad (4.50)$$

iar *sensibilitatea frânei* se obține prin derivarea relației raportului de transmitere  $C$ :

$$\frac{dC}{d\mu} = 2$$

Comparând sensibilitatea frânei cu disc deschisă cu cea a frânei cu saboți, se observă că frâna cu disc se caracterizează printr-o sensibilitate constantă și relativ mică, spre deosebire de frâna cu saboți a cărei sensibilitate are valori mari și o variație hiperbolică, în special la sabotul primar.

#### **Determinarea momentului de frânare**

*Aria de contact* pentru garnitura de fricțiune se determină cu relația:

$$A = \frac{\alpha}{2} \cdot (r_e^2 - r_i^2) \quad (4.51)$$

în care se impun: unghiul la centru al garniturii  $\alpha = 40^\circ \dots 50^\circ$  și raportul razelor  $r_i/r_e = 0,5 \dots 0,75$ .

*Presiunea de contact* dintre disc și garnitura de fricțiune este:

$$p = \frac{N}{A} = \frac{2 \cdot N}{\alpha \cdot (r_e^2 - r_i^2)} \quad (4.52)$$

*Aria elementară* de pe suprafața garniturii de fricțiune se determină cu relația:

$$dA = dr \cdot r \cdot d\varphi \quad (4.53)$$

iar forța normală elementară este:

$$dN = p \cdot dA = p \cdot r \cdot dr \cdot d\varphi \quad (4.54)$$

Forța de frecare elementară dintre disc și garnitura de fricțiune:

$$dF_f = \mu \cdot dN = \mu \cdot p \cdot r \cdot dr \cdot d\varphi \quad (4.55)$$



determină un moment de frecare elementar:

$$dM_f = dF_f \cdot r = \mu \cdot p \cdot r^2 \cdot dr \cdot d\varphi \quad (4.56)$$

Momentul de frecare cu garnitura de fricțiune rezultă prin integrarea momentului elementar:

$$M_f = \int dM_f = \int_0^\alpha \int_{r_i}^{r_e} \mu \cdot p \cdot r^2 \cdot dr \cdot d\varphi = \mu \cdot p \cdot \alpha \cdot \frac{1}{3} \cdot (r_e^3 - r_i^3) \quad (4.57)$$

Dacă se înlocuiește presiunea de contact cu relația (4.52), rezultă expresia momentului de frânare de forma:

$$M_f = \mu \cdot N \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{r_e^3 - r_i^3}{r_e^2 - r_i^2} = \mu \cdot N \cdot r_m \quad (4.58)$$

iar momentul total de frecare pentru frâna cu disc deschisă este dat de relația:

$$M_{f\_d} = 2 \cdot M_f$$

## 2) Frâna cu disc închisă

Schema de calcul pentru frâna cu disc închisă cu servoeffect este prezentată în figura 4.41 din care se observă că discul 1 este rezemat în direcția vitezei unghiulare  $\omega$ .

Forța periferică creată de dispozitivul de acționare determină apariția unei forțe axiale suplimentare care duce la creșterea forței de frânare deoarece discul 2 este acționat de carcasa 3 prin forța de frecare.

Dacă se notează cu  $S_b$  forța axială (normală pe suprafața de frecare) creată de dispozitivul de acționare, forța de frecare periferică, în prima etapă, este:

$$F_{f\_b} = \mu \cdot S_b$$

Datorită configurației locașului bilelor, componenta suplimentară care se adaugă la forța  $S_b$  în direcție axială este:

