

## 5. PROIECTAREA ARBORILOR

**Arborii** pe care se fixează roțile sunt solicitați la:

- *torsiune* de momentele  $T_{I,II,III}$  - considerate constante pe fiecare arbore între tronsoanele pe care se montează elementele active (roți dințate);
- *încovoiere* determinată de acțiunea forțelor, considerate concentrate, din angrenaje (componentele tangențiale  $F_{t1(2)k}$  și  $F_{t1(2)c}$ , radiale  $F_{r1(2)k}$  și  $F_{r1(2)c}$ , axiale  $F_{a1(2)k}$  și  $F_{a1(2)c}$ ), momentele de încovoiere  $M_i$  având variație liniară descrescătoare către rezeme.

**Dimensiunile (diametrele tronsoanelor) arborilor** rezultă pe baza unui *calcul de rezistență* la solicitare compusă *încovoiere-torsiune*, după care se efectuează *calculul de verificare*.

Calculul arborilor se efectuează în următoarea succesiune:

- predimensionarea;
- alegerea rulmenților pentru rezemare;
- stabilirea dimensiunilor tronsoanelor pe fiecare arbore;
- proiectarea formei arborilor;
- alegerea asamblărilor arbore - butuc;
- verificarea: la oboseală, la rigiditate (deformații flexionale, torsionale), la vibrații.

### 5.1. Predimensionarea arborilor

Această etapă constă în *determinarea* prin calcul a *diametrelor tronsoanelor* cu rol funcțional sau constructiv pentru fiecare arbore al transmisiei pe baza diagramei de moment de încovoiere echivalent.

Calculul se desfășoară parcurgând următoarele *etape*:

1) Se stabilește *diametrul preliminar* al arborelui din condiția de rezistență la torsiune:

$$d_{pI,II,III} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot T_{I,II,III}}{\pi \cdot \tau_{at}}} \quad [\text{mm}] \quad (5.1)$$

în care:  $\tau_{at} = 15 \dots 25$  MPa- rezistența admisibilă la torsiune pentru materialul arborelui (oțel), iar momentele de torsiune sunt:  $T_I = T_{1k}$ ,  $T_{II} = T_{2k} = T_{1c}$ , respectiv  $T_{III} = T_{2c}$ .

2) *Alegerea materialului*

Pentru construcția arborilor se utilizează *oțeluri* care se aleg în funcție de natura solicitării:

- ușoară: **OL 50**, **OL 60** - STAS 500 – 80,
- medie : **OLC 35**, **OLC 45**, **OLC 50** - STAS 880 – 80,
- mari: **40CrNi10**, **41CrNi12**, **36Mo17**, **40Cr10**, **50VCr10** - STAS 791 – 80.

**Observație:** pinionul  $z_{1k}$ , respectiv  $z_{1c}$  se realizează direct pe arbore dacă:

$$d_{ae1} \leq 1,8 \cdot d_{pI} \quad - \text{la angrenajul conic} \quad (5.2)$$

$$d_{a1} \leq 1,8 \cdot d_{pII} \quad - \text{la angrenajul cilindric;} \quad (5.3)$$

3) *Lungimile tronsoanelor* se stabilesc în funcție de elementele ce se montează pe arbori (roți de curea, roți dințate, rulmenți, etanșări, capace) ținând seama de *recomandări*.

4) **Stabilirea încărcărilor** pe fiecare arbore: se face considerând *forțele calculate concentrate*, aplicate pe arbori și în punctele de contact ale dinților roților dințate, cu *sensuri* stabilite în funcție de sensul de rotație a fiecărui element (conducător sau condus).

5) **Trasarea diagramelor de momente echivalente**

Deoarece asupra fiecărui arbore acționează câte 3 forțe  $F_t, F_r, F_a$  reciproc perpendiculare, acțiunea lor se poate studia în *două plane* (vertical și orizontal) care se intersectează după axa de rotație (simetrie) a arborilor.

Se parcurg următoarele *etape*:

• **Trasarea diagramelor de momente încovoietoare în plan vertical  $M_{iV}$**

se efectuează respectând următoarea ordine:

- *reprezentarea forțelor* care acționează în plan vertical în punctele de aplicație și cu sensurile rezultate din schema de funcționare;

- *determinarea reacțiunilor* din reazeme (punctele de sprijin ale arborilor) – rulmenții

$A, B$  - pentru arborele I;

$C, D$  - pentru arborele II;

$E, F$  - pentru arborele III

pe baza ecuațiilor de echilibru de forțe și momente de încovoiere

$$\Rightarrow V_A, V_B, V_C, V_D, V_E, V_F \quad [\text{N}] \quad (5.4)$$

- *calculul momentelor de încovoiere în plan vertical  $M_{iV}$  [Nmm]* - în secțiunile caracteristice pe fiecare arbore, aplicând convenția de semn (cunoscută de la Rezistența materialelor);

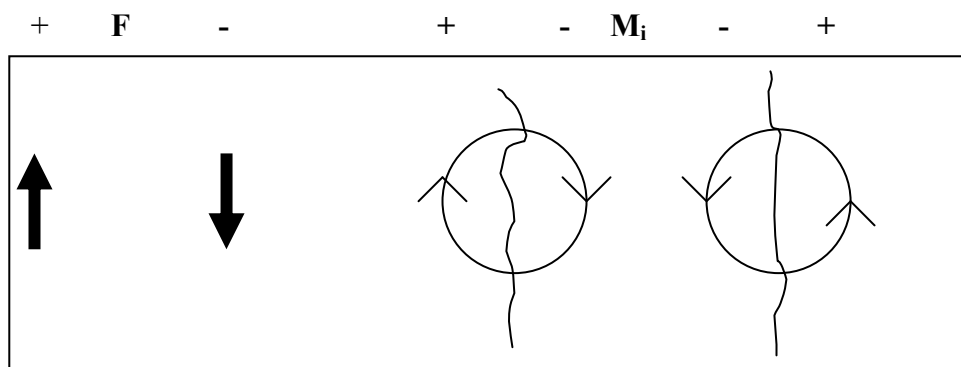


Fig. 5.1 Convenția de semn pentru forțe și momente

- *reprezentarea diagramei  $M_{iV}$* .

• **Trasarea diagramelor de momente încovoietoare în plan orizontal  $M_{iH}$**

se efectuează respectând următoarea ordine:

- *reprezentarea forțelor* care acționează în plan orizontal în punctele de aplicație și cu sensurile rezultate din schema de funcționare;

- *determinarea reacțiunilor* din reazeme (punctele de sprijin ale arborilor) - rulmenții

$A, B$  - pentru arborele I;

$C, D$  - pentru arborele II;

$E, F$  – pentru arborel III  
pe baza ecuațiilor de echilibru de forțe și momente de încovoiere  
 $\Rightarrow H_A, H_B, H_C, H_D, H_E, H_F$  [N] (5.5)

- calculul momentelor de încovoiere în plan orizontal  $M_{iH}$  [Nmm] - în secțiunile caracteristice pe fiecare arbore, aplicând convenția de semn;  
- reprezentarea diagramei  $M_{iH}$ .

• **Trasarea diagramei de momente de încovoiere rezultante** - pe baza diagramelor anterioare, folosind adunarea geometrică, punct cu punct cu relația:

$$(M_{irez})_j = \sqrt{(M_{iV})_j^2 + (M_{iH})_j^2} \quad [\text{N mm}] \quad (5.6)$$

în care:  $j = 1, 2, 3 \dots$  - punctele care delimitează tronsoanele caracteristice pentru montarea elementelor constructive pe fiecare arbore;

• **Trasarea diagramei de momente de torsiune**  $T_{I,II,III}$  [N mm], considerat **constant**, care soliciță fiecare arbore, aplicat pe lungimile între care se transmite;

• **Trasarea diagramei de momente de încovoiere echivalente**  $M_{iech}$  - pentru fiecare tronson caracteristic  $j$ , separat (diferit) pentru arborii I, II și III, cu relația;

$$(M_{iech})_j = \sqrt{(M_{irez})_j^2 + (\alpha \cdot T)_j^2} \quad [\text{N mm}] \quad (5.7)$$

în care:  $\alpha = \frac{\sigma_{aiIII}}{\sigma_{aiI}}$  - coeficientul de asimetrie al ciclurilor de solicitare la încovoiere și torsiune, știind că:  $\sigma_i$  - variază după un ciclu alternant - simetric (III);

$\tau_t$  - " " " pulsant (II);

Valorile rezistențelor admisibile la încovoiere și torsiune sunt indicate în **tabelul 1.3 /p. 13** în funcție de tipul materialului arborelui și rezistența lui de rupere [MPa].

**6) Calculul diametrului minim pentru fiecare tronson** al arborelui I, II sau III, cu relația:

$$d_{j \min} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot (M_{iech})_{\max j}}{\pi \cdot \sigma_{aiIII}}} \quad [\text{mm}] \quad (5.8)$$

unde:  $(M_{iech})_{\max j}$  - momentul de încovoiere echivalent maxim pe tronsonul  $j$ .

**Observație:** Pentru proiectarea formei și alegerea corectă a dimensiunilor fiecărui tronson de pe arbori, se vor dimensiona mai întâi rulmenții.

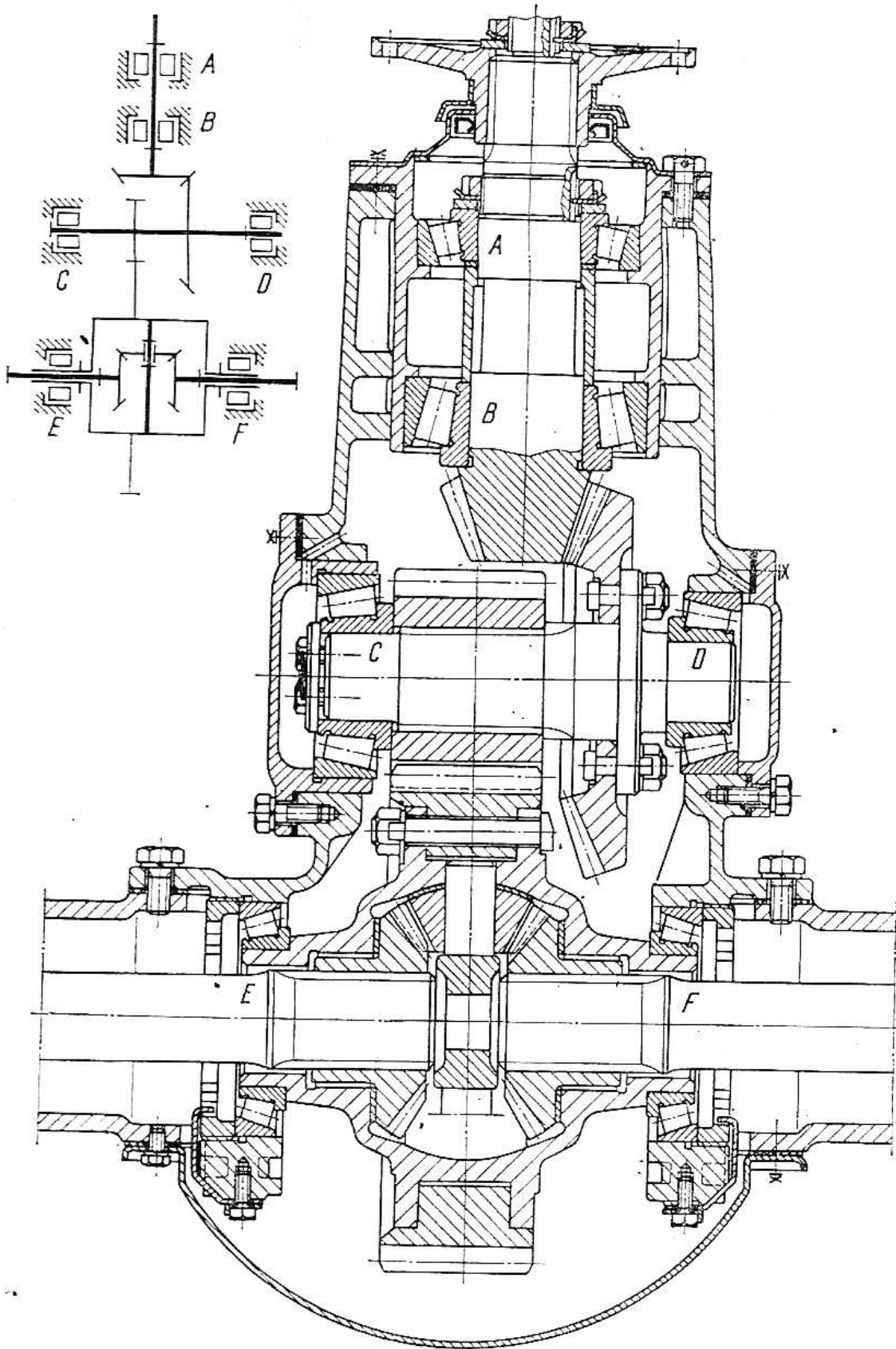


Fig. 5.2 Puntea spate a unui autovehicul (lagăre realizate cu rulmenți radial-axiali cu role conice)

Pentru **arborii I, II și III** se stabilesc următoarele *lungimi ale tronsoanelor* (corelate cu schema transmisiei principale duble din figura 5.2):

### Arborele de intrare I

$L_c$  - lungimea tronsonului canelat pentru montarea flanșei de antrenare a arborelui pinionului de atac se determină prin *calculul asamblării prin caneluri dreptunghiulare*.

Lungimea necesară a canelurilor:

$$L_c \geq \frac{S'}{s'} \quad (5.9)$$

în care:  $S'$  - suprafața portantă necesară pentru transmiterea momentului de torsiune nominal la intrarea în transmisia principală și  $s'$  - suprafața portantă a flancurilor canelurii/unitatea de lungime determinate cu relațiile:

$$S' = \frac{T_i}{r_m \cdot \sigma_{as}} \quad (5.10)$$

$$s' = 0,75 \cdot z \cdot \left( \frac{D-d}{2} \right) - 2 \cdot c \quad (5.11)$$

cu:  $d = d_{pI}$  (adoptat la predimensionare) rotunjit la valoare standard pentru caneluri dreptunghiulare *seria mijlocie (tabelul 2.2.4)*, funcție de care se aleg dimensiunile canelurilor:  $z \times d \times D, b, d_1, f, c, r,$

$$r_m = \frac{d+D}{4} \text{ - raza medie a profilului canelurii,}$$

$$\sigma_{as} = 7...10 \text{ MPa - tensiunea admisibilă la strivire a flancurilor canelurilor (se adoptă).}$$

Se adoptă:

$$l_2 = (B_{r\_I}) = (0,8...1) \cdot d_{pI} \text{ - lățimea tronsoanelor pentru montarea rulmenților;}$$

$$L_2 = l' = (2,5...3) \cdot d_{pI} \text{ - distanța între lagărele arborelui cu consolă;}$$

$$\text{Lungimea între lagăre - rezultă prin calcul: } l_3 = L_2 - l_2$$

$$l_4 = a = 10...15 \text{ mm - distanța de la roata dințată la peretele carcasei;}$$

$b$  - lățimea butucului roții dințate conice (de la calculul elementelor geometrice).

**Lungimile de calcul** pentru punctele de aplicație ale forțelor se stabilesc astfel:

$$L_1 = \frac{L_c}{2} + l_1 + \frac{l_2}{2}; \quad L_2 \text{ - stabilit anterior;} \quad L_3 = \frac{l_2}{2} + l_4 + \frac{b}{2}$$

### Arborele intermediar II

$l_5 = (B_{r\_II}) = (0,8...1) \cdot d_{pII}$  - lățimea tronsoanelor pentru montarea rulmenților;

$l_6 = a = 10...15$  mm - distanța de la roata dințată la peretele carcasei;

$b_1$  - lățimea pinionului cilindric;

$l_7 = c = 10...15$  mm - distanța între roțile dințate montate pe aceeași axă;

$b$  - lungimea butucului roții conice conduse;

**Lungimile de calcul** pentru punctele de aplicație ale forțelor se stabilesc astfel:

$$L_4 = \frac{l_5}{2} + l_6 + \frac{b_1}{2}; \quad L_5 = \frac{b_1}{2} + l_7 + \frac{b}{2}; \quad L_6 = \frac{b_1}{2} + l_6 + \frac{l_5}{2}$$

**Arborele de ieșire III (carcasa diferențialului)** pe care este montată roata cilindrică condusă la mijlocul distanței între rulmenții de sprijin:

$l_8 = (B_{r\_III}) = (0,8...1) \cdot d_{pIII}$  - lățimea tronsoanelor pentru montarea rulmenților;

$l_9$  - distanța de la roata cilindrică la carcasă rezultă din dimensionarea diferențialului (se adoptă constructiv):  $l_9 = (1,2...1,5) \cdot d_{pIII}$ .

**Lungimile de calcul** pentru punctele de aplicație ale forțelor sunt egale cu:

$$L_7 = \frac{l_8}{2} + l_9 + \frac{b_2}{2}.$$

## 5.2. Proiectarea lagărelor cu rulmenți

Pentru rezemarea arborilor transmisiei principale a autovehiculului se utilizează *rulmenți* (lagăre cu rostogolire) dispuși câte o pereche pe fiecare arbore și care formează un singur subansamblu. Rulmenții au un dublu rol:

- preiau forțele cu care este încărcat arborele și le transmit carcasei,
- permit realizarea mișcării relative de rotație între arbori și carcasă în condiții impuse de precizie și durabilitate.

Etapele ce trebuie parcurse în proiectarea unui subansamblu cu rulmenți sunt reprezentate în schema din figura 5.3.