$$\Delta S_b = S_b \cdot \frac{\mu}{\tan \alpha}$$

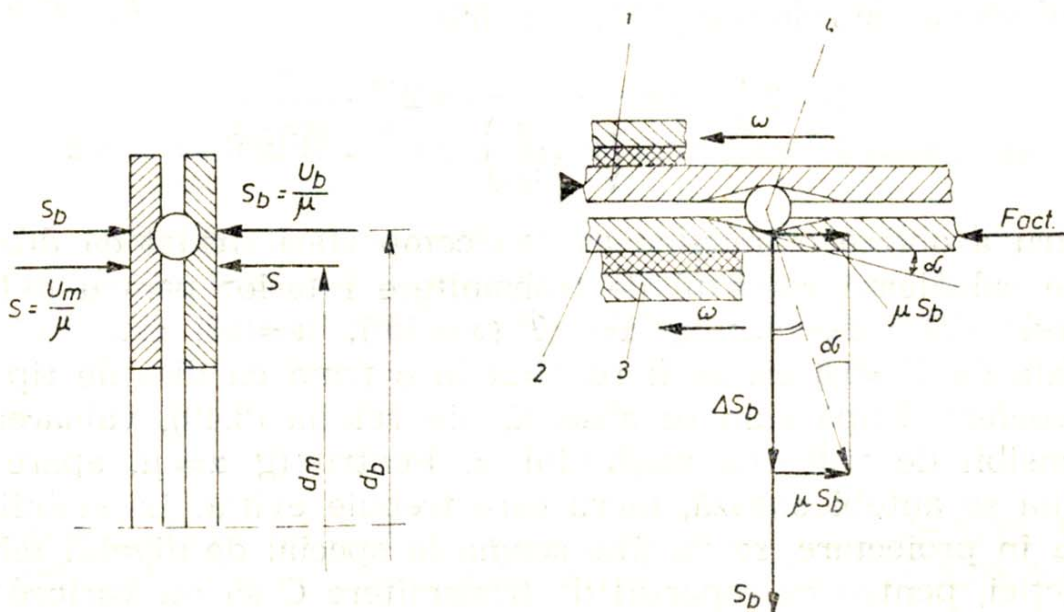


Fig. 4.41 – Schema de calcul pentru frâna cu disc închisă.

Deoarece forța  $F_b$  este raportată la diametrul de așezare al bilelor, iar raportul de transmitere interior al frânei cu forța periferică la diametrul mediu al suprafeței de frecare rezultă:

$$F_f = \frac{d_0 \cdot F_{f\_b}}{d_m}$$

În a doua etapă, ca urmare a forței suplimentare, forța normală este:

$$S'_b = S_b + \Delta S_b = S_b \cdot \left(1 + \frac{\mu}{\tan \alpha}\right)$$

iar forța de frecare periferică este:

$$F'_{f\_b} = \mu \cdot (S_b + \Delta S_b)$$

Deoarece procesul de amplificare continuă în lanț, se poate scrie relația pentru etapa  $n$  de forma:

$$S_b^n = S_{ef} = S_b \cdot \left(1 + \frac{\mu}{\tan \alpha} + \frac{\mu^2}{\tan^2 \alpha} + \dots + \frac{\mu^n}{\tan^n \alpha}\right) = C_b \cdot S_b$$

unde  $C_b$  este suma șirului din paranteză adică:

$$C_b = \frac{1 - \left(\frac{\mu}{\tan \alpha}\right)^{n+1}}{1 - \frac{\mu}{\tan \alpha}}$$

Știind că:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\mu}{\tan \alpha}\right)^{n+1} = 0, \text{ rezultă:}$$

$$C_b = \frac{1}{1 - \frac{\mu}{\tan \alpha}} = \frac{\tan \alpha}{\tan \alpha - \mu}$$

Raportul de transmitere interior al frânei

$$C = \frac{2 U_m}{S_b} = 2 \frac{d_b}{d_m} \cdot \frac{\mu S_b^n}{S_b},$$

sau ținând seama de relațiile (8.37) și (8.39):

$$C = 2 \frac{d_b}{d_m} \cdot \frac{\mu}{\tan \alpha \left(1 - \frac{\mu}{\tan \alpha}\right)} = 2 \frac{d_b}{d_m} \cdot \frac{\mu}{\tan \alpha - \mu}$$

#### 4.4.4. Verificarea sistemului mecanic de frânare

##### a- Verificarea la uzură.

Verificarea la uzură se face prin determinarea următorilor parametri:

- presiunea specifică,
- lucrul mecanic specific de frecare,
- puterea specifică de frecare,
- încărcarea specifică de frecare.