Fig. 5.3 Schema logică utilizată la proiectarea lagărelor cu rulmenți

**Datele inițiale** necesare pentru proiectarea unui ansamblu cu rulmenți se referă la: natura și mărimea forțelor, turația de funcționare, durabilitatea impusă, dimensiuni constructive impuse sau limitate, rigiditatea arborelui, mărimea deformațiilor unghiulare, lungimea arborelui și variațiile de temperatură în funcționare, cerințe de precizie a mișcării, valori limită pentru nivelul de vibrații și zgomot, condiții de ungere, cerințe deosebite de etanșare.

1) **Determinarea încărcărilor din reazeme (lagăre)** se stabilește funcție de forțele radiale și axiale cu care este încărcat arborele astfel:

- *forța radială rezultantă* se calculează pe baza reacțiunilor din reazeme stabilite în plan vertical, respectiv orizontal la etapa de predimensionare a arborilor:

$$F_R = \sqrt{V^2 + H^2} \quad [\text{N}] \quad (5.12)$$

pentru fiecare punct de sprijin A, B, C, D, E și F de pe arborii transmisiei principale;

- *forța axială* de pe fiecare arbore (I, II și III) care urmează să fie preluată de unul dintre lagăre funcție de schema de lăgăruire adoptată:

$$\begin{aligned} F_{A\_I} &= F_{a1k} \\ F_{A\_II} &= |F_{a2k} - F_{a1c}| \\ F_{A\_III} &= F_{a2c} \end{aligned} \quad [\text{N}] \quad (5.13)$$

## 2) Alegerea schemei de lăgăruire (variante de rezemare)

La proiectarea lagărelor cu rulmenți este necesar să se țină seama de faptul că acestea trebuie să realizeze fixarea radială și axială a arborelui. De asemenea, montajul proiectat nu trebuie să inducă forțe suplimentare în rulmenți atunci când arborele se dilată termic sau se încovoie sub acțiunea forțelor exterioare.

După modul de preluare a forțelor axiale de către cele două lagăre se deosebesc două *soluții de rezemare*:

2.1) *lagăr conducător (fix) – lagăr liber (mobil)*: se utilizează în cazul arborilor de lungime medie sau mare și la care sunt posibile variații de temperatură în timpul funcționării.

Lagărul conducător are rolul de a prelua reacțiunea radială corespunzătoare și întreaga forță axială a arborelui, pentru ambele sensuri, iar rulmentul care materializează lagărul conducător este fixat atât pe arbore cât și în carcasă.

Lagărul liber preia reacțiunea radială corespunzătoare și permite deplasarea axială în raport cu carcasa evitând astfel încărcări axiale suplimentare. Deplasarea axială se poate realiza în interiorul rulmentului prin utilizarea rulmenților radiali cu role cilindrice fără umeri de sprijin (tip N sau NU). Pentru deplasări axiale mari se prevede deplasarea axială a întregului rulment prin utilizarea unui ajustaj adecvat între inelul exterior și carcasă.

Dintre cele două lagăre ale unui arbore se stabilește ca lagăr conducător rulmentul cu încărcarea radială mai mică.

2.2) *conducere reciprocă*: fiecare din cele două lagăre poate prelua sarcina axială numai într-un sens, soluția fiind recomandată la arbori scurți.

În figura 5.4 sunt reprezentate soluții de utilizare a variantei de rezemare lagăr fix – lagăr mobil:

- a) lagărul fix este un rulment radial cu bile pe un rând, iar lagărul mobil un rulment cu role cilindrice cu ambele inele fixate cu ajustaj cu strângere pe arbore și în carcasă;
- b) ambele lagăre sunt realizate cu rulmenți radiali oscilanți cu role butoi pe două rânduri din care lagărul fix este montat cu ajustaj cu strângere atât pe arbore cât și în carcasă, iar lagărul mobil este inelul exterior montat cu ajustaj alunecător în carcasă ceea ce permite deplasarea axială în ambele sensuri;
- c) lagărul fix este format din doi rulmenți radial-axiali cu role conice, montați împerecheați, iar lagărul mobil este format dintr-un rulment radial cu role cilindrice de tip NU montat în alezajul carcasei cu ajustaj cu strângere;
- d) lagărul fix este format dintr-un rulment radial cu role cilindrice de tip NUP, iar lagărul mobil este format dintr-un rulment radial cu role cilindrice tipul NU;
- e) lagărul fix format dintr-un rulment radial cu role cilindrice de tipul NU, care preia sarcinile radiale și dintr-un rulment cu bile cu patru puncte de contact de tipul QJ (descărcat la exterior), iar lagărul mobil este format dintr-un rulment radial cu role cilindrice de tipul NU;
- f) lagărul fix format dintr-un rulment radial cu ace de tipul NA care preia sarcinile radiale și un rulment radial cu bile pe un rând (descărcat la exterior), iar lagărul mobil este format dintr-un rulment radial cu ace de tipul NA;
- g) lăgăruirea în cazul arborilor scurți se poate face și cu doi rulmenți cu role conice, montați în X, care pot fi considerați ca lagăr cu conducere reciprocă.



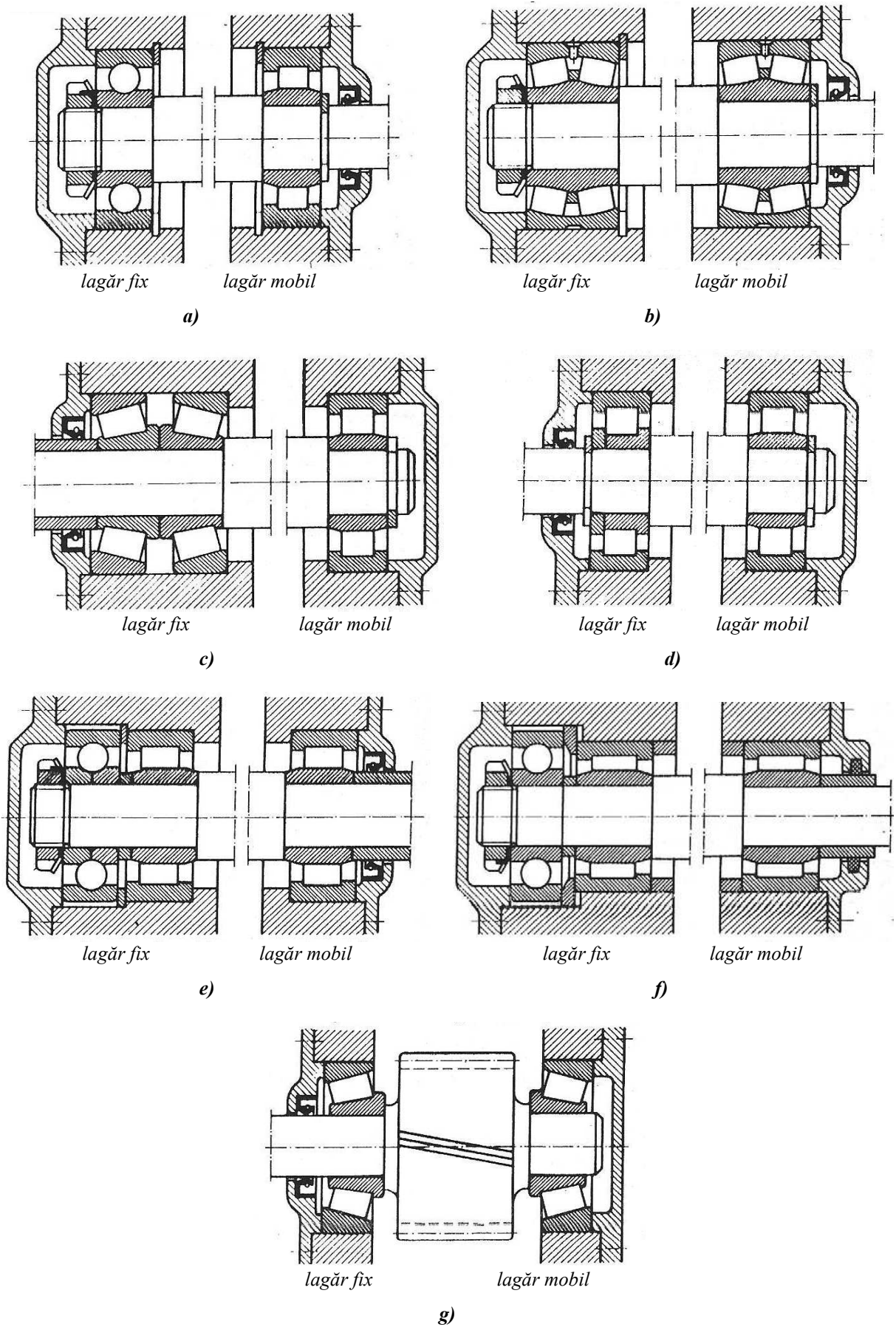


Fig. 5.4 Soluții de realizare a rezemăriei arborilor cu lagăr conducător-lagăr liber

Figura 5.5 reprezintă două soluții de realizare a variantei de rezemare cu conducere reciprocă:

- montajul în X* (la care distanța dintre centrele punctelor de aplicație a reacțiunilor este mai mică decât distanța dintre centrele rulmenților) se recomandă în cazul arborilor scurți cu deformații termice neglijabile și la care nu există restricții în privința gabariturii axial, montajul permițând și deformații de încovoiere moderate;
- montajul în O* (distanța dintre punctele de aplicație a reacțiunilor este mai mare decât distanța dintre centrele rulmenților) se recomandă în cazul arborilor scurți și rigizi, cu deformații de încovoiere neglijabile, cu dilatații termice mici, deoarece în cazul utilizării rulmenților radial-axiali dilatațiile termice modifică jocul din rulmenți.

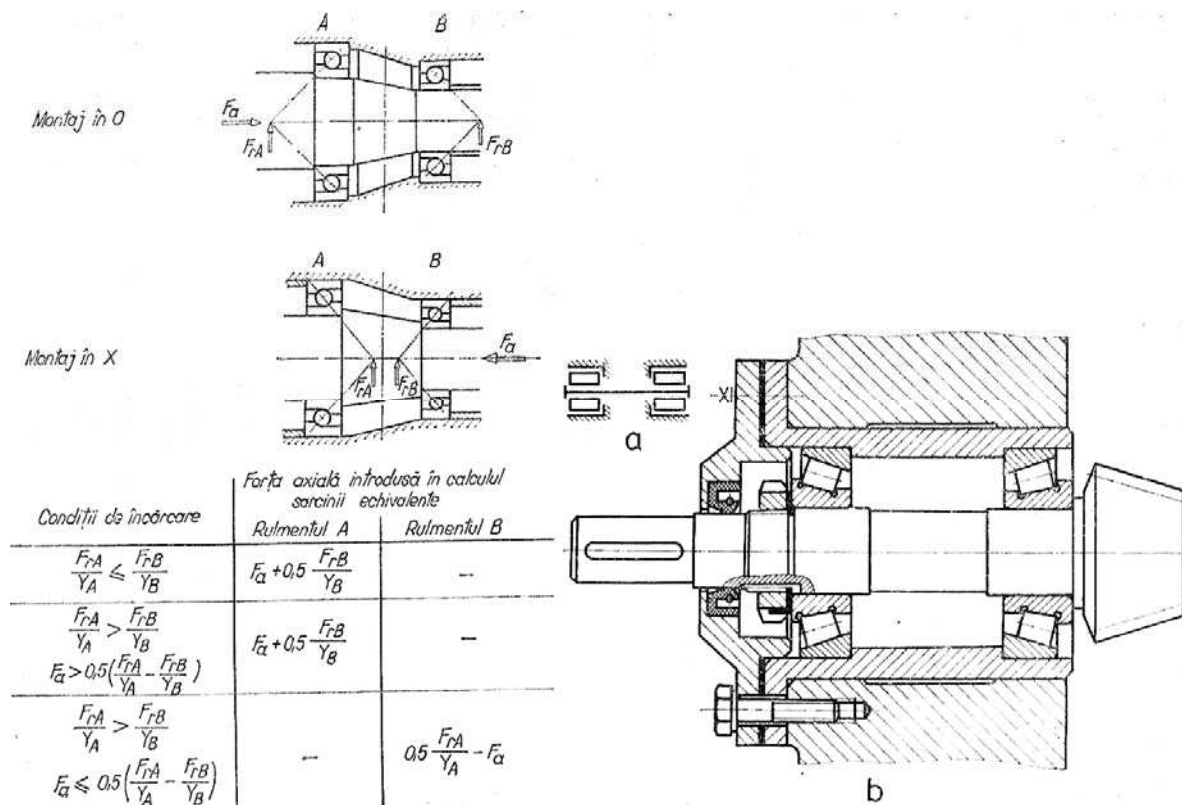


Fig. 5.5 Soluții de rezemare a arborilor pentru varianta cu conducere reciprocă

### 3) Alegerea tipului de rulmenți

La alegerea tipului de rulmenți utilizați pentru rezemarea arborilor este necesară considerarea următoarelor criterii: natura și mărimea forțelor, turația de funcționare, abaterile de la coaxialitate și rotirile în reazeme, precizia de fabricație și jocul radial, zgomotul rulmenților, temperatura de funcționare.

Reprezentarea schematică a direcțiilor pentru *solicitările de bază* (triunghiurile înnegrite) și *solicitări posibile* (triunghiurile albe) în cazul principalelor tipuri constructive de rulmenți este realizată în figura 5.6.

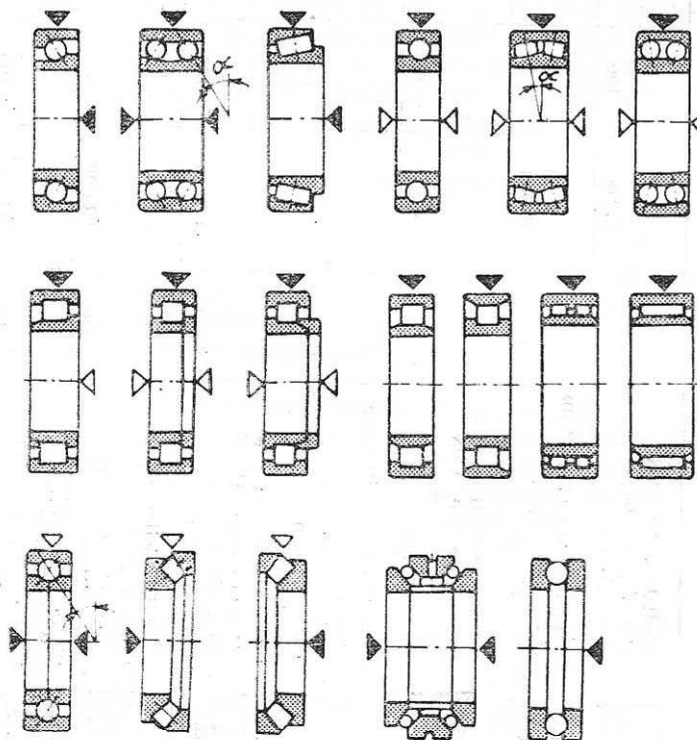


Fig. 5.6 Tipuri constructive de rulmenți (solicitări de bază și suplimentare)

Pentru preluarea sarcinilor combinate (radiale și axiale) în funcție de mărimea acestora se pot utiliza următoarele tipuri de rulmenți:

- dacă  $F_A \ll F_R \rightarrow$  rulmenți radiali cu bile sau cu role cilindrice de tip NJ sau NUP;
- dacă  $F_A \approx F_R \rightarrow$  rulmenți radial-axiali cu bile sau cu role conice, care pot suporta sarcini axiale într-un singur sens;
- dacă  $F_A \gg F_R \rightarrow$  rulmenți radial-axiali cu role conice montați în X sau O.

#### 4) Stabilirea tipodimensiunii rulmenților

Alegerea rulmenților din cataloage firmelor producătoare se realizează după *dimensiunea de montaj* (diametrul inelului interior  $d$  egal cu diametrul tronsonului de pe arbore prevăzut pentru rezemare  $d_{j_{A, B, C, D, E, F}}$ ) și *capacitatea dinamică de bază* ( $C_{catalog} \geq C_r$ ).

Determinarea capacității dinamice de bază se realizează prin calculul următoarelor mărimi:

- *sarcina dinamică echivalentă* se evaluează cu relația:

$$P_e = X \cdot F_R + Y \cdot F_A \quad [\text{N}] \quad (5.14)$$

în care:  $X$  și  $Y$  sunt coeficienți dependenți de tipul rulmentului (indicați de cataloagele de rulmenți);

- *durabilitatea rulmentului* se stabilește funcție de turația arborelui  $n_a$  și durata de funcționare  $D_h$ :

$$L = \frac{60 \cdot n \cdot D_h}{10^6} \quad [\text{milioane rotații}] \quad (5.15)$$

- *capacitatea dinamică de bază necesară* rulmentului:

$$C_r = P_e \cdot L^{1/p} \quad [\text{N}] \quad (5.16)$$

După selectarea rulmentului care are capacitatea dinamică de catalog superioară valorii calculate se aleg dimensiunile rulmentului (diametrul interior  $d$ , diametrul exterior  $D$ , lățimea  $B$ ) și simbolul acestuia.

### 2.3. Stabilirea formei constructive a arborilor

Forma constructivă pentru arborii transmisiei principale se definitivează după alegerea dimensiunilor rulmenților, cu verificarea diametrelor pentru fiecare tronson ( $d_{adoptat} > d_{calculat}$  la predimensionarea arborilor din diagramele de momente de încovoiere echivalente).

### 2.4. Calculul asamblărilor arbore-butuc

Pentru fixarea roților dințate pe arborii transmisiei principale se utilizează *asamblări cu pană paralelă* (STAS 1004) cu dimensiuni  $b \times h$  și lungimi  $l$  reprezentată în figura 5.7.