**Presiunea specifică pe suprafața garniturilor de ferodou** este parametrul cu ajutorul căruia se apreciază uzura garniturilor de fricțiune, adică:

$$p_0 = \frac{F_{flaFranaTambur}}{\mu \cdot A} \leq p_{0admis}, \text{ în care } F_{flaFranaTambur} = F_f \cdot \frac{r_r}{r_t} = \frac{G_a}{g} \cdot a_f \cdot \frac{r_r}{r_t}, \mu=0.3 \div 0.4 \text{ coeficientul de frecare ferodou tambur, } A - \text{ aria garniturii de ferodou.}$$

$p_{0admis} = 0.9 \div 1 MPa$  la frânarea intensivă

$p_{0admis} = 1.5 \div 2 MPa$  la proiectarea frânei tambur.

$$p_{0med} = \frac{2 \cdot N}{\alpha \cdot (r_e^2 - r_i^2)} \leq 7 MPa \text{ la proiectarea frânei disc.}$$

**Lucrul mecanic specific de frecare**, caracterizează uzura garniturilor de ferodou și se determină cu relația:

$$L_s = \frac{L_f}{\sum A} = \frac{1}{26} \cdot \frac{G_a}{g} \cdot V^2 \cdot \frac{1}{\sum A} \leq L_{sadmis}, \text{ unde } L_f \text{ este lucrul mecanic de frecare, } \sum A \text{ este aria totală a garniturilor de ferodou. Lucrul mecanic de frecare se determină din condiția ca în timpul frânării să existe egalitatea variația de energia cinetică, adică } L_f = E_c.$$

**Puterea specifică pe garnitura de fricțiune**, se determină din puterea necesară la frânarea autovehiculului de la viteza maximă  $V_{max}$  (în m/s) până la oprire cu o decelerație  $a_{fmax}$ , adică:

$$P_s = \frac{P}{\sum A} = \frac{G_a}{g} \cdot a_{fmax} \cdot V_{max} \cdot \frac{1}{\sum A} \leq P_{sadmis} = 0.45 \div 0.75 CP/cm^2 \text{ pentru frâna tambur și respectiv}$$

$P_s \leq 1 \div 1.3 CP/cm^2$  pentru frâna disc.

**Încărcarea specifică a garniturii de fricțiune** se utilizează pentru aprecierea solicitării garniturilor de fricțiune și se determină cu relația:

$$q_s = \frac{G_a}{g \cdot \sum A} \leq q_{sadmis}, \text{ unde: } q_{sadmis} = 0.12 \div 0.25 MPa \text{ pentru autoturisme; } q_{sadmis} = 0.2 \div 0.35 MPa$$

pentru autocamioane ușoare și mijlocii,  $q_{sadmis} = 0.4 \div 0.5 MPa$  pentru autocamioane grele și foarte grele;  $q_{sadmis} \leq 0.3 MPa$  pentru autobuze.

#### b- Calculul termic al frânelor.

Aprecierea temperaturii componentelor sistemului de frânare se realizează pentru trei situații de funcționare:

- **Frânarea intensivă**, când întreaga cantitate de căldură degajată este preluată de tambur, respectiv de disc, adică se determină o creștere de temperatură:

$$\Delta \tau = \frac{\xi}{108 \cdot 500} \cdot \frac{G_a \cdot V^2}{n_f \cdot c \cdot G_{t,d}} \leq 15^\circ C,$$

unde:  $\xi = 90 \div 95\%$  fracțiunea de căldură produsă și preluată de tambur, respectiv disc  $\xi = 99\%$ ,

$G_{t,d}$  greutatea tamburului, discului,

$c$  căldura specifică a tamburului, discului,

$\Delta \tau$  creșterea de temperatură a tamburului, discului.

- **Frânarea îndelungată**, când se ține seama și de transferul de căldură cu exteriorul

$$\tau_{max} \cong 56.5 \cdot \frac{\chi \cdot q_d}{\rho \cdot c} \cdot \sqrt{\frac{V}{3.6} \cdot \frac{1}{\pi \cdot a_f \cdot \alpha_t}} \leq 300^\circ C$$

unde:  $\chi$  coeficient de repartiție a căldurii între garniturile de fricțiune și tambur,

$q_d$  densitatea fluxului de căldură,

$\rho$  densitatea materialului tamburului, discului,

$a_f$  decelerația la frânare,

$\alpha_t$  difuzivitatea termică,

$V$  viteza de deplasare a autovehiculului.

- **Frânarea repetată**, determinându-se temperatura de saturație a tamburului, discului:

$$\tau_s = \tau_0 + \frac{\Delta\tau}{1 - e^{-b \cdot t_0}} \cong \tau_0 + b \cdot t_0$$

unde:  $\tau_0$  temperatura mediului ambiant,

$\Delta\tau$  creșterea de temperatură datorită unei frânări,

$b$  coeficient ce caracterizează condițiile de răcire ale frânelor,

$t_0$  intervalul dintre frânări.