Materialele recomandate pentru construcția penelor paralele sunt oțelurile carbon (OL 50, OL 60) sau de calitate (OLC 35, OLC 45).

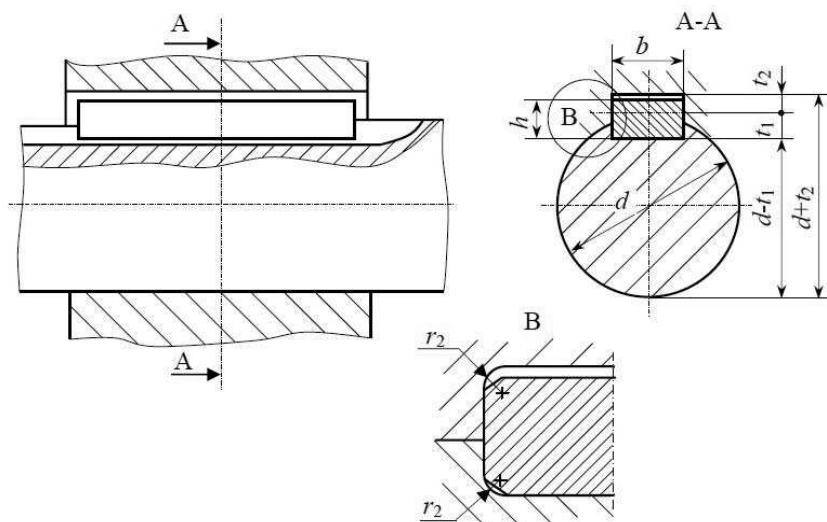


Fig. 5.7 Dimensiunile asamblării cu pană paralelă

Alegerea penei paralele constă în stabilirea dimensiunilor standard ale secțiunii penei paralele  $b$  și  $h$  (tabelul 5.1) funcție de valoarea diametrului arborelui  $d$  în zona asamblării.

Lungimea minimă necesară a penei paralele (lungime de calcul pentru o singură pană) se determină din condiția de rezistență la solicitarea de strivire:

$$l_c \geq \frac{4 \cdot T_a}{d \cdot h \cdot \sigma_{as}} \quad (5.17)$$

în care:  $T_a$  este momentul de torsiune care solicită arborele, iar  $\sigma_{as}$  este tensiunea admisibilă la strivire a cărei valoare se impune funcție de tipul solicitării sau asamblării:

**100 ... 150** MPa – sarcini constante,

**65 ... 100** MPa – sarcini pulsatorii,

**35 ... 50** MPa – sarcini alternate și cu șocuri,

**10 ... 30** MPa – îmbinări mobile.

Tabelul 5.1 Dimensiuni pentru asamblarea cu pană paralelă

Diametrul arborelui <i>d</i>		Dimensiunile nominale ale penelor			Dimensiunile canalului											
					nominal	Lățimea <i>b</i>					Adâncimea				Raza de racordare <i>r</i>	
						Abateri limită					în arbore <i>t<sub>1</sub></i>		în butuc <i>t<sub>2</sub></i>			
						Ajustaj					nominal	abatere limită	nominal	abatere limită	maximă	minimă
						liber		normal		presat						
Peste	Până	<i>b</i>	<i>h</i>	nominal	arbore H9	butuc D10	arbore N9	butuc Js9	arbore și butuc P9	nominal	abatere limită	nominal	abatere limită	maximă	minimă	
6	8	2	2	2	+0,025	+0,060	-0,004	+0,0125	-0,006	1,2	+0,1	1,0	+0,1	0,16	0,08	
8	10	3	3	3	0	+0,020	-0,029	-0,0125	-0,031	1,8		1,4				0
10	12	4	4	4	+0,030	+0,078	0	+0,0150	-0,012	2,5	0	1,8	0	0,25	0,16	
12	17	5	5	5						3,0		2,3				
17	22	6	6	6	0	+0,080	-0,030	-0,0150	-0,042	3,5	+0,2	2,8	+0,2	0,60	0,40	
22	30	8	7	8	+0,036	+0,098	0	+0,0180	-0,015	4,0		0				3,3
30	38	10	8	10	0	+0,040	-0,036	-0,0180	-0,051	5,0	0		3,3	0	0,60	0,40
38	44	12	8	12	+0,043	+0,120	0	+0,0215	-0,018	5,0		0	3,3			
44	50	14	9	14						5,5	3,8					
50	58	16	10	16	0	+0,050	-0,043	-0,0215	-0,061	6,0	0	4,3	0	0,60	0,40	
58	65	18	11	18	7,0	4,4										
65	75	20	12	20	+0,052	+0,149	0	+0,0260	-0,022	7,5	0	4,9	0	0,60	0,40	
75	85	22	14	22						9,0		5,4				
85	95	25	14	25	0	+0,065	-0,052	-0,0260	-0,074	9,0	+0,3	5,4	+0,3	1,5	1,2	
95	110	28	16	28	10,0	6,4										
110	130	32	18	32	+0,062	+0,180	0	+0,0310	-0,026	11,0	0	7,4	0	1,0	0,7	
130	150	36	20	36						12,0		8,4				
150	170	40	22	40	0	+0,080	-0,062	-0,0310	-0,088	13,0	0	9,4	0	2,5	2,0	
170	200	45	25	45	15,0	10,4										
200	230	50	28	50	+0,074	+0,220	0	+0,0370	-0,032	17,0	0	11,4	0	2,5	2,0	
230	260	56	32	56						20,0		12,4				
260	290	63	32	63	0	+0,100	-0,074	-0,0370	-0,106	20,0	0	12,4	0	2,5	2,0	
290	330	70	36	70	22,0	14,4										
330	380	80	40	80	+0,087	+0,260	0	+0,0435	-0,037	25,0	0	15,4	0	2,5	2,0	
380	440	90	45	90						28,0		17,4				
440	500	100	50	100	0	+0,120	-0,087	-0,0435	-0,121	31,0	0	19,5	0	2,5	2,0	

Lungimea penei *l* se calculează pe baza alegerii formei constructive (din figura 5.8):

$$l \geq l_c + b \quad \text{– pentru forma A (rotunjită la ambele capete),}$$

$$l \geq l_c + \frac{b}{2} \quad \text{– pentru forma B (rotunjită numai la un capăt)}$$

iar valoarea rezultată se standardizează la lungimile indicate în tabelul 5.2 funcție de dimensiunile secțiunii transversale *b x h*.

**Observație:** Dacă lungimea penei este mai mare decât lungimea butucului se montează mai multe pene (două așezate la 180° sau trei la 120°).

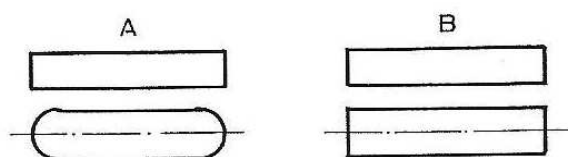


Fig. 5.8 Forme constructive de pană paralelă

**Tabelul 5.2** Lungimi pentru pene paralele

<i>b</i>	nominal	2	3	4	5	6	8	10	12	14	16	18	20	22	25	28	32	36	
	abateri limită h9	0 -0,025		0 -0,030		0 -0,036		0 -0,043		0 -0,052		0 -0,062							
<i>h</i>	nominal	2	3	4	5	6	7	8	8	9	10	11	12	14	14	18	18	20	
	abateri limită	0 -0,025		0 -0,030		0 -0,090		0 -0,110											0 -0,13
<i>f</i> <i>r</i>	minim	0,16		0,25		0,40		0,60											
	maxim	0,25		0,40		0,60		0,80											
<i>l</i>																			
6																			
8																			
10																			
12																			
14																			
16																			
18																			
20																			
22																			
25																			
28																			
32																			
36																			
40																			
45																			
50																			
56																			
63																			
70																			
80																			
90																			
100																			

## 2.5. Verificarea arborilor

După etapele de predimensionare și proiectarea formei pentru arbore (inclusiv alegerea rulmenților și a asamblărilor arbore-butuc) este necesară realizarea următoarelor verificări:

- la oboseală,
- la rigiditate (deformații flexionale și torsionale),
- la vibrații (flexionale și torsionale)

prin diferite metode în condiții impuse de încărcare și funcționare.

### 2.5.1. Verificarea la oboseală

Calculul la solicitări variabile se efectuează ca o etapă de verificare în vederea evitării ruperii arborelui prin oboseala materialului.

Calculul la oboseală constă în determinarea coeficienților de siguranță efectivi  $c$ , în secțiunile în care există concentratori de tensiuni (canale de pană, caneluri, salturi de diametre, găuri transversale, filet, ajustaje presate etc.) și compararea acestora cu valorile admisibile  $c_a$ , determinate experimental cu respectarea inegalității:

$$c \geq c_a \tag{5.18}$$

Ca valori ale coeficientului de siguranță admisibil se recomandă:

- $c_a = 1,3 \dots 1,5$  atunci când condițiile de funcționare și solicitările sunt precis cunoscute, calculul este corect, materialul arborelui este omogen și tehnologia aplicată este cea prescrisă;
- $c_a = 1,5 \dots 2,5$  pentru arbori foarte importanți a căror defectare poate produce accidente sau avarii grave, precum și atunci când nu sunt asigurate cerințele anterioare.

Întrucât arborii sunt supuși la solicitări compuse, încovoiere și torsiune, coeficientul global de siguranță la solicitări variabile se calculează în funcție de coeficienții de siguranță parțiali  $c_\sigma$  la solicitarea de încovoiere, respectiv  $c_\tau$  la solicitarea de torsiune cu relația:

$$c = \frac{c_\sigma \cdot c_\tau}{\sqrt{c_\sigma^2 + c_\tau^2}} \quad (5.19)$$

Relațiile de calcul pentru coeficienții de siguranță parțiali, în ipoteza atingerii ciclului limită prin cicluri cu caracteristica  $R = \text{constant}$  sunt prezentate în tabelul 5.3 pentru două schematizări utilizate la arbori, date de **Rezistența materialelor**: metoda *Serensen*, metoda *Soderberg*.

**Tabelul 5.3** Relații de calcul pentru coeficienții de siguranță la oboseală parțiali

Natura solicitării	Schematizarea Serensen	Schematizarea Soderberg
Încovoiere	$c_\sigma = \frac{\sigma_{-1N}}{k_{\sigma d} \cdot \sigma_v + \frac{2 \cdot \sigma_{-1} - \sigma_0}{\sigma_0} \cdot \sigma_m}$	$c_\sigma = \frac{\sigma_{-1N}}{k_{\sigma d} \cdot \sigma_v + \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_0} \cdot \sigma_m}$
Torsiune	$c_\tau = \frac{\tau_{-1N}}{k_{\tau d} \cdot \tau_v + \frac{2 \cdot \tau_{-1} - \tau_0}{\tau_0} \cdot \tau_m}$	$c_\tau = \frac{\tau_{-1N}}{k_{\tau d} \cdot \tau_v + \frac{\tau_{-1}}{\tau_0} \cdot \tau_m}$

Notațiile utilizate în relațiile din tabelul anterior reprezintă:

- $\sigma_{-1N}, \tau_{-1N}$  – rezistența la oboseală pentru solicitarea de încovoiere, respectiv torsiune, pentru ciclul alternant simetric la un număr  $N$  de cicluri;
- $\sigma_{-1}, \tau_{-1}$  – rezistența la oboseală a materialului pentru solicitarea de încovoiere, respectiv torsiune, pentru ciclul alternant simetric;
- $\sigma_0, \tau_0$  – rezistența la oboseală pentru solicitarea de încovoiere, respectiv torsiune, pentru ciclul pulsator;
- $\sigma_v, \tau_v$  – amplitudinea ciclului de solicitare la încovoiere, respectiv torsiune;
- $\sigma_m, \tau_m$  – tensiunea medie a ciclului de solicitare la încovoiere, respectiv torsiune;
- $k_{\sigma d}, k_{\tau d}$  – coeficientul global de concentrare a tensiunilor la încovoiere, respectiv torsiune în secțiunea considerată.

Coeficienții globali de concentrare a tensiunilor  $k_{\sigma d}$  și  $k_{\tau d}$  se determină cu relațiile:

$$k_{\sigma d} = \frac{\beta_{k\sigma}}{\varepsilon_\sigma \cdot \beta_1 \cdot \beta_2}, \quad k_{\tau d} = \frac{\beta_{k\tau}}{\varepsilon_\tau \cdot \beta_1 \cdot \beta_2} \quad (5.20)$$

în care:

- $\beta_{k\sigma}, \beta_{k\tau}$  – coeficienți efectivi de concentrare a tensiunilor în secțiunea considerată, corespunzători solicitării de încovoiere, respectiv de torsiune;
- $\varepsilon_\sigma, \varepsilon_\tau$  – coeficienți dimensionali corespunzători solicitării de încovoiere, respectiv de torsiune;
- $\beta_1$  – coeficient de calitate a suprafeței,
- $\beta_2$  – coeficient dependent de tratamentul termic aplicat stratului superficial al materialului.

Coeficienții mai sus menționați sunt *coeficienți de corecție* care țin seama de faptul că încercările la oboseală se efectuează pe epruvete standard, ale căror dimensiuni și prelucrări diferă de cele ale arborilor proiectați și care se execută fără concentratori de tensiuni.

Coeficienții  $\beta_{k\sigma}$  și  $\beta_{kt}$  se definesc ca raport între rezistența la oboseala a epruvetei netede, fără concentrator, și rezistența la oboseala a epruvetei cu aceleași dimensiuni ca cea netedă dar prevăzută cu concentrator, pentru același ciclu de solicitare. Valorile acestor coeficienți se aleg din diagrame, în funcție de tipul și caracteristicile concentratorului (racordări figurile 5.9 – 5.10, canal de pană figura 5.11, caneluri figura 5.12, degajări figurile 5.13 și 5.14, filet metric figura 5.15, ajustaj presat figura 5.16), fiind cuprinse între limitele indicate în tabelul 5.4.

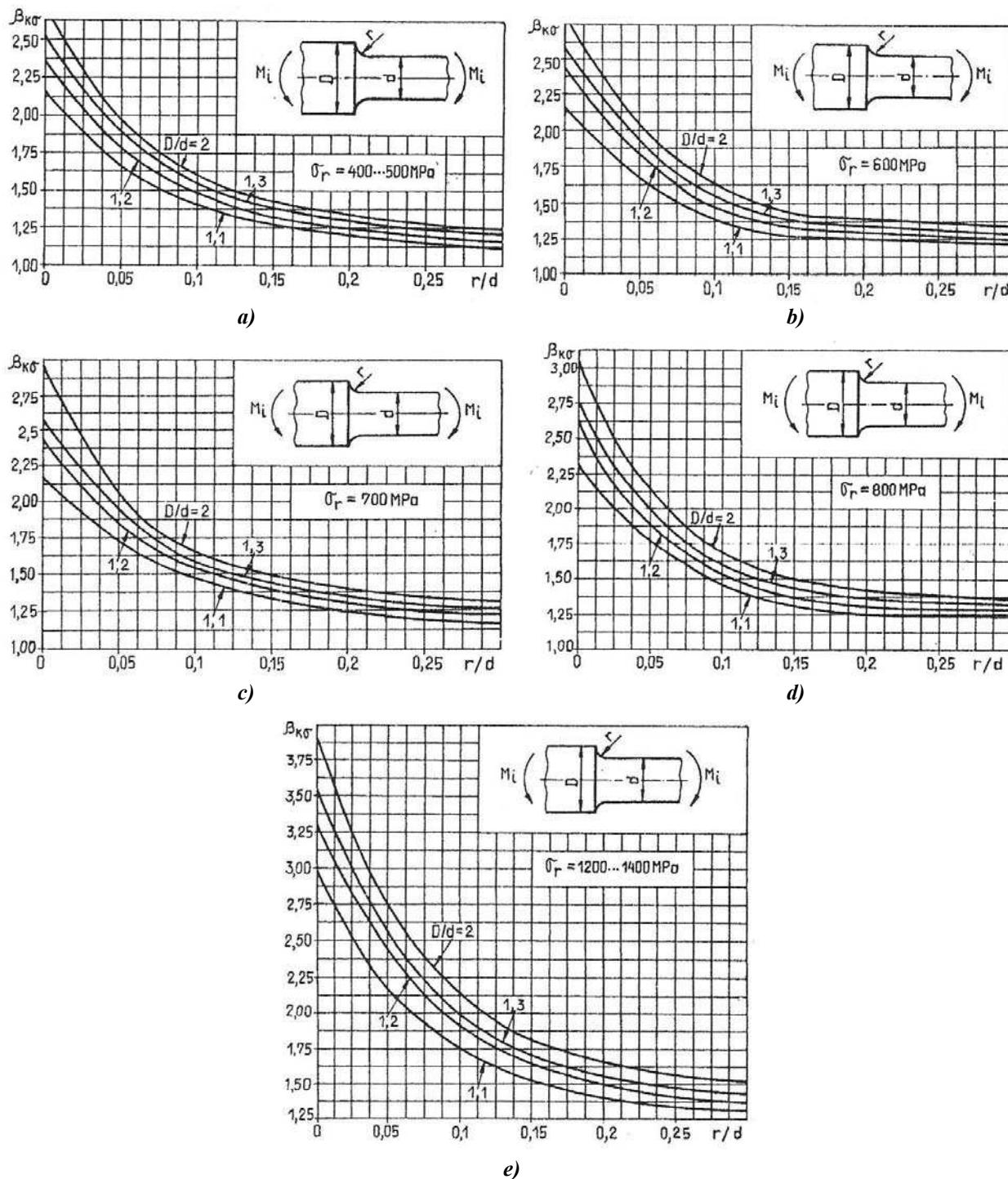


Fig. 5.9 Coeficienții de concentrare  $\beta_{k\sigma}$  pentru racordări



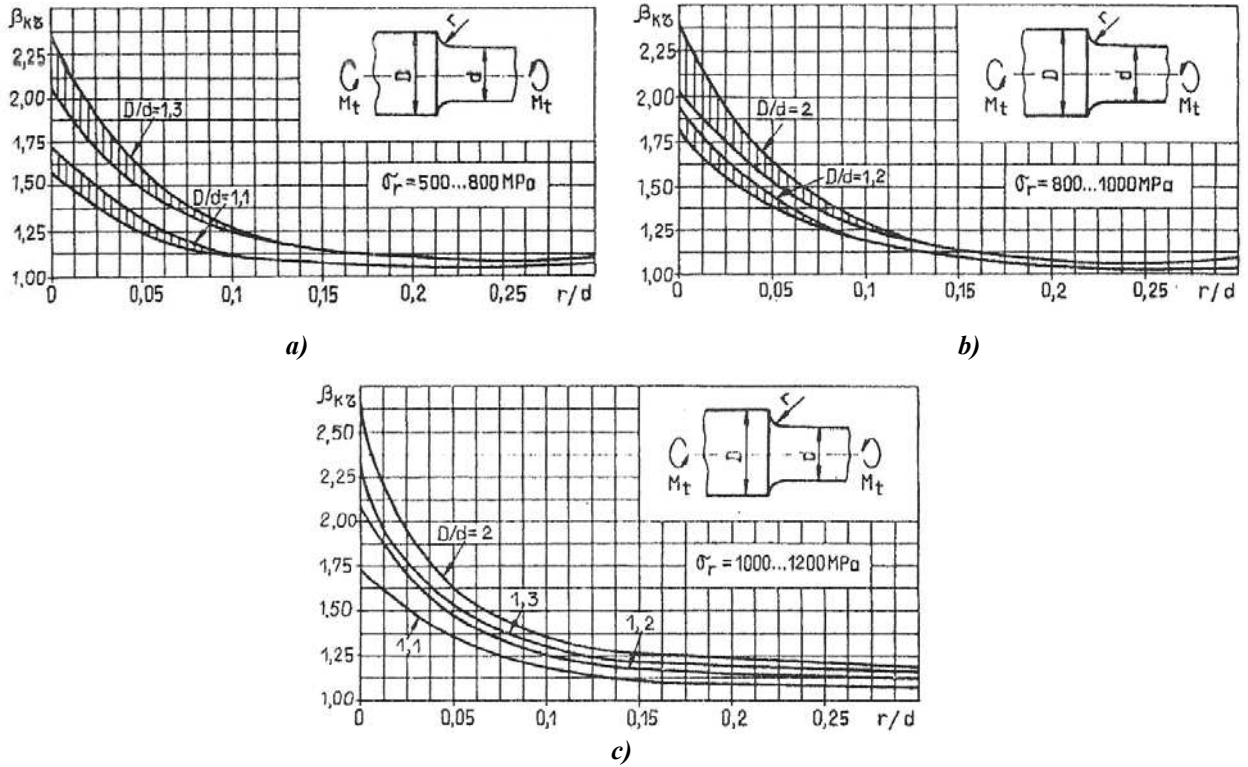


Fig. 5.10 Coeficienții de concentrare  $\beta_{kz}$  pentru racordări

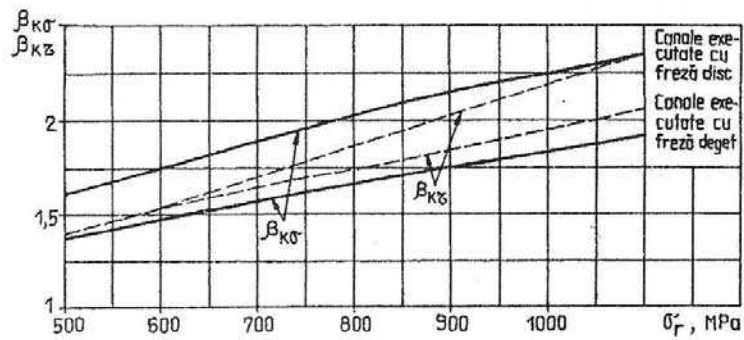


Fig. 5.11 Coeficienții de concentrare  $\beta_{k\sigma}$  și  $\beta_{kz}$  pentru canal de pană

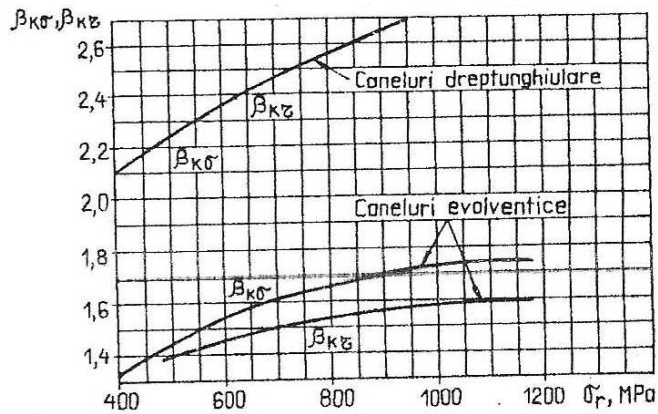


Fig. 5.12 Coeficienții de concentrare  $\beta_{k\sigma}$  și  $\beta_{kz}$  pentru caneluri

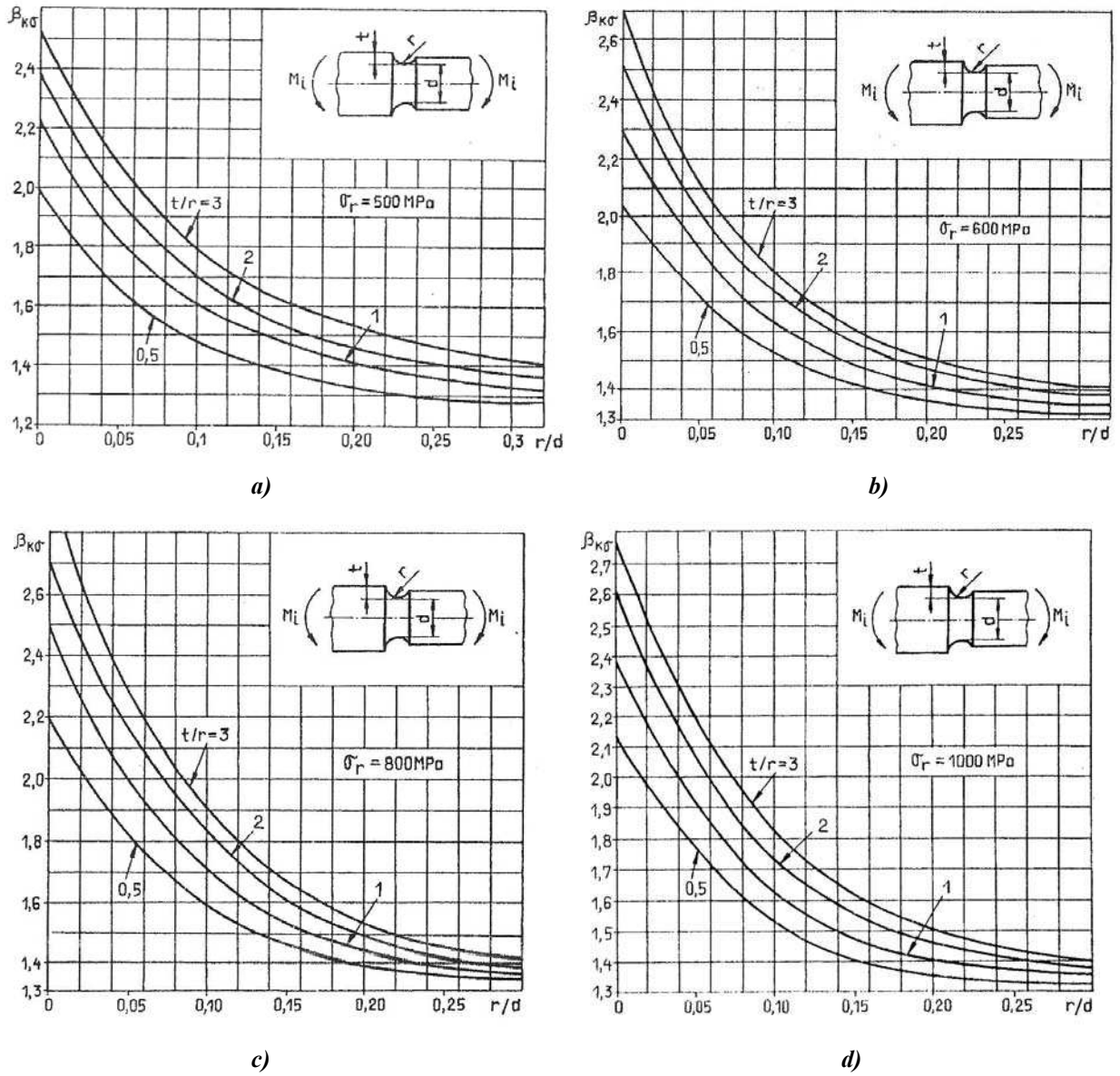


Fig. 5.13 Coeficientul de concentrare  $\beta_{k\sigma}$  pentru degajări

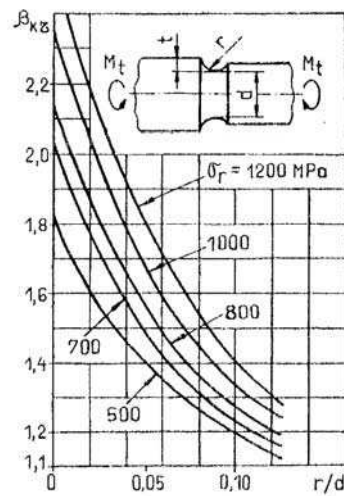


Fig. 5.14 Coeficientul de concentrare  $\beta_{k\tau}$  pentru degajări

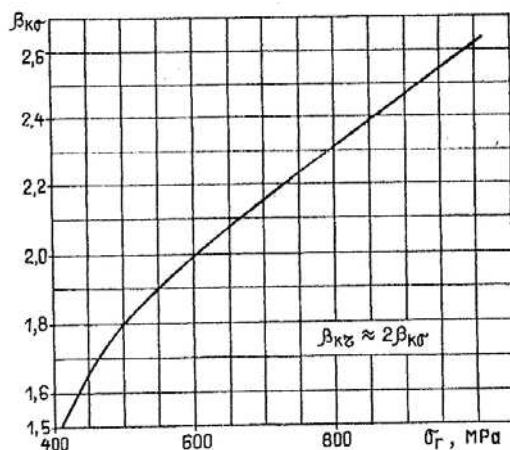


Fig. 5.15 Coeficienții de concentrare  $\beta_{k\sigma}$  și  $\beta_{k\tau}$  pentru filetul metric

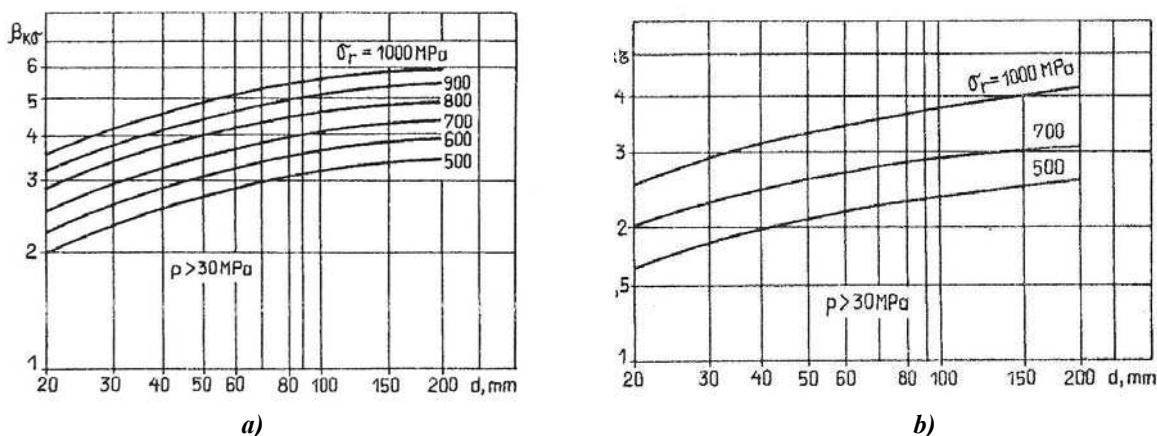
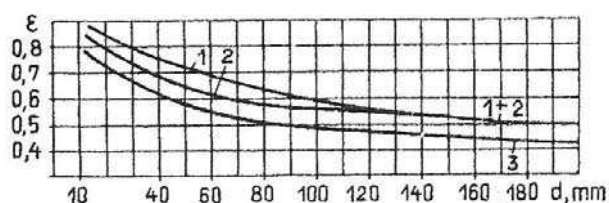


Fig. 5.16 Coeficienții de concentrare  $\beta_{k\sigma}$  și  $\beta_{k\tau}$  pentru asamblări presate

Tabelul 5.4 Valori pentru coeficienții efectivi de concentrare a tensiunilor

Tipul concentratorului	Coeficientul	
	$\beta_{k\sigma}$	$\beta_{k\tau}$
Racordare	1 ... 4	1 ... 3
Degajare	1,3 ... 3	1,1 ... 2,5
Canal de pană	1,4 ... 3	1,4 ... 3
Caneluri evolventice	1,3 ... 1,8	1,3 ... 1,6
Caneluri dreptunghiulare	2,1 ... 3	2,1 ... 3
Filet metric	1,4 ... 2,7	1,4 ... 2,7
Ajustaj presat	2 ... 6	1,5 ... 4

Coeficienții  $\varepsilon_\sigma$  și  $\varepsilon_\tau$  țin seama de faptul că dimensiunile reale ale arborelui diferă de cele ale epruvetei, valorile fiind date în diagrame (figura 5.17) și sunt cuprinse în intervalul 1,4 ... 1.



- 1 -  $\varepsilon_\sigma$ , pentru oțel carbon;
- 2 -  $\varepsilon_\tau$ , pentru orice fel de oțel;
- 3 -  $\varepsilon_\sigma$ , pentru oțel aliat.

Fig. 5.17 Dependența coeficientului de concentrare  $\varepsilon_\sigma$  de valoarea diametrului

Coeficientul dat ca produs  $\beta_1 \cdot \beta_2$  se definește ca raport între rezistența la oboseală a epruvetei cu suprafața rugoasă și rezistența la oboseală a epruvetei cu suprafața lustruită și depinde nu numai de netezimea suprafeței ci și de rezistența la rupere a materialului arborelui și de natura tratamentului superficial.

Coeficientul  $\beta_1$  dependent de calitatea suprafeței se alege din diagrame (figura 5.18) având valori între **0,1** și **1**.

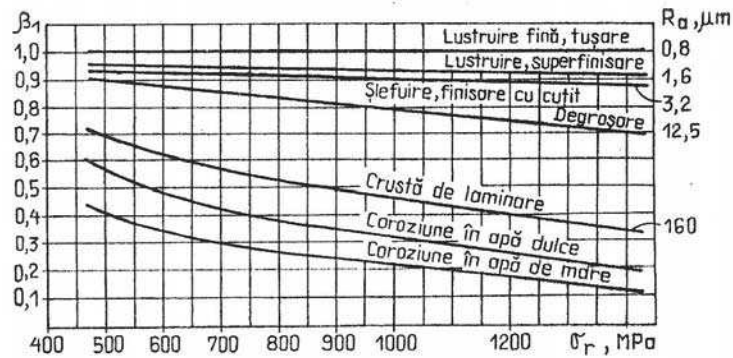


Fig. 5.18 Coeficientului de corecție  $\beta_1$

Alegerea coeficientului  $\beta_2$  dependent de tratamentul termic aplicat stratului superficial se realizează din tabelul 5.5 funcție de rezistența la rupere a materialului arborelui și are valori **1,1 ... 2,8**.

Tabelul 5.5 Valorile coeficientului  $\beta_2$  dependent de tratamentul termic aplicat stratului superficial

Natura tratamentului termic	Tensiunea de rupere a miezului $\sigma_r$ , MPa	Valoarea coeficientului $\beta_{k\sigma}$		
		(arbore lis)		
		1	1,5	1,8...2
Valoarea coeficientului $\beta_2$				
Călire superficială prin curenți de înaltă frecvență	600...800	1,5...1,7	1,6...1,7	2,4...2,8
	800...1000	1,3...1,5	-	-
Nitruare	900...1200	1,1...1,25	1,5...1,7	1,7...2,1
Cementare	400...600	1,8...2,0	3	-
	700...800	1,4...1,5	-	-
	1000...1200	1,2...1,3	2	-
Ecrusare prin jet de alicie	600...1500	1,1...1,25	1,5...1,6	1,7...2,1
Ecrusare prin rulare cu role	-	1,1...1,3	1,3...1,5	1,6...2,0

Dacă într-o anumită secțiune condiția (5.18) nu este îndeplinită, adică arborele nu rezistă la oboseală, se iau măsuri constructive pentru respectarea acesteia și anume:

- modificarea geometriei concentratorului de tensiune în sensul diminuării coeficienților globali  $k_{od}$  și  $k_{td}$ ;
- re alegerea modului de finisare a suprafeței, în sensul creșterii coeficientului de calitate a suprafeței  $\beta_1$ ,
- majorarea diametrului arborelui,
- înlocuirea materialului cu unul ce are calitate la oboseală superioare